

Matematika 2

Vježbe 2-3

09.03.2026.-16.03.2026.

1. Zapišite matricu A tipa 3×3 čiji je opći element a_{ij} dan formulom:

(a) $a_{ij} = i + j$,

(b) $a_{ij} = i - j$,

(c) $a_{ij} = |i - j|$,

(d) $a_{ij} = (i - j)^2$,

(e) $a_{ij} = ij$,

(f) $a_{ij} = \frac{1}{i+j-1}$,

(g) $a_{ij} = i^2 - j^2$,

(h) a_{ij} je $i + j$ ako je $i \leq j$, a $i - j$ ako je $i > j$.

(i) a_{ij} je $i + j$ ako je $i \geq j$, a 0 inače.

Kakve su dobivene matrice?

2. Zadane su matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$. Izračunajte $A + B$ i $A - B$.

3. Zadane su matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ -1 & 1 & 7 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 5 & 2 \\ -1 & -1 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte $A + B$, $B + C$, $A + C$, $A + B + C$.

4. Zadane su matrice $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$. Izračunajte $2A + 3B$.

5. Izračunajte

(a) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

$$(c) \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(d) \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 3 & 8 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$(e) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(f) \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & 4 & -3 \\ 5 & -3 & -2 & 1 \\ 3 & -3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 & 6 & 9 \\ 5 & 7 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

6. Zadane su matrice $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 1 & -1 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 1 \\ 2 & 2 & 7 \\ 8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Odredite sve produkte ovih matrica (koji su definirani).

7. Zadane su matrice $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$. Izračunajte $(A + B)^2$ i $A^2 + 2AB + B^2$.

8. Izračunajte $AB - BA$ ako je:

$$(a) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \\ -3 & 5 & -1 \end{bmatrix}.$$

$$(b) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

9. Zadane su matrice $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Izračunajte AB i BA .

10. Zadane su matrice $A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} c & d \\ d & c \end{bmatrix}$, gdje su a, b, c, d realni brojevi. Dokažite da su matrice A i B komutativne.

11. Sljedeće sustave jednažbi zapišite u matričnom obliku:

(a)

$$\begin{aligned}2x + 3y - z &= 0 \\3x - y + z &= 1 \\-x + 4y + 2z &= -2\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}x + z &= 1 \\y - z &= 2 \\-x + 3y &= 4\end{aligned}$$

12. Zadan je polinom $p(x) = 2x^4 - 3x^3 + x^2 - 5x + 2$. Izračunajte $p(A)$ ako je $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

13. Zadane su matrice $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$. Odredite matricu X za koju vrijedi:

(a) $2A + 3X = I$,

(b) $3A - 2X = B$.

14. Zadane su matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$. Izračunajte $(AB)^t$, $A^t B^t$ i $B^t A^t$.

15. Zadana je matrica $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 5 & 2 & 7 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$. Zapišite ovu matricu kao zbroj jedne simetrične i jedne antisimetrične matrice.

Za one koji žele znati više:

16. Odredite sve matrice koje komutiraju s matricom $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

17. Odredite sve matrice drugog reda čiji je kvadrat jednak nulmatrici.

18. Za matricu $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ odredite najopćenitiji oblik matrice B istog tipa za koju vrijedi $AB = 0$.