Nuklearna fizika
- vježbe -

4. Opća svojstva jezgara

Zadatak 20. Nuklearna energija vezanja može se približno opisati izrazom:

$$E_B = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 Z^2 A^{-1/3} - a_4 (A-2Z)^2 A^{-1}$$

a) promotrite skup izobarnih jezgri te odredite vezu A i Z za stabilne jezgre;

b) koristeći model Fermijeva plina, ocijenite vrijednost za a_4 (uz pretpostavku $A \neq 2Z$ i $R = r_0 A^{1/3}$).

Rješenje 20.

a) izobarne atomske jezgre imaju isti A, a različite Z;

- uvjet stabilnosti: energija vezanja je maksimalna, tj. derivacija energije vezanja je jednaka nuli:

$$\left(\frac{\partial E_B}{\partial Z}\right)_{A=const.} = -2a_3 Z A^{-1/3} + 4a_4 (A-2Z) A^{-1}$$

Rješenje 20.

Izjednačimo li taj izraz s nulom, dobivamo:

$$-2a_3ZA^{-1/3}+4a_4(A-2Z)A^{-1}=0 \quad \Rightarrow \quad Z=\frac{A}{2+\frac{a_3}{2a_4}A^{2/3}}$$

Uzimajući eksperimentalno određene vrijednosti: a_3= 0.714 MeV i a_4= 23.20 MeV, dobiva se:

$$Z=\frac{A}{2+0.0154A^{2/3}}$$

b) Pri T=0, Fermijev plin ima energiju:

$$E=\frac{2V}{h^3}\frac{4\pi}{5}\frac{p_0^5}{2m}$$

Rješenje 20.

Pri T=0, za broj čestica vrijedi (uzimajući da svaku faznu ćeliju mogu zauzeti dva nukleona – proton i neutron):

$$N = \frac{2V}{h^3}\frac{4\pi}{3}p_0^3$$

Maksimalni impuls dan je s:

$$p_0 = h\left(\frac{3}{8\pi}\frac{N}{V}\right)^{1/3}$$

a pripadna energija:

$$E_0 = \frac{3}{40}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3}\frac{h^2}{m}V^{-2/3}N^{5/3}$$

Rješenje 20.

Pretpostavimo da se neutroni i protoni ponašaju kao neovisni plinovi u volumenu V; energija najnižeg stanja je:

$$E = \frac{3}{40}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2}{m} \frac{N^{5/3} + Z^{5/3}}{V^{2/3}}$$

Uz:

$$V = \frac{4}{3} R^3 \pi = \frac{4}{3} r_0^3 A \pi$$

dobivamo:

$$E = \frac{3}{40}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2}{m} \left(\frac{3}{4 r_0^3 \pi}\right)^{2/3} \frac{N^{5/3} + Z^{5/3}}{A^{2/3}} =$$

$$= \frac{3}{40}\left(\frac{9}{4 r_0^3 \pi^2}\right)^{2/3} \left(\frac{hc}{r_0^3}\right)^2 \frac{1}{mc^2} \frac{N^{5/3} + Z^{5/3}}{A^{2/3}} = \ldots$$

Rješenje 20.

$$E = \frac{N^{5/3} + Z^{5/3}}{A^{2/3}} \cdot 31.7 \quad MeV$$

Za stabilne jezgre vrijedi: A=N+Z i N≈Z.

Dakle, može se pretpostaviti:

$$N = \frac{A}{2}\left(1 + \frac{\varepsilon}{A}\right) \quad \text{i} \quad Z = \frac{A}{2}\left(1 - \frac{\varepsilon}{A}\right) \quad ,$$

gdje je ε/A znatno manje od 1 i veće od 0 (ε=N-Z!).

Tada vrijedi:

$$N^{5/3} + Z^{5/3} \approx \left(\frac{A}{2}\right)^{5/3}\left(1 + \frac{5}{3}\frac{\varepsilon}{A} + \frac{10\varepsilon^2}{2\cdot 9A^2} + 1 - \frac{5}{3}\frac{\varepsilon}{A} + \frac{10\varepsilon^2}{2\cdot 9A^2}\right) = \dots$$

Rješenje 20.

$$N^{5/3}+Z^{5/3}\approx 2\cdot\left(\frac{A}{2}\right)^{5/3}\left(1+\frac{5\varepsilon^{2}}{9A^{2}}\right)$$

Slijedi:

$$E=\frac{N^{5/3}+Z^{5/3}}{A^{2/3}}\cdot\ 31.7\ \ \mathrm{MeV}=$$

$$=2\frac{A}{2^{5/3}}\left(1+\frac{5\varepsilon^{2}}{9A^{2}}\right)\cdot\ 31.7\ \ \mathrm{MeV}=$$

$$=2^{-2/3}A\cdot\ 31.7\ \ \mathrm{MeV}+\frac{5\varepsilon^{2}}{2^{2/3}9A}\cdot\ 31.7\ \ \mathrm{MeV}$$

Usporedbom sa semiempirijskom formulom mase:

$$E_B=\ldots-a_4(A-2Z)^2A^{-1}$$

Rješenje 20.

slijedi:

$$a_4 = \frac{5}{2^{2/3} 9} \cdot 31.7\ \text{MeV} \approx 11\ \text{MeV}$$

Vrijednost dobivena prilagodbom parametra semiempirijske formule eksperimentalno određenim masama je $a_4 \approx 23.20$ MeV – faktor 2 razlika posljedica je prepojednostavljenog modela.

Zadatak 21.

a) Odredite elektrostatsku energiju naboja Q jednoliko raspodjeljenog po kugli polumjera R;

b) Budući da su ^{27}Si i ^{27}Al zrcalne atomske jezgre, njihova osnovna stanja su identična do na naboj. Znajući da je razlika njihovih masa jednaka 6 MeV-a, odredite njihove polumjere zanemarujući razliku u masi između protona i neutrona.

Rješenje 21.

a) električno polje ravnomjerno nabijene kugle polumjera R dano je s (izvod: Gaussov zakon):

$$E(r) = \begin{cases} \dfrac{Qr}{R^3} & , \quad r \le R \\ \dfrac{Q}{r^2} & , \quad r > R \end{cases}$$

Rješenje 21.

Elektrostatska energija dana je s:

$$W = \frac{1}{8\pi}\int d\vec{r}\,\vec{E}^{2} =$$

$$= \frac{Q^{2}}{8\pi}\left[\int_{0}^{R} dr\, 4\pi\, r^{2}\left(\frac{r}{R^{3}}\right)^{2} + \int_{R}^{\infty} dr\, 4\pi r^{2}\left(\frac{1}{r^{2}}\right)^{2}\right] =$$

$$= \frac{Q^{2}}{2}\left(\frac{1}{5R} + \frac{1}{R}\right) =$$

$$= \frac{3Q^{2}}{5R}$$

Rješenje 21.

b) Pripiše li se razlika u masi u potpunosti razlici u elektrostatskoj energiji, dobiva se (uz Q=Ze):

$$\Delta W = \frac{3e^2}{5R}\left(Z_1^2 - Z_2^2\right)$$

U konkretnom slučaju imamo: $Z_1=14$, $Z_2=13$.

Slijedi:

$$R = \frac{3e^2}{5\Delta W}\left(14^2 - 13^2\right) =$$

$$= \frac{3\hbar c}{5\Delta W}\left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)\left(14^2 - 13^2\right) =$$

$$= 3.88 \cdot 10^{-15}\ m =$$

$$= 3.88\ fm$$

Zadatak 22. Energija vezanja ^{90}Zr (Z=40) je 783.916 MeV. Energija vezanja ^{90}Y (Z=39) je 782.410 MeV. Odredite energiju pobuđenja najnižeg izospinskog stanja s T=6 u ^{90}Zr.

Rješenje 22.

Razlika u energiji dva člana izospinskog multipleta je određena kulonskom energijom i razlikom u masi između protona i neutrona. Prema prethodnom zadatku, imamo:

$$\Delta E = E(A,Z+1) - E(A,Z) =$$

$$= \Delta E_e - (m_n - m_p)c^2 =$$

$$= \frac{3e^2}{5R}(2Z+1) - 1.29 \ \ MeV =$$

$$= \frac{3(2Z+1)}{5R} c\hbar a - 1.29 \ \ MeV = \ldots$$

Rješenje 22.

$$\Delta E = \ldots =$$
$$= 11.89 \;\; MeV$$

pri čemu je korišteno R= 1.2A$^{1/3}$ fm.

Prema tome, energija pobuđenja najnižeg stanja s T=6 u ^{90}Zr je:

$$E_x = B(^{90}\mathrm{Zr}, T=5) - B(^{90}\mathrm{Zr}, T=6) =$$
$$= B(^{90}\mathrm{Zr}, T=5) - B(^{90}\mathrm{Y}, T=6) + B(^{90}\mathrm{Y}, T=6) - B(^{90}\mathrm{Zr}, T=6) =$$
$$= 783.916 - 782.410 + 11.89 \;\; MeV =$$
$$= 13.40 \;\; MeV$$

Zadatak 23. **Mase skupa izobara koji su članovi istog izospinskog multipleta mogu se napisati kao očekivane vrijednosti opearatora mase sljedećeg oblika:**

$$M = a + bT_z + cT_z^2$$

gdje su *a, b i c* konstante, a T_z operator koji odgovara *z*-komponenti izotopnog spina.

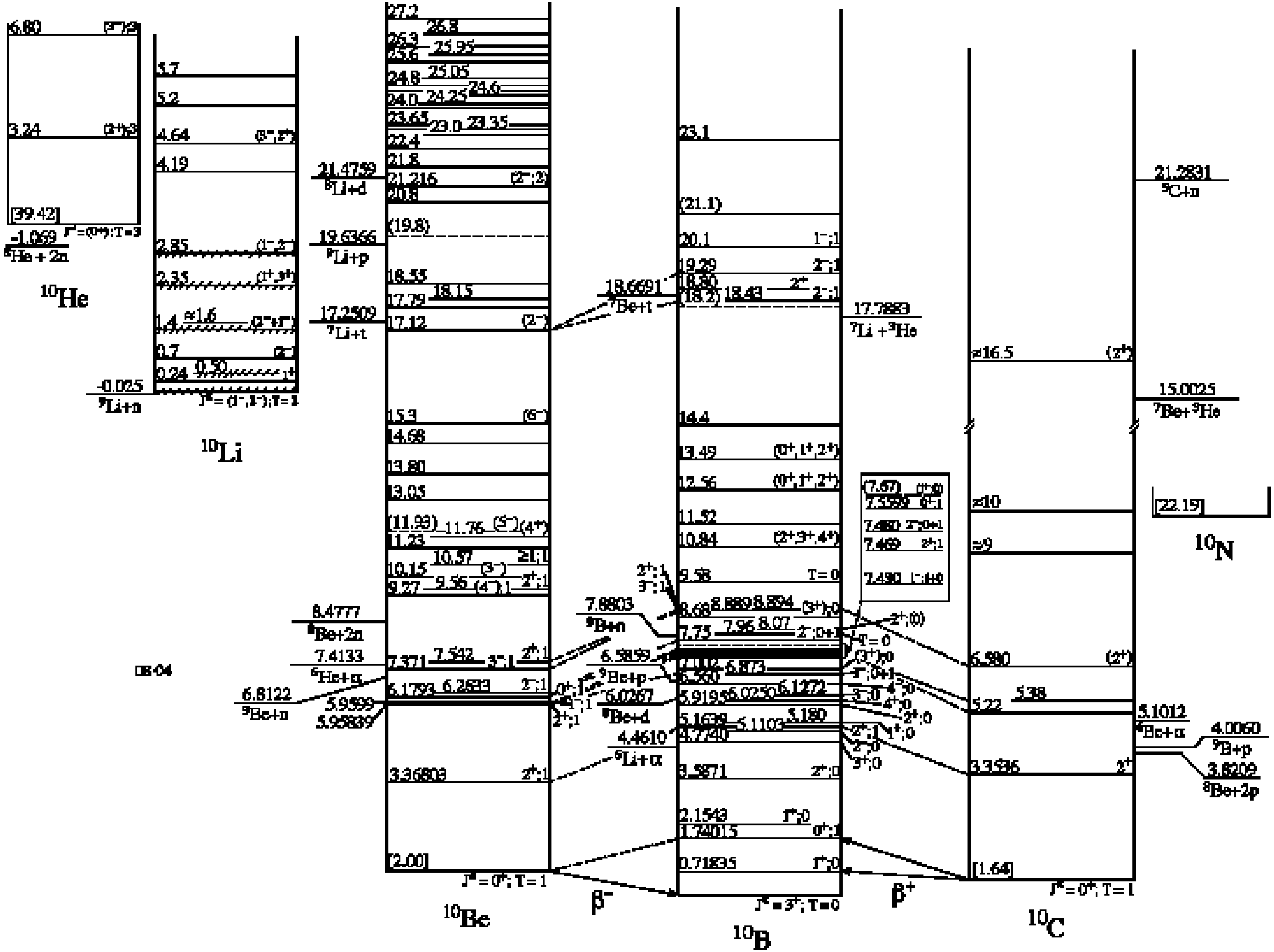
a) Izvedite navedeni oblik za operator mase.

b) Koliko mora biti izospin da ga možemo provjeriti eksperimentalno?

Rješenje 23.

a) Članovi istog izospinskog multipleta imaju isti paritet i spin zbog sličnosti u strukturi. Njihova je razlika u masi određena kulonskom energijom i razlikom u masi između protona i neutrona. Vrijedi:

$$A = N + Z = 2Z - (Z - N) = 2Z - 2T_z$$



^{10}He
6.80
3.24
[39.42]
-1.069
^{8}He + 2n
$J^{\pi} = (0^{+}); T = 3$
^{10}Li
5.7
5.2
4.64
4.19
2.85
2.35
1.4
≈1.6
0.7
0.50
0.24
-0.025
^{9}Li+n
$J^{\pi} = (1^{-}, 2^{-}); T = 1$
^{10}Be
27.2
26.8
26.3
25.95
25.6
25.05
24.8
24.6
24.25
24.0
23.65
23.35
23.0
22.4
21.8
21.4759
^{8}Li+d
21.216
20.8
(19.8)
19.6366
^{9}Li+p
18.55
18.15
17.79
17.2509
^{7}Li+t
17.12
15.3
14.68
13.80
13.05
(11.93)
11.76
11.23
10.57
10.15
9.56
9.27
8.4777
^{8}Be+2n
7.4133
^{6}He+α
7.371
7.542
6.8122
^{9}Be+n
6.1793
6.2633
5.9599
5.95839
3.36803
[2.00]
$J^{\pi} = 0^{+}; T = 1$
08-04
β^{-}
^{10}B
23.1
(21.1)
20.1
19.29
18.80
18.43
(18.2)
18.6691
^{7}Be+t
17.7883
^{7}Li + ^{3}He
14.4
13.49
12.56
11.52
10.84
9.58
8.68
8.889
8.894
7.8803
^{9}B+n
7.75
7.96
8.07
6.5859
^{9}Be+p
7.002
6.873
6.560
6.0267
^{8}Be+d
5.9193
6.0250
6.1272
5.1639
5.1103
5.180
4.7740
4.4610
^{6}Li+α
3.5871
2.1543
1.74015
0.71835
$J^{\pi} = 3^{+}; T = 0$
(7.67)
7.5599
7.480
7.469
7.430
β^{+}
^{10}C
≈16.5
≈10
≈9
6.580
5.38
5.22
3.3536
[1.64]
$J^{\pi} = 0^{+}; T = 1$
21.2831
^{9}C+n
15.0025
^{7}Be+^{3}He
5.1012
^{6}Be+α
4.0060
^{9}B+p
3.8209
^{8}Be+2p
[22.19]
^{10}N

Rješenje 23.

Procjena elektrostatske energije jednoliko nabijene kugle daje:

$$M=\frac{3e^2Z^2}{5R}-(m_n-m_p)T_z+M_0=$$

$$=\frac{3e^2}{5R}(\frac{A}{2}+T_z)^2-(m_n-m_p)T_z+M_0=$$

$$=\frac{3e^2}{5R}\frac{A^2}{4}+\frac{3e^2}{5R}AT_z+\frac{3e^2}{5R}T_z^2-(m_n-m_p)T_z+M_0=$$

$$=\left(M_0+\frac{3e^2}{5R}\frac{A^2}{4}\right)+\left(\frac{3e^2}{5R}A-m_n+m_p\right)T_z+\frac{3e^2}{5R}T_z^2$$

Linearni članovi posljedica su razlike u masi protona i neutrona i kulonske energije, dok kvadratični članovi dolaze uglavnom od kulonske interakcije

Rješenje 23.

b) Budući da imamo tri nepoznanice u izrazu za masu, trebamo tri linearne jednadžbe da bi rješenje bilo posve određeno.

Kako u multipletu s T imamo 2T+1 izotopa, da bismo eksperimentalno provjerili formulu za izospin mora vrijediti $T \geq 1$.

Zadatak 24. Jedini sistem dva nukleona u prirodi koji posjeduje vezano stanje je deuteron. To stanje ima $J=1$ i energiju vezanja 2.22 MeV.

a) Koristeći samo navedene činjenice, pokažite da sila između neutrona i protona mora biti ovisna o spinu;

b) Napišite moguća stanja momenta impulsa deuterona u LS-vezanju te objasnite koje su linearne kombinacije tih stanja moguće;

c) Koja stanja možemo u prikazu izostaviti ukoliko deuteron posjeduje kvadrupolni moment, a koja možemo odbaciti ukoliko znamo da je deuteron u čistom stanju s $T=0$;

d) Odrdite magnetski moment deuterona u svakom od navedenih stanja i usporedite ga s eksperimentalnom vrijednošću: $\mu_d = 0.857\ \mu_N$.

Zadatak 24. Potrebno znati:

$\mu_p = 2.793\ \mu_N$

$\mu_n = -1.913\ \mu_N$

$$\langle 2\,1\,2\,{-1} | 1\,1 \rangle = \sqrt{3/5}$$

$$\langle 2\,1\,1\,0 | 1\,1 \rangle = -\sqrt{3/10}$$

$$\langle 2\,1\,0\,1 | 1\,1 \rangle = \sqrt{1/10}$$

Rješenje 24.

a) Kako vrijedi:

$$\vec{J} = \vec{s}_p + \vec{s}_n + \vec{l}_r$$

slijedi:

$$\left|\vec{s}_p + \vec{s}_n\right| = 1 \;\Rightarrow\; l = 0, 1, 2 \;\Rightarrow\; {}^3S_1,\ {}^3P_1,\ {}^3D_1$$

$$\left|\vec{s}_p + \vec{s}_n\right| = 0 \;\Rightarrow\; l = 1 \;\Rightarrow\; {}^1P_1$$

Kako nema stabilnog singletnog stanja (${}^3S_0$), gdje neutron i proton imaju antiparalelne spinove i l=0, to znači da je pri formiranju stanja sa S=0 i S=1, jedno od njih stabilno, a jedno ne, što pak potvrđuje spinsku ovisnost nuklearne sile...

b) U LS-vezanju moguće konfiguracije su ${}^3S_1$ i ${}^3D_1$ pozitivnog i ${}^1P_1$ i ${}^3P_1$ negativnog pariteta.

Rješenje 24.

Budući da deuteron ima dobro definiran paritet, možemo kombinirati samo stanja istog pariteta.

$$\Psi(n,p)=\begin{cases} a\ {}^3S_1+b\ {}^3D_1 \\ c\ {}^3P_1+d\ {}^1P_1 \end{cases}$$

c) l=1 u P-stanju odgovara pomaku centra mase sistema i ne doprinosi kvadrupolnom momentu. To znači da otpada kombinacija P-stanja iz prethodne točke jer deuteron IMA kvadrupolni moment. Također, u skladu s Paulijevim principom, ukupni vektor stanja (koji ima prostornu, spinsku i izospinsku komponentu) mora biti antisimetričan na izmjenu jednočestičnih koordinata. Kako je T=0 za deuteron, prostorni i spinski dio moraju zadovoljavati:

l=1 ⇨ S=0 ili l=0,2 ⇨ S=1

Rješenje 24.

Ovo definitivno uklanja mogućnost doprinosa stanja $^3P_1$, samo S/D kombinacija dolazi u obzir.

d) Za stanje $^3S_1$ vrijedi l=0, tako da orbitalni dio ne doprinosi magnetskom momentu (spinski, naravno, doprinosi). Kako je S=1, neutron i proton imaju paralelne spinove, pa vrijedi:

$$\mu(^3S_1) = \mu_p + \mu_n = 0.88\,\mu_N$$

Za stanje $^3D_1$ vrijedi m=1, pa projekcija magnetskog momenta na z-os daje doprinos magnetskom momentu. Razvijajući ukupni moment impulsa preko D-stanja, imamo:

$$|1\,1\rangle = \sqrt{3/5}\,|2\,2\,1\,{-1}\rangle - \sqrt{3/10}\,|2\,1\,1\,0\rangle + \sqrt{1/10}\,|2\,0\,1\,1\rangle$$

Rješenje 24.

Doprinos D-stanja je prema tome:

$$\mu(^3D_1)=\left[\frac{3}{5}\left(g_l m_{l1}+g_s m_{s1}\right)+\frac{3}{10}\left(g_l m_{l2}+g_s m_{s2}\right)+\frac{1}{10}\left(g_l m_{l3}+g_s m_{s3}\right)\right]\mu_N=$$

$$=\left[\frac{1}{2}\left(\frac{3}{5}m_{l1}+\frac{3}{10}m_{l2}+\frac{1}{10}m_{l3}\right)+0.88\left(\frac{3}{5}m_{s1}+\frac{3}{10}m_{s2}+\frac{1}{10}m_{s3}\right)\right]\mu_N=$$

$$=0.31\mu_N$$

Korišteno je:

$$g_l=\begin{cases}1\ \textbf{za p}\\0\ \textbf{za n}\end{cases}\qquad g_s=\begin{cases}5.5857\ \textbf{za p}\\-3.8261\ \textbf{za n}\end{cases}$$

pa je za sistem:

$$g_l=0.5\qquad g_s=0.88$$

Rješenje 24.

Eksperimentalno određena vrijednost je:

$$\mu_d = 0.857\,\mu_N$$

tako da je razumno pretpostaviti da je u pitanju mješano stanje S i D. Neka je s x dan udio D-stanja, tada imamo:

$$0.88(1-x) + 0.31x = 0.857 \quad \Rightarrow \quad x \approx 0.04$$

Možemo zaključiti da je deuteron mješano stanje koje se sastoji od 96% $^3S_1$ i $^3D_1$

Zadatak 25. Treći način određivanja polumjera atomskih jezgara je putem preciznog proučavanja atomskih prijelaza. Izvedite izraz za razliku atomskih energija K-prijelaza (elektronskih prijelaza sa $2p \rightarrow 1s$) između dvije susjedne jezgre ("izotopni pomak"). Pokažite kako se iz eksperimentalno određenog izotopnog pomaka može odrediti polumjer jezgre.

Zadatak 25. Treći način određivanja polumjera atomskih jezgara je putem preciznog proučavanja atomskih prijelaza. Izvedite izraz za razliku atomskih energija *K*-prijelaza (elektronskih prijelaza sa $2p \rightarrow 1s$) između dvije susjedne jezgre ("izotopni pomak"). Pokažite kako se iz eksperimentalno određenog izotopnog pomaka može odrediti polumjer jezgre.

Rješenje 25.

Pri rješavanju Schrödingerove jednadžbe za atom vodika u prvoj se aproksimaciji pretpostavlja da se elektron giba u kulonskom potencijalu točkastog naboja. No, jezgra nije točkasta – dio vremena koje elektron provodi unutar jezgre direktno ovisi o njenoj veličini.

Unutar jezgre potencijal je dan s:

$$V'(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 R}\left[\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

Rješenje 25.

Očekivana vrijednost potencijalne energije dana je s:

$$\langle V \rangle = \int \psi_n^* V \psi_n dv$$

Elektronska valna funkcija nije bitnije promijenjena – razlika u energiji posljedica je razlike u potencijalu:

$$\langle V' \rangle = \int_{r<R} \psi_n^* V' \psi_n dv + \int_{r>R} \psi_n^* V \psi_n dv$$

Upotrebom vodikove 1*s*-valne funkcije:

$$R(r) = 2\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} e^{-Zr/a_0}$$ **gdje je:** $$a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{me^2}$$

dobivamo:

$$\Delta E = E' - E \approx \langle V' \rangle - \langle V \rangle = \ldots$$

Rješenje 25.

$$\Delta E = \ldots$$

$$= \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4Z^4}{a_0^3}\int_0^R e^{-2Zr/a_0}\left[\frac{1}{r}-\frac{3}{2R}+\frac{1}{2}\frac{r^2}{R^3}\right]r^2 dr$$

Budući je: $R \ll a_0$ **tj.:** $e^{-2Zr/a_0} \approx 1$ **za *r* između 0 i *R***

integral se može pojednostaviti:

$$\Delta E = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4Z^4}{a_0^3}\int_0^R \left[\frac{1}{r}-\frac{3}{2R}+\frac{1}{2}\frac{r^2}{R^3}\right]r^2 dr =$$

$$= \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4Z^4}{a_0^3}\left[\frac{r^2}{2}-\frac{3}{2R}\frac{r^3}{3}+\frac{1}{2R^3}\frac{r^5}{5}\right]_0^R =$$

$$= \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4Z^4}{a_0^3}\left[\frac{R^2}{2}-\frac{R^2}{2}+\frac{R^2}{10}\right] = \frac{2}{5}\frac{Z^4e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{R^2}{a_0^3}$$

Rješenje 25.

Dobiveni izraz je razlika između energija atomskog 1*s*-stanja za "točkastu" i realnu jezgru; ne može se mjeriti!

Korak dalje: uspoređivanje energija *K*-prijelaza (2*p*→1*s*) u bliskim izotopima s masom *A* i *A*'). Valna funkcija *p*-elektrona nestaje za *r*=0 pa se može zanemariti taj utjecaj na razliku:

$$E_K(A) - E_K(A') = E_{2p}(A) - E_{1s}(A) - E_{2p}(A') + E_{1s}(A') =$$

$$= -E_{1s}(A) + E_{1s}(A')$$

Vrijedi:

$$E_{1s} = E_{toč.} + \Delta E$$

Za izotope istog elementa, $E_{toč}$ je isti!

$$E_K(A) - E_K(A') = \frac{2}{5}\frac{Z^4 e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a_0^3} r_0^2 \left(A^{2/3} - A'^{2/3} \right)$$

Ova veličina se naziva izotopni pomak.

Rješenje 25.

Mjerenjem izotopnih pomaka za više različitih izotopa nekog elementa moguće je dobiti r_0!

Za dobivanje točnih vrijednosti potrebno je čitav račun ponoviti relativistički, te uzimajuću u obzir utjecaj elektrona...

Vrijednosti koje se tada dobivaju su u dobrom slaganju s vrijednostima koje se dobivaju elektronskim raspršenjem ili usporedbom zrcalnih jezgara...

Za unutarnje atomske ljuske K-prijelazi su u području X-zraka i efekt promjene energije prijelaza je reda 10^{-4}.
Modernim tehnikama laserske interferometrije moguće je mjeriti i vrlo male (reda 10^{-6}) izotopne pomake za optičke prijelaze (dakle, za vanjske elektronske ljuske) koji uključuju *s*-stanja...

Zadatak 26. Četvrta metoda određivanja polumjera atomskih jezgara je putem proučavanja "muonskih atoma". Procijenite koliko će puta efekt izotopnog pomaka biti veći za muonski u odnosu na običan atom.

Rješenje 26.

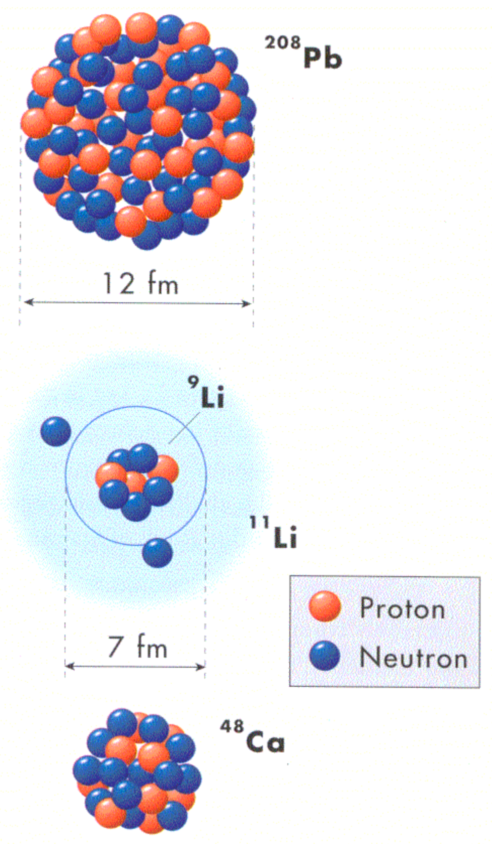
Muon je čestica koja je u svim svojim svojstvima identična elektronu, osim po masi koja joj je 207 puta veća.

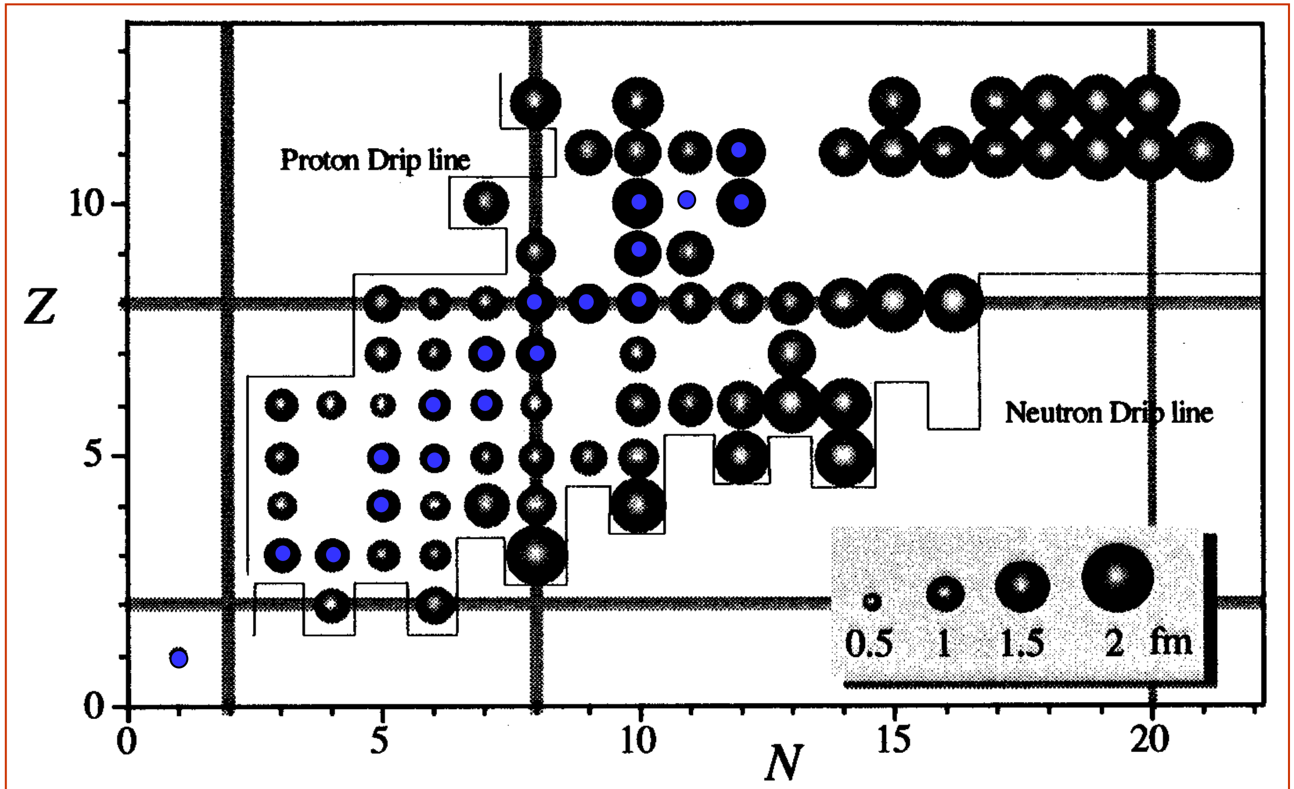
Budući da je Bohrov polumjer obrnuto proporcionalan masi, polumjer muonskog atoma je 207 puta manji od običnog.

Za teške jezgre muonska 1*s*-orbita leži unutar jezgre!

Efekt promjene energije prijelaza je reda R^2/a_0^3, što je u slučaju jezgara oko olova ≈2 (5-6 redova veličine više nego za obične atome)!

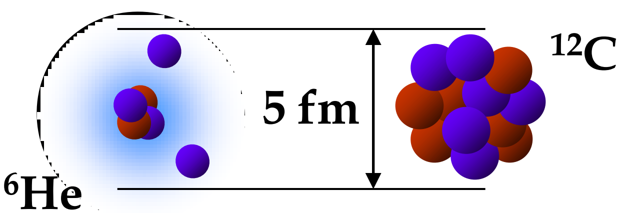
Polumjeri

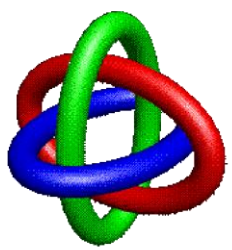




● :stabilni isotopi

I. Tanihata, Nucl. Phys. A654 (1999) 235c





Zadatak 27. Jezgre ^{12}C i ^{14}N imaju T=0 u osnovnom stanju. Najniže stanje s T=1 nalazi se na E_x= 2.3 MeV za ^{14}N i na E_x= 15.0 MeV za ^{12}C. Objasnite tako veliku razliku. Treba znati: $M-A$= 0 MeV (za ^{12}C), 13.37 MeV (za ^{12}B), 2.86 MeV (za ^{14}N) i 3.02 MeV (za ^{14}C).

Rješenje 27.

Uspoređujemo izospinski triplete s A=12 i 14. Energijska razlika među susjednim članovima multipleta dana je s (vidi zadatak 22):

$$\Delta E = \frac{3e^2}{5R}(2Z+1) - 1.29\ MeV =$$

$$= 0.863\frac{2Z+1}{r_0 A^{1/3}} - 1.29\ MeV$$

Uz r_0 = 1.2 fm dobivamo:

$M(^{14}N, T=1) - M(^{14}C, T=1)$= 2.6 MeV

$M(^{12}C, T=1) - M(^{12}B, T=1)$= 2.2 MeV

Rješenje 27.

Dalje imamo:

$$M(^{14}N,\ T=1)-M(^{14}N,\ T=0)=$$
$$= M(^{14}N,\ T=1)-M(^{14}C,\ T=1)+M(^{14}C,\ T=1)-M(^{14}N,\ T=0)=$$
$$= 2.6 + 3.02 - 2.86\ \text{MeV} \approx$$
$$\approx 2.7\ \text{MeV}$$

$$M(^{12}C,\ T=1)-M(^{12}C,\ T=0)=$$
$$= M(^{12}C,\ T=1)-M(^{12}B,\ T=1)+M(^{12}B,\ T=1)-M(^{12}C,\ T=0)=$$
$$= 2.2 + 13.37 - 0\ \text{MeV} \approx$$
$$\approx 15.6\ \text{MeV}$$

Jednostava teorija u slaganju je s podacima. Jezgra ^{12}C posebno je stabilna u osnovnom stanju zbog zatvaranja subljuske $p_{3/2}$ (model ljusaka), odnosno zbog vrlo stabilne alfa-klasterske strukture (klasterski modeli).

Zadatak 28. Broj protona i neutrona podjednak je za lake jezgre, dok teže jezgre imaju više neutrona. Nadalje, energije potrebna za odvajanje neutrona ili protona podjednake su za lake jezgre, dok je za teže energija odvajanja protona puno veća. Objasnite ove pojave na temelju semi-empirijske formule masa.

Rješenje 28.

Energija potrebna za odvajanje jednog protona iz jezgre ${}^{A}Z$ dana je s:

$$S_p = B({}^{A}Z) - B({}^{A-1}Z-1)$$

Za neutrone vrijedi:

$$S_n = B({}^{A}Z) - B({}^{A-1}Z)$$

Koristeći semi-empirijsku formulu masa:

$$B = E_B = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z^2 A^{-1/3} - a_a (A-2Z)^2 A^{-1}$$

Rješenje 28.

dobivamo:

$$S_p - S_n = -a_c \frac{2Z-1}{\sqrt[3]{A-1}} + 4a_a \frac{A-2Z}{A-1}$$

Za stabilne jezgre vrijedi (vidi zadatak 20):

$$Z = \frac{A}{2 + \frac{a_c}{2a_a} A^{2/3}} \approx \frac{A}{2}\left(1 - \frac{a_c}{4a_a} A^{2/3}\right)$$

Dobiva se:

$$S_p - S_n = \frac{-a_c\left(A - \frac{a_c}{4a_a} A^{5/3} - 1\right)}{\sqrt[3]{A-1}} + \frac{4a_a \frac{a_c}{4a_a} A^{5/3}}{A-1} =$$

$$= \frac{a_c}{A-1}\left[A^{5/3} - (A-1)^{5/3} + \frac{a_c}{4a_a} A^{5/3} (A-1)^{2/3}\right]$$

Rješenje 28.

Za teške se jezgre (A>>1) dobiva:

$$S_p - S_n = \frac{a_c}{4a_a} A^{4/3}$$

Dakle, S_p-S_n raste s A!