

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 30.11.2021.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 16 bodova)

(a) (8 bodova) Odredite Taylorov polinom oko 0 stupnja 4 funkcije

$$f(x) = x^3 \sqrt{e^x + 3}.$$

(b) (8 bodova) Izračunajte s greškom manjom od 10^{-4}

$$\int_0^{1/2} \frac{\operatorname{arctg}(x^2)}{x} dx.$$

Napomena: Taylorov polinom i ocjena za ostatak Taylorovog polinoma stupnja $2m-1$ za funkciju $f(x) = \operatorname{arctg} x$ su $T_{2m-1}(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots + (-1)^{m-1} \frac{x^{2m-1}}{2m-1} + R_{2m-1}(x)$, $|R_{2m-1}(x)| \leq \frac{|x|^{2m+1}}{2m+1}$, za $x \in [-1, 1]$.

--	--

Diferencijalni i integralni račun 2
prvi kolokvij, 30.11.2021.

2. (ukupno 18 bodova)

(a) (12 bodova) Ispitajte konvergenciju redova

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{\ln(\ln n)}{n^{7/5} \sqrt{3 + \ln n}} \quad \text{i} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2 + 4e^{-n}}.$$

(b) (6 bodova) Odredite radijus konvergencije reda potencija

$$\sum_{n=0}^{\infty} (3^n + (-10)^n) x^n.$$

--	--

Diferencijalni i integralni račun 2
prvi kolokvij, 30.11.2021.

3. (ukupno 16 bodova)

- (a) (8 bodova) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine π na graf funkcije $f(x, y) = x^2 \ln(y^2) + 2x + 4\sqrt{y+3} - 5$ u točki $(0, -2, -1)$.
- (b) (8 bodova) Za tangencijalnu ravninu na plohu $\frac{(x+1)yz}{\cos x} = 2$ u točki $(0, -2, -1)$ odredite presjek s ravninom π , te kut pod kojim je presijeca.

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 30.11.2021.

4. (10 bodova) Pokažite ili opovrgnite sljedeću tvrdnju:

Ako je red $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergentan onda je i red $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ također konvergentan.

5. (10 bodova) Odredite i opišite onu nivo-plohu funkcije

$$f(x, y, z) = 9e^{x^2+4y^2+16z^2-4}$$

koja prolazi točkom $T(0, 1, 0)$.

6. (10 bodova) Postoji li limes

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} \frac{2(x-2)(y-1)}{(x-2)^2 + 3(y-1)^2} .$$

Obrazložite!

7. (10 bodova) Krivulja C dana je kao presjek dvaju paraboloida $x^2 + y^2 + z = 4$ i $x^2 + 3y^2 = z$. Odredite projekciju krivulje C na xy -ravninu.
8. (10 bodova) Odredite Taylorov red funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ oko točke $x = 4$.