Fibonaccijevi zadaci 's kupovinom konja'

Klara Del Vechio

U *Liber Abbaci* problemi 's kupovinom konja' predstavljaju jedan od tri osnovna tipa takozvanih rekreativnih zadataka koje Fibonacci obrađuje.Ti su problemi prikazani kroz kontekst kupovine konja posudbom nedostajuće svote novca te služe kao konkretni primjeri za razvijanje i testiranje metoda rješavanja sustava linearnih jednadžbi. Podliježu određenim konvencijama – parametri u problemima su jedinični razlomci koji se u tekstu pojavljuju tako da oni s manjim nazivnikom uvijek prethode onima s većim, ili, ako je riječ o nejediničnim pravim razlomcima, razlomci su poredani tako da svaki idući ima veći brojnik i veći nazivnik od prethodnog.Takva formulacija olakšava pamćenje samog problema, a time i usmenu predaju. Postavljanje problema poštujući zadane konvencije često je rezultiralo „neurednim" rješenjima ili čak nerješivošću problema. Leonardo stoga neke probleme konstruira polazeći od rješenja, te temeljem toga nudi čitatelju dva primjera istog tipa problema – jedan rješiv i jedan nerješiv. Pogledajmo to na sljedećem primjeru: „Četiri čovjeka kupuju konja. Dodamo li sumi zlatnika prvog i drugog čovjeka polovinu sume zlatnika trećeg i četvrtog, imat ćemo točan iznos potreban za kupnju konja. Isto ćemo postići dodavanjem trećine sume zlatnika prvog i četvrtog sumi drugog i trećeg, dodavanjem četvrtine sume zlatnika prvog i drugog sumi trećeg i četvrtog ili dodavanjem petine sume zlatnika drugog i trećeg sumi prvog i četvrtog." Označimo li s *a,b,c* i *d* iznose zlatnika prvog, drugog, trećeg i četvrtog čovjeka, respektivno, te s *h* cijenu konja, dobivamo sljedeći sustav linearnih jednadžbi:

$$a+b+\frac{1}{2}(c+d)=h$$

$$b+c+\frac{1}{3}(d+a)=h$$

$$c+d+\frac{1}{4}(a+b)=h$$

$$d+a+\frac{1}{5}(b+c)=h$$

Leonardo na dva načina pokazuje nerješivost gornjeg problema. Najprije koristi metodu *regula falsi* te uzima da ukupna imovina četvorice muškaraca iznosi 73 zlatnika, a ostatak nakon kupovine konja 24 zlatnika, što znači da je cijena konja 49 zlatnika. Iz prve jednadžbe sustava slijedi da prvi i drugi čovjek zajedno moraju imati $49-24=25$ zlatnika, dok iz druge jednadžbe slijedi da treći i četvrti moraju imati $49-\frac{1}{3}24$ zlatnika, odnosno 41 zlatnik. Ali iz činjenice da prvi i drugi zajedno imaju 25 zlatnika slijedi da bi treći i četvrti muškarac trebali imati $73-25=48$ zlatnika, što je kontradikcija. U drugoj metodi, Leonardo promatra sumu $a+b$ kao jednu nepoznanicu, a sumu $c+d$ kao drugu. Time iz prve i treće jednadžbe dobiva da *h* mora biti $\frac{7}{10}S$, gdje je $S=a+b+c+d$. Analogno, promatranjem $a+d$ kao jedne, a $b+c$ kao druge nepoznanice, iz druge i četvrte jednadžbe sustava dobiva da je $h=\frac{7}{11}S$, što Fibonacci naziva „apsurdnim", a problem nerješivim (rješenje $S=0$ u danom kontekstu bilo je besmisleno). Potom nudi sljedeću rješivu verziju istog tipa problema:

$$a+b+\frac{1}{2}(c+d)=h$$

$$b+c+\frac{3}{7}(d+a)=h$$

$$c+d+\frac{3}{11}(a+b)=h$$

$$d+a+\frac{5}{13}(b+c)=h$$

Sada četiri čovjeka imaju 5, 6, 7 i 9 zlatnika, a cijena konja iznosi 19 zlatnika. Pretpostavlja se da je Fibonacci koristio sljedeću formu rješenja: $a=n$, $b=n+1$, $c=n+2$, $d=n+4$, te potom ispitivao različite vrijednosti n kako bi pronašao "prikladan" primjer zadatka, tj. zadatak čiji parametri zadovoljavaju konvencije.Tek za $n=5$ dobiva se prvi zadovoljavajući primjer problema.

Ovakva analiza nerješivih problema otkriva da je Leonardo sustavno istraživao granice metoda poput *regula falsi* te da su nerješivi slučajevi služili kao didaktički pokazatelji uvjeta pod kojima se rješenje može, odnosno ne može očekivati. Također, Fibonacci jasno pokazuje kako se problemske strukture mogu planski oblikovati, a ne samo nasumično zadavati. Stoga možemo reći da iza njegovih zadataka o kupovini konja stoje intuitivne ideje koje će stoljećima kasnije postati temelj linearne algebre.

Reference: Hannah, John. "Conventions for Recreational Problems in Fibonacci's Liber Abbaci." Archive for History of Exact Sciences 65, no. 2 (2011): 155-180.https://www.jstor.org/stable/41134344.