

Al-Hvarizmijevo rješenje trećeg tipa kvadratne jednadžbe

Marina Markota

Al-Hvarizmi je u svojoj Algebri sustavno opisao postupke rješavanja jednadžbi, pri čemu se nije koristio simboličkom notacijom kakvu rabimo danas, nego je jednadžbe i njihova rješenja izlagao riječima. Nepoznatu veličinu nazivao je „stvar“ ili „korijen“, njezin kvadrat „mal“, a slobodni broj „dirham“. Za Al-Hvarizmija je bilo važno da su svi članovi u sređenom obliku jednadžbe pozitivni, zbog čega kvadratne jednadžbe dijeli na šest osnovnih tipova. U suvremenom zapisu jedan od tih tipova jest $x^2 = bx + c$.

Kao primjer jednadžbe toga tipa Al-Hvarizmi razmatra jednadžbu koju bismo danas zapisali kao $x^2 = 3x + 4$. Postupak rješavanja može se opisati na sljedeći način. Najprije se uzima polovica broja korijena. Budući da je broj korijena jednak 3, njegova polovica iznosi $\frac{3}{2}$.

Zatim se ta polovica kvadrira: $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$.

Dobiveni kvadrat pribraja se slobodnom broju 4, pa je $4 + \frac{9}{4} = \frac{25}{4}$. Sada se iz dobivenog broja

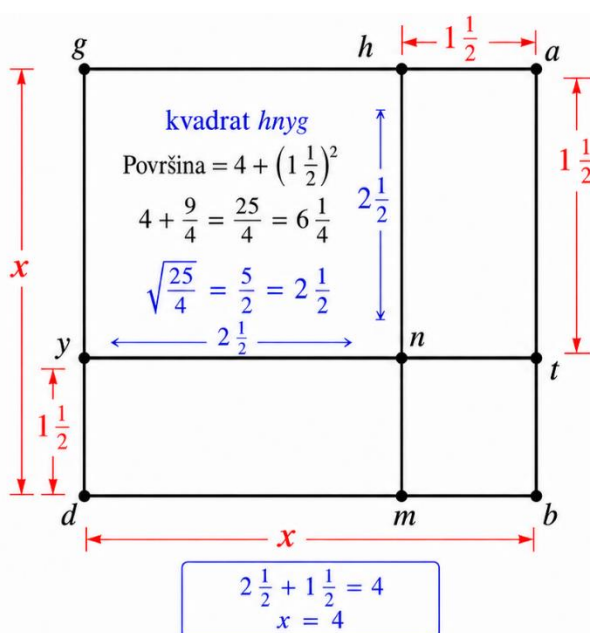
vadi drugi korijen: $\sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$. Naposljetku se taj korijen pribraja polovici broja korijena:

$\frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4$. Dakle, rješenje jednadžbe $x^2 = 3x + 4$ jest $x = 4$.

U suvremenom zapisu, za jednadžbu oblika $x^2 = bx + c$, taj bi se postupak zapisivali

sljedećom formulom $x = \frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c}$.

Ipak, takav zapis nije Al-Hvarizmijev, nego današnji simbolički prikaz njegova postupka. Abu Kamil, sljedeći Al-Hvarizmijev postupak rješenja opravdava geometrijski, promatrajući nepoznanicu kao duljinu, a njezin kvadrat kao površinu kvadrata. Geometrijsko objašnjenje može se prikazati na primjeru $x^2 = 3x + 4$.



1. Kvadrat $abdg$ predstavlja površinu x^2 .
2. Dužine ah i yd jednake su $1\frac{1}{2}$, tj. polovici od 3.
3. Preostali kvadrat $hnyg$ ima površinu $4 + \left(1\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$, pa mu je stranica $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$.
4. Dodavanjem još $1\frac{1}{2}$ dobiva se cijela duljina:
 $2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 4$,
pa je $x = 4$.

Površina kvadrata $hnyg$ dobiva se iz početnog kvadrata $abdg$, koji predstavlja x^2 . Budući da je zadana jednačina $x^2 = 3x + 4$, površina cijelog kvadrata jednaka je zbroju površine koja odgovara trima korijenima i broja 4. U konstrukciji se uzimaju dvije dužine duljine $1\frac{1}{2}$, tj. polovica od 3. Time se iz početnog kvadrata izdvajaju dva pravokutnika čije bi površine zajedno odgovarale članu $3x$. Međutim, ta dva pravokutnika imaju zajednički mali kvadrat stranice $1\frac{1}{2}$. Zato se pri oduzimanju pravokutnika taj mali kvadrat mora pribrojiti preostaloj površini. Zbog toga preostali kvadrat $hnyg$ nema površinu samo 4, nego $4 + \left(1\frac{1}{2}\right)^2$. Budući da vrijedi $\left(1\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$, dobiva se $P(hnyg) = 4 + \frac{9}{4} = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$. Prema tome, stranica kvadrata $hnyg$ iznosi $\sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$. Kada se toj duljini pribroji još $1\frac{1}{2}$, dobiva se cijela stranica početnog kvadrata, odnosno vrijednost nepoznanice:

$$x = 2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 4.$$

Izvor:

The Algebra of Abu Kamil

Author(s): L. C. Karpinski

Source: The American Mathematical Monthly, Vol. 21, No. 2 (Feb., 1914), pp. 37-48

Published by: Taylor & Francis, Ltd. on behalf of the Mathematical Association of America

Stable URL: <https://www.jstor.org/stable/2972073>

Accessed: 27-08-2018 09:12 UTC