

--	--

Diferencijalni i integralni račun 1

prvi kolokvij, 22.4.2024.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 16 bodova) Izračunajte:

(a) (8 bodova) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{e^x - e^{-x} - 2x}$,

(b) (8 bodova) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{e^x - 2023}{e^x - 2024} \right)^{x^2 + 2e^x}$.

Diferencijalni i integralni račun 1

prvi kolokvij, 22.4.2024.

2. (ukupno 14 bodova) Među svim cilindrima istog volumena V_0 , odredite omjer visine i polumjera baze onoga s najmanjim oplošjem.

3a	3b	3c	3d
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Diferencijalni i integralni račun 1

prvi kolokvij, 22.4.2024.

3. (ukupno 20 bodova) Dana je funkcija

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 3}.$$

Odredite:

- (a) (2 boda) Prirodnu domenu funkcije.
- (b) (6 bodova) Asimptote.
- (c) (10 bodova) Intervale monotonosti i zakrivljenosti te točke lokalnih ekstrema i infleksije.
- (d) (2 boda) Skicu grafa funkcije f .

4	5	6	7	8	9

JMBAG

IME I PREZIME

PROFESOR

Diferencijalni i integralni račun 1

prvi kolokvij, 22.4.2024.

4. (10 bodova) Pomoću definicije izračunajte $f'(1)$ ako je $f(x) = \ln x$.

Derivacija izračunata koristeći tablicu i pravila za deriviranje **neće biti bodovana**.

5. (10 bodova) Neka je $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ diferencijabilna funkcije za čiju derivaciju vrijedi da je $f'(x) \geq \cos x$ za sve $x \in [-1, 1]$. Pokažite ili opovrgnite tvrdnju da f na $[-1, 1]$ mora biti injekcija.
6. (10 bodova) Ako postoji, dajte primjer funkcije koja je definirana u točki $x = 1$ te u točki $x = 1$ ima prvu, ali nema drugu derivaciju. Ako ne postoji, obrazložite.

7. (10 bodova)

(a) (5 bodova) Dokažite da za svaki $x \in \mathbf{R}$ vrijedi nejednakost

$$e^{x^2} > 1 + x^2 .$$

(b) (5 bodova) Koristeći nejednakost iz (a) dokažite da, za svaki $x \in \mathbf{R}$ vrijedi

$$e^{x^2} > 1 + x^2 + \frac{x^4}{2} .$$

8. (10 bodova) Dokažite da jednadžba

$$x^7 + 3x^3 + x + 2 = 0$$

ima točno jedno realno rješenje.