Leibniz i kompleksni brojevi

Karla Bjeliš

Leibnizov doprinos razvoju kompleksnih brojeva važan je jer pripada razdoblju u kojem imaginarni brojevi još nisu bili potpuno prihvaćeni u matematici. U ranijoj algebri korijeni negativnih brojeva smatrali su se „nemogućim“ izrazima. Najveći problem javljao se pri rješavanju kubnih jednadžbi Cardanovom formulom. U takozvanom nesvodivom slučaju događalo se nešto neobično, jednadžba je imala realna rješenja, ali su se u postupku računanja pojavljivali korijeni negativnih brojeva. Upravo je taj problem bio polazište Leibnizova razmišljanja o imaginarnim izrazima.

Leibniz nije smatrao da takve izraze treba odmah odbaciti kao besmislene. Naprotiv, smatrao je da Cardanova formula vrijedi i onda kada se u njoj pojavljuju imaginarni članovi. Po njemu problem nije bio u samoj formuli, nego u tome što matematičari još nisu dovoljno razumjeli imaginarne izraze. U pismu Huygensu Leibniz iznosi tri važne tvrdnje: da je Cardanova formula općenito valjana, da se njome može riješiti svaka kubna jednadžba te da se mogu pojaviti korijenski izrazi s imaginarnim veličinama, a ipak dati realnu vrijednost.

Glavna Leibnizova ideja bila je da imaginarni izrazi mogu biti pomoćni dio računa koji na kraju daje realan rezultat. Drugim riječima, iako se u pojedinim dijelovima izraza pojavljuje korijen negativnog broja, ti se imaginarni dijelovi u konačnom rezultatu mogu poništiti. Zato Leibniz imaginarne izraze nije promatrao samo kao pogrešku ili smetnju, nego kao izraze s kojima se može smisleno računati. Posebno je zanimljiv primjer koji navodi:

$$\sqrt{1+\sqrt{-3}}+\sqrt{1-\sqrt{-3}}=\sqrt{6}.$$

Ovaj primjer pokazuje upravo ono što je Leibnizu bilo važno: izraz koji u zapisu sadrži imaginarne veličine može dati potpuno realan rezultat. Huygens je na taj primjer reagirao s iznenađenjem jer je takva pojava tada djelovala nova i teško razumljiva.

Leibnizov rad važan je i zato što se nije zaustavio samo na računanju. On je pokušavao objasniti zašto račun s imaginarnim izrazima može biti pouzdan. Kod kubnih jednadžbi primijetio je da se najveća teškoća Cardanove formule javlja upravo onda kada su sva tri korijena realna, a u formuli se ipak pojavljuju imaginarni izrazi. Zato je postavio važno pitanje: „Kako realna vrijednost može biti izražena pomoću imaginarnih izraza?“. Time je pokazao da ga nije zanimao samo konačan rezultat, nego i značenje postupka kojim se do njega dolazi.

Ipak, Leibniz još nije imao modernu teoriju kompleksnih brojeva. On nije imao geometrijsko tumačenje kompleksnih brojeva u ravnini, niti je pojam kompleksnog broja bio izgrađen kao danas. Njegov rad ostao je djelomično nedovršen, a i sam je uočio da se imaginarni izrazi ne mogu uvijek jednostavno ukloniti iz realnih rezultata. Unatoč tome, njegov je doprinos vrlo važan. Leibniz se nalazi u prijelaznom razdoblju između shvaćanja imaginarnih brojeva kao „nemogućih“ izraza i njihova postupnog prihvaćanja kao smislenih matematičkih objekata. Njegove ideje pokazale su da imaginarni brojevi nisu samo znak pogreške, nego mogu biti koristan i pouzdan dio algebarskog računa.

Reference: R. B. McClenon, A Contribution of Leibniz to the History of Complex Numbers, The American Mathematical Monthly, Vol.30, No.7, November 1923., pp.369-374