

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 03.05.2022.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 16 bodova) Odredite sljedeće limese:

(a) (8 bodova) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[5]{x^2} - \sqrt{x^3}}{\sqrt[4]{x^5} + x\sqrt{x}}$

(b) (8 bodova) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^n - 1 - nx}{x^2}, n \geq 2.$

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 03.05.2022.

2. (10 bodova) Žica od 4 metra podijeljena je na 2 dijela. Od jednog dijela napravljena je kružnica radijusa r , a od drugog jednakostraničan trokut s duljinama stranica x . Odredite x takav da zbroj površina likova koje zatvaraju dijelovi žica bude minimalan.

3a	3b	3c	3d

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 03.05.2022.

3. (ukupno 24 boda) Neka je $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$. Odredite

- (a) (2 boda) domenu funkcije f ;
- (b) (10 bodova) asimptote;
- (c) (10 bodova) intervale monotonosti, zakrivljenosti, točke ekstrema i infleksije;
- (d) (2 boda) skicu grafa funkcije f .

4	5	6	7	8

JMBAG

IME I PREZIME

PROFESOR

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 03.05.2022.

4. (10 bodova) Izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \left(\frac{1}{x} \right).$$

5. (10 bodova) Neka je $f: [a, b] \rightarrow [2a, 2b]$ neprekidna funkcija. Dokažite da postoji $c \in [a, b]$ takav da je $f(c) = 2a + 2b - 2c$.

6. (10 bodova) Dokažite da vrijedi

$$\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}$$

za sve $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$.

7. (10 bodova) Dokažite da jednadžba

$$\frac{\pi}{2} \cos \left(\frac{\pi x}{2} \right) = (x + 1)e^{x-1}$$

ima barem jedno rješenje na intervalu $\langle 0, 1 \rangle$ tako da primijenite Rolleov teorem na funkciju $f(x) = \sin \left(\frac{\pi x}{2} \right) - xe^{x-1}$.

8. (10 bodova) Zadana je funkcija

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + c},$$

gdje je $c \in \mathbb{R}$. Odredite točke infleksije funkcije f .

1a	1b	1c	1d

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 03.05.2022.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 16 bodova) Odredite sljedeće limese:

- (a) (8 bodova) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x^3}}{\sqrt[4]{x^5} + x\sqrt{x}}$
- (b) (8 bodova) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^n + nx^2}{x^2}, n \geq 2.$

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 03.05.2022.

2. (10 bodova) Žica od 4 metra podijeljena je na 2 dijela. Od jednog dijela napravljena je kružnica radijusa r , a od drugog kvadrat s duljinama stranice x . Odredite x takav da zbroj površina likova koje zatvaraju dijelovi žica bude minimalan.

3a	3b	3c	3d

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 03.05.2022.

3. (ukupno 24 boda) Neka je $f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x^2+1}}$. Odredite

- (a) (2 boda) domenu funkcije f ;
- (b) (10 bodova) asimptote;
- (c) (10 bodova) intervale monotonosti, zakrivljenosti, točke ekstrema i infleksije;
- (d) (2 boda) skicu grafa funkcije f .

4	5	6	7	8

JMBAG

IME I PREZIME

PROFESOR

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 03.05.2022.

4. (10 bodova) Izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cos \left(\frac{1}{x} \right).$$

5. (10 bodova) Neka je $f: [a, b] \rightarrow [a, b]$ neprekidna funkcija. Dokažite da postoji $c \in [a, b]$ takav da je $f(c) = a + b - c$.

6. (10 bodova) Dokažite da vrijedi

$$\sin x > x - \frac{x^3}{6}$$

za sve $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$.

7. (10 bodova) Dokažite da jednačina

$$\frac{2}{x} = \operatorname{tg} x$$

ima barem jedno rješenje na intervalu $\langle 0, \pi/2 \rangle$ tako da primijenite Rolleov teorem na funkciju $f(x) = x^2 \cos x$.

8. (10 bodova) Zadana je funkcija

$$f(x) = (x - a)(x - b)(x - c)$$

gdje su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Odredite točke infleksije funkcije f .