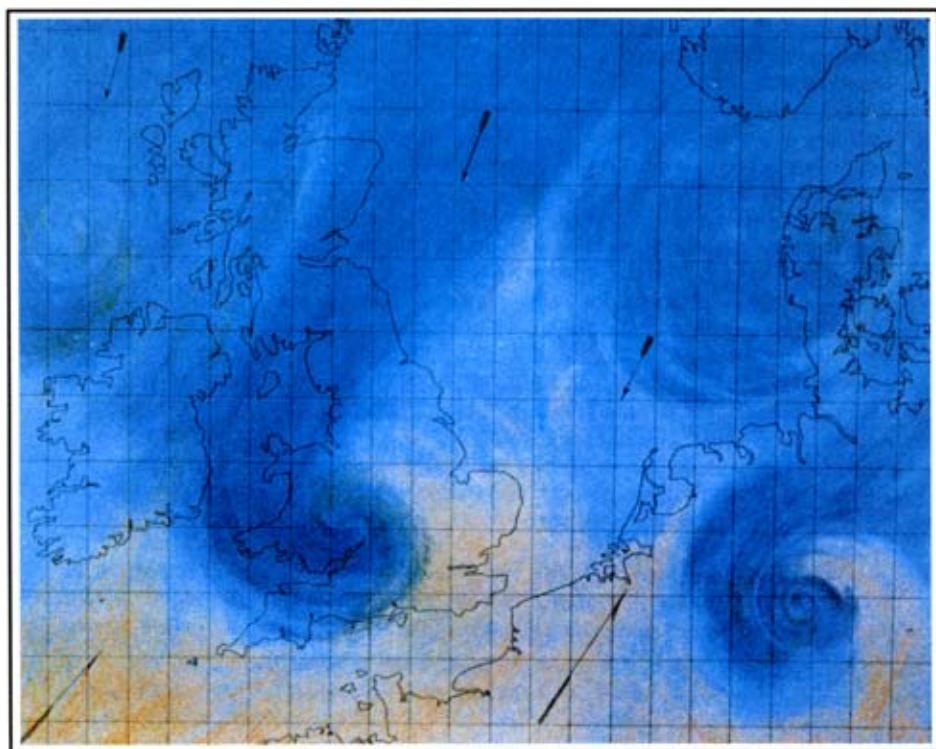


Krešo Pandžić

ANALIZA METEOROLOŠKIH POLJA I SUSTAVA



HINUS

UDŽBENICI SVEUČILIŠTA U ZAGREBU
MANUALIA STUDIORUM UNIVERSITATIS ZAGRABIENSIS



IZDAVAČ

Hinus

Zagreb, Miramarska 13B

Tel. 01 – 615 41 96

Faks 01 – 611 55 18

e-mail: hinus@zg.hinet.hr

UREDNIK

mr. sc. Hrvoje Zrnčić

RECENZENTI

Prof. dr. sc. Branka Penzar

Prof. dr. sc. Nadežda Šinik

mr. sc. Milan Sijerković

LEKTOR

Ivančica Čurić

GRAFIČKO-TEHNIČKI UREDNIK

Ivan Lukac, graf. ing.

CIP – Katalogizacija u publikaciji
Nacionalna i sveučilišna knjižnica - Zagreb

UDK 551.502(075.8)

PANDŽIĆ, Krešo

Analiza meteoroloških polja i sustava

/ Krešo Pandžić – Zagreb : Hinus,

2002. – (Udžbenici Sveučilišta u Zagrebu =
Manualia Universitatis studiorum Zagrabienensis)

Bibliografija – Kazalo

ISBN 953-6904-00-4

I. Sinoptička meteorologija – Udžbenik

420212044

Slika na naslovnici predstavlja sinoptičku situaciju u sjeverozapadnoj Europi,
za 26. listopada 1859. godine, prema zamisli *Roberta Fitzroya* (vidi sliku 3.26).

Copyright © autor

Sva prava pridžana. Niti jedan dio ove knjige ne smije se umnožiti, pohraniti ili prenijeti u
bilo kakvom obliku, fotokopiranjem, elektronički, mehanički, presnimavanjem ili nekim
drugim načinom, bez prethodne pismene privole izdavača.

Krešo Pandžić

**ANALIZA
METEOROLOŠKIH POLJA
I SUSTAVA**

HINUS

Objavljivanje ove knjige omogućili su svojom potporom:

Ministarstvo znanosti i tehnologije

Državni hidrometeorološki zavod

Hrvatski hidrografski institut, Split

HEP – prijenosno područje Zagreb

Energetski institut "Hrvoje Požar", Zagreb

Vodovod i kanalizacija, Split

Vodoprivredno-projektni biro, Zagreb

Higra, Split

Vodoprivreda, Novigrad

Geo-sat, Zagreb

Vodovod, Dubrovnik

PREDGOVOR

Zemljina atmosfera privlačila je čovjekovu pozornost od početka njegova postojanja. Atmosferske pojave kao što su grmljavinske oluje, jaki vjetrovi, poplave ili suše pripisivane su nadnaravnim silama. Razvojem prirodnih znanosti i otkrićem meteoroloških instrumenata tijekom 16. stoljeća otvorile su se mogućnosti za znanstveni pristup proučavanju atmosfere i pojava u njoj. Kako je atmosfera veoma složen sustav još i danas postoje mnoge nepoznanice vezane za ponašanje atmosfere osobito u duljem razdoblju. Meteorologija kao grana geofizike bavi se fizikalnim procesima u atmosferi.

Jedan od najvećih dosega suvremene meteorologije jest mogućnost predviđanja razvoja atmosferskih procesa tj. prognoze vremena oko tjedan dana unaprijed. Praktična provedba postupka prognoze vrlo je zahtjevna s različitih stajališta: kadrovske, tehnološke i financijske. U tom procesu sudjeluje i Republika Hrvatska s raspoloživim resursima, a kao članica *Svjetske meteorološke organizacije*.

Za kvalitetnu prognozu vremena potrebno je imati također kvalitetnu analizu postojećeg stanja atmosfere. Za što kvalitetnije provedbe postupaka analize i prognoze te tumačenja dobivenih rezultata, koji se nadalje mogu koristiti u planiranju ljudskih djelatnosti, potrebni su visoko obrazovani kadrovi. Ne može se, međutim, očekivati kvalitetno obrazovanje bez odgovarajućih udžbenika. Njihova deficitarnost je u Hrvatskoj osobito izražena na području meteorologije odnosno analize i prognoze vremena. Iako je taj nedostatak kompenziran uporabom odgovarajućih izdanja pretežito na engleskom i ruskom jeziku, određen broj vlastitih izdanja je neophodan osobito zbog izgradnje vlastite terminologije.

Tematska cjelina obuhvaća dva dijela: prvi obrađuje analizu meteoroloških polja i sustava (pretežito teoretske osnove za analizu vremena), a drugi uglavnom numeričku prognozu vremena. Sadržaj ovog rada pokriva prvi dio postojećeg programa kolegija *"Sinoptička meteorologija"* studija meteorološko-oceanografskog usmjerenja Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu. Stoga je on prvenstveno namijenjen studentima navedenog usmjerenja, ali ga mogu koristiti diplomirani meteorolozi kao i stručnjaci srodnih disciplina za proširenje znanja o atmosferskim procesima i načinu njihovog prognoziranja.

Autor se zahvaljuje recenzentima: *Prof. Branki Penzar, Prof. Nadeždi Šinik te mr.sc. Milanu Sijerkoviću* na korisnim savjetima i sugestijama. Rukopis su pažljivo pregledali *Prof. Mirko Orlić i Zvonko Žibrat, dipl. ing.* pa im hvala za uloženi trud. Također se pozivaju čitatelji da upozore na moguće propuste kako bi se mogli otkloniti u eventualnim budućim izdanjima.

Autor

SADRŽAJ

1. UVOD	13
1.1 Kratki povijesni pregled događaja važnih za razvoj analize vremena.....	13
1.2 Pojam analize vremena i prostorno-vremenska ljestvica	20
2. METEOROLOŠKA MOTRENJA I ASIMILACIJA PODATAKA	23
2.1 Sustavi prikupljanja meteoroloških informacija	23
2.1.1 Sinoptičke postaje	23
2.1.2 Aerološke postaje	27
2.1.2.1 Pilotbalonska mjerenja vjetra	28
2.1.2.2 Radisondažna mjerenja	29
2.1.3 Meteorološki radari	33
2.1.4 Meteorološki sateliti	36
2.1.5 Svjetsko meteorološko bdijenje	43
2.2 Kontrola meteoroloških podataka	43
2.2.1 Logička kontrola	43
2.2.2 Statistička kontrola	44
2.2.2.1 Kontrola unutar jedne postaje	44
2.2.2.2 Kontrola pomoću podataka sa susjednih postaja	45
2.2.3 Dijagnostička kontrola	49
2.2.3.1 Hidrostatička kontrola	50
2.2.3.2 Geostrofička kontrola	51
2.3 Analitički materijali	53
2.3.1 Meteorološke karte	53
2.3.1.1 Lambertova stožasta projekcija	55
2.3.1.2 Polarna stereografska projekcija	59
2.3.1.3 Mercatorova valjkasta projekcija	59
2.3.2 Termodinamički dijagrami	60
2.4 Objektivna analiza meteoroloških polja	62
2.4.1 Metoda prilagodbe funkcija	62
2.4.1.1 Lokalna polinomna prilagodba	63
2.4.1.2 Spektralna prilagodba	68
2.4.2 Metoda uzastopnog popravljivanja	73
2.4.3 Univarijatna statistička interpolacija	81

2.4.4 Varijacijska metoda usklađivanja meteoroloških polja	89
2.4.5 Metode interpolacije na gustu mrežu	96
2.4.6 Grafičko predstavljanje rezultata numeričke interpolacije	98
3. DIJAGNOZA ATMOSFERSKIH SUSTAVA I POLJA	103
3.1 Zračne mase	103
3.2 Atmosferske fronte	108
3.2.1 Nagib frontalne plohe i klasifikacija fronti	110
3.2.2 Frontogeneza i frontoliza	113
3.2.2.1 Frontogeneza na vertikalnom presjeku	116
3.2.2.2 Pojednostavljeni primjer frontogeneze u horizontalnom polju vjetra	117
3.2.2.3 Frontogenetički i frontolitički sektori u kvazihorizontalnom polju vjetra (na izobarnoj plohi)	119
3.2.2.4 Frontogenetički vektor	121
3.2.2.5 Frontogeneza i vektor \mathbf{Q}	123
3.2.2.6 Frontogeneza u "prirodnim" uvjetima	125
3.2.3 Procjena brzine gibanja fronti	127
3.3 Mlazne struje	128
3.3.1 Empirijski rezultati	128
3.3.2 Analitički aspekt	130
3.4 Barički cirkulacijski sustavi	132
3.4.1 Uobičajeni način prikaza polja tlaka zraka	132
3.4.2 Definicija i intenzitet ciklona i anticiklona	136
3.4.3 Klasične teorije razvoja ciklona (ciklogeneza)	137
3.4.3.1 Termalna teorija ciklona	137
3.4.3.2 Ciklogeneza kao valni poremećaj na fronti	141
3.4.3.3 Sutcliffeova teorija razvoja ciklona	148
3.4.4 Sutcliffeova teorija razvoja anticiklona (anticiklogeneza)	154
3.4.5 Jednadžba tendencije visina izobarnih ploha	155
3.4.6 Dijagnoza ciklogeneze (anticiklogeneze) odnosno polja vertikalnih gibanja pomoću ω -jednadžbe	159
3.4.7 Prizemni barički sustavi i visinski valovi opće atmosferske cirkulacije	165
3.4.7.1 Rossbyjevi valovi na bezdivergentnoj razini	170
3.4.7.2 Valovi u baroklinoj atmosferi koja uključuje razine s $\bar{\delta}_A \neq 0$	170
3.4.8 Zavjetrinska ciklogeneza	172
3.4.8.1 Zavjetrinska ciklogeneza kao posljedica očuvanja potencijalne vrtložnosti u zapadnoj struji	173

3.4.8.2 Zavjetrinska ciklogeneza kao posljedica uspora hladnijeg zraka	176
3.5 Povezanost polja temperature, vlažnosti, vertikalnih gibanja i oborine	187

4. DJELOVANJE ATMOSFERSKIH SUSTAVA

I POLJA NA VRIJEME	191
4.1 Odlike vremena u zračnim masama	191
4.2 Temperaturna inverzija i njen utjecaj na vrijeme	193
4.3 Vrijeme u području atmosferskih fronti	199
4.4 Olujne pruge i vrijeme	203
4.5 Vrijeme u području baričkih cirkulacijskih sustava	203
4.5.1 Vrijeme u ciklonama i ciklonima	204
4.5.2 Vrijeme u anticiklonama	206
4.5.3 Utjecaj mlazne struje na vrijeme	209
4.6 Orografski utjecaji na vrijeme	210
4.6.1 Orografska modifikacija globalnog Sunčevog zračenja	210
4.6.2 Utjecaj orografije na polje strujanja	213
4.6.3 Utjecaj orografije na polje naoblake i oborine	217
4.6.3.1 Slojasti orografski oblaci i oborine iz slojastih oblaka	219
4.6.3.2 Konvektivni orografski oblaci i oborine	223
4.7 Obalna cirkulacija i vrijeme	230

Dodaci

A. Geopotencijal i hipsometrijska jednadžba	233
B. Statistički parametri	237
C. Procjena vrijednosti varijabli po principu najmanjih kvadrata	243
D. Klasična interpolacija	253
E. Osnove varijacijskog računa	255
F. Izentropska analiza na vertikalnom presjeku	267
G. Diferencijalna svojstva polja vjetra	273
H. Horizontalne strujnice i trajektorije	281
I. Hidrodinamička nestabilnost	289
J. Izračunavanje vertikalne brzine gibanja zraka pomoću jednadžbe očuvanja mase	293

Referencije	299
Djelomičan popis oznaka	305
Kazalo pojmova i imena	311

"Može se reći da je atmosfera glazbeni instrument na kojoj se može svirati mnogo melodija. Visoke su zvučni valovi, niske dugi inercijalni valovi, i priroda je više Beethovenskog nego Chopinovog tipa. Više preferira niske note, a samo povremeno svira arpeggio u sopranu i onda samo laganom rukom. Oceani i kontinenti su 'slonovi s plaštem' koji marširaju nespretnim ritmom, svaki dan jedan korak ili nešto tako" (pisao je Jule Charney Philipu Thompsonu 12. veljače 1947. godine)

1. UVOD

Analiza meteoroloških polja i sustava, kao što je naznačeno u predgovoru, pokriva problematiku pretežito teoretskih osnova *analize vremena* kao dijela *sinoptičke meteorologije*. Tradicionalno promatrano, sinoptička meteorologija je grana primijenjene meteorologije koja osim analize (dijagnoze) vremena tretira i predviđanje njegovog razvoja odnosno prognozu. Naziv potječe od grčke riječi *sinoptikos* što znači *pregled*. S meteorološkog gledišta navedena riječ označava *istovremenu*¹ sliku stanja atmosfere na širem području. Osim tradicije, upravo princip "*istovremenosti*" u procesu analize i prognoze vremena opravdava daljnju upotrebu naziva "*sinoptička meteorologija*" iako je sadržaj znatno evoluirao u zadnjih pedesetak godina. Katkad se isti termin povezuje s orijentacijskom veličinom prostorne ljestvice tj. *sinoptičkim razmjerom* reda veličine nekoliko tisuća kilometara. Taj razmjer odgovara veličini prepoznatljivih atmosferskih cirkulacijskih sustava kao što su na primjer *ciklone i anticiklone*.

1.1 Kratki povijesni pregled događaja važnih za razvoj analize vremena

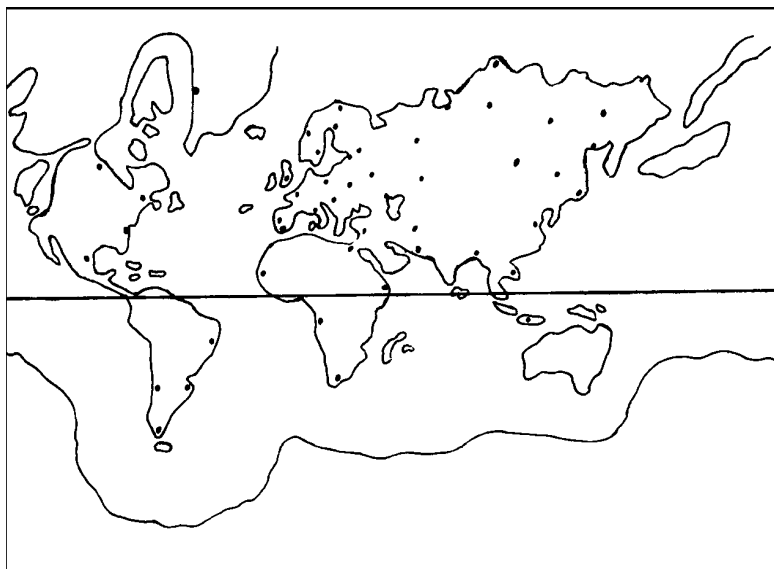
Određena zapažanja o vremenu (znaci vremena) kao i rasprave o njemu potječu još iz antičkog doba (Aristotelova *Meteorologika*). Zapažanja o vremenu često su prerasla u narodne *izreke* ili *poslovice*. Tako, na primjer, pojava snijega krajem studenog u srednjoeuropskim prostorima nedvosmisleno se opisuje izrekom: "*Sveta Kata snijeg na vrata*". Međutim, znanstveni pristup meteorologiji, a time i analizi vremena omogućen je tek nakon otkrića meteoroloških instrumenata odnosno uspostave motriteljskog sustava (vidi Frisinger, 1983).

Prvi meteorološki instrumenti konstruirani su tijekom 16. i 17. stoljeća. Naime, prototip termometra konstruirao *Galileo Galilei* (1564-1642) koncem 16. stoljeća, a otkriće barometra sredinom 17. stoljeća pripisuje se *Evangelistu Torricelliu* (1608-1647). *Robert Hook* (17. stoljeće) jedan je od prvih konstruktora anemometra i higrometra.

Otkriće instrumenata nije samo po sebi riješilo problem meteoroloških motrenja. Trebalo je definirati jedinstvena pravila korištenja tih instrumenata kao i periodiku motrenja. Godine 1771. proslavljeni njemački matematičar *Johann*

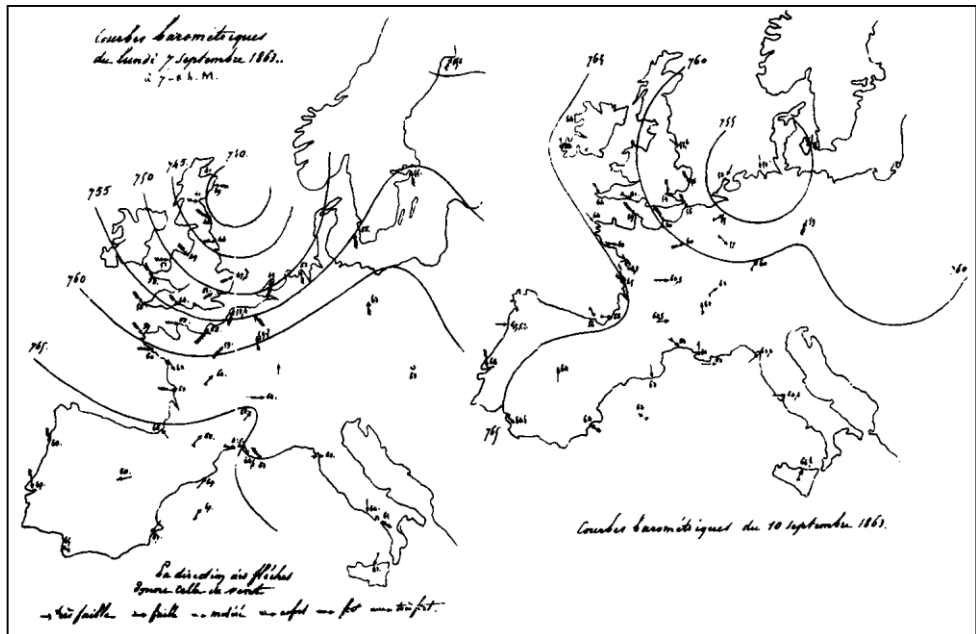
¹Međutim i "*istovremenost*" je upitna u današnjim uvjetima meteorološke prakse kada su sve više zastupljena radiosondažna, satelitska, avionska i brodsko motrenja stanja atmosfere koja nisu istovremena (razlike u vremenu mogu biti i nekoliko sati).

Lambert (1728-1777) predlaže globalnu motriteljsku mrežu sa simultanim (sinoptičkim) motrenjima u podne po *londonskom* vremenu (slika 1.1).



Slika 1.1 Lambertov prijedlog globalne meteorološke motriteljske mreže iz 1771. godine. Točkicama je označen položaj postaja (Frisinger, 1983; str. 111).

Otkriće telegrafa 1843. godine omogućuje brzu razmjenu meteoroloških informacija pa se uskoro nakon toga organiziraju trajne motriteljske službe osobito u zemljama zapadne i srednje Europe te Sjedinjenim Američkim Državama. Taj proces ubrzava osjećaj potrebe za takvim službama kod tadašnjih vlasti u cilju zaštite plovidbe na moru, "*jer kapetan koji zanemaruje vrijeme ima zaista kratak život*" - kaže jedna poslovice. To je bilo osobito naglašeno nakon havarije francuske flote 14. studenoga 1854. godine. Taj događaj, naime, potaknuo je francuske vlasti da se obrate *Urbainu Leverrieru*, načelniku *Pariškog astronomskog opservatorija*, da rekonstruira spomenuti događaj. On konstatira da je oluja bila opažena dan ranije na području Sredozemlja i da se vjerojatno moglo predvidjeti njen položaj da je kontinuirano praćena. Godinu dana kasnije zadužen je za organizaciju sustava za nadzor oluja što prethodi uspostavi *internacionalne meteorološke službe*. Počinje s izdavanjem internacionalnog biltena na pariškom opservatoriju 1857. godine te sinoptičkih karata 1863. godine (slika 1.2).



Slika 1.2 Dvije sinoptičke karte iz biltena "Bulletin International de l'Observatoire de Paris". Pune linije označavaju izobare (mm Hg); brojevi na postajama odnose se na tlak zraka; smjer i jačina vjetra označeni su strelicama s poprečnim crticama. Karte se odnose na 7. i 10. rujna 1863. godine (Kutzbach, 1979; str. 70).

Sličnu ulogu *Leverrierovoj* u Francuskoj, odigrao je admiral *Robert Fitzroy* (1805-1865) u Engleskoj. Kao iskusni kapetan istraživačkog broda *Beagle* imenovan je prvim upraviteljem *Britanske meteorološke službe* koja je osnovana 1854. godine u sastavu *Ministarstva trgovine*. Godine 1861. prvi uvodi naziv "*sinoptička karta*" i počinje redovito objavljivati dnevne prognoze vremena u dnevniku *Times*.

Također 1854. godine poznati meteorolog *Buys Ballot* (1817-1890) postaje direktor *Nizozemskog meteorološkog instituta* koji je osnovan godinu dana prije. Na temelju ograničenog broja postaja s područja Nizozemske, 1857. godine utvrđuje vezu između smjera i brzine vjetra i gradijenta tlaka zraka. Naime, on je otkrio da vjetar općenito puše približno okomito na gradijent tlaka zraka te da je niski tlak na lijevo, ako se postavimo tako da nam vjetar puše u leđa, a visoki s desne strane i da brzina vjetra raste s porastom gradijenta tlaka. Ta veza poznata je generacijama europskih meteorologa kao *Buys Ballotov zakon*.

U to doba počinje postupno razvoj meteorološke mreže u Hrvatskoj. Na primjer, meteorološka postaja na Zagreb-Griču, osnovana 1. prosinca 1861., radi

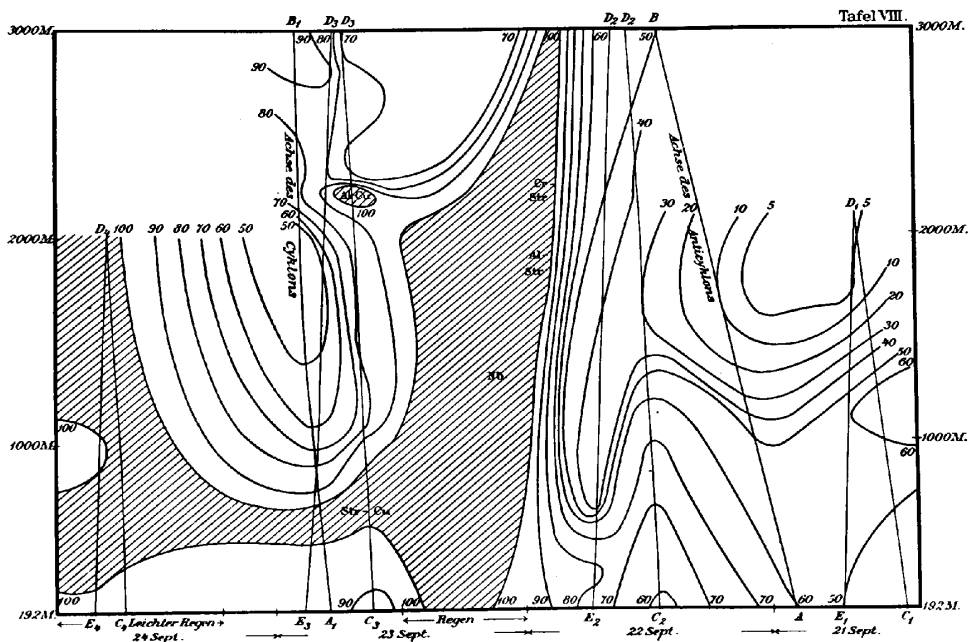
bez prekida do danas. Podaci s te postaje zajedno s podacima nekoliko drugih postaja (Hvar, Mali Lošinj, Pula) preko Beča uključuju se s prekidima u međunarodnu razmjenu 1865. godine. Tek nakon 1892. podaci Zagreb-Griča pojavljuju se redovito na europskim sinoptičkim kartama. Zanimljivo je spomenuti da je poznati hrvatski geofizičar *Andrija Mohorovičić* (1857-1936), upravitelj *Opservatorija Zagreb-Grič* u razdoblju 1893-1914., izdavao prognoze vremena za područje Zagreba u tadašnjim novinama. Priređivane su "*na osnovi motrenja na ovom zavodu i vlastitoga iskustva*" - zabilježio je Mohorovičić (vidi Lisac, 1998). Međutim prijam meteoroloških izvješća iz Europe pomoću radiouređaja na Zagreb-Griču započinje redovito tek 1919., a crtanje sinoptičkih karata i izdavanje prognoza 1920. godine. Nažalost započeti proces je imao veće prekide zbog nedostatka odgovarajućih uvjeta sve do završetka II. svjetskog rata (Sijerković, 1993; Pandžić et al., 1998).

Trodimenzijska analiza atmosferskih polja i sustava omogućena je tek nakon uvođenja visinskih mjerenja meteoroloških parametara. U takva mjerenja mogu se ubrojiti i mjerenja na planinskim postajama. Tijekom 18. i 19. stoljeća za visinska mjerenja u slobodnoj atmosferi korišteni su posebni baloni opskrbljeni klasičnim instrumentima. Prvo takvo mjerenje izvršeno je u *Glasgowu* 1749. godine. Takva su mjerenja bila prilično uspješna što pokazuje analiza vremenskog vertikalnog presjeka na području *Blue Hilla* (SAD) iz 1898. godine koji je prikazan na slici 1.3. Godine 1927. atmosfera je prvi put pilotirana radiosondom. Tijekom II. svjetskog rata započinje razvoj operativne mreže radiosondažnih postaja koja krajem 40-tih godina 20. stoljeća postaje dovoljna za redovnu izradu visinskih sinoptičkih karata. U isto vrijeme započinju radarska meteorološka motrenja vremena. Početkom šezdesetih godina 20. stoljeća tj. 1. travnja 1960. godine lansiran je prvi meteorološki satelit i dostiže se suvremeni stupanj motriteljskog sustava.

Izrada sinoptičkih karata kao i visinska mjerenja omogućuju empirijski pristup analizi vremena tj. analizi meteoroloških polja i sustava (vidi slike 1.2 i 1.3). Tijekom 19. i početkom 20. stoljeća najviše pozornosti privukli su upravo sustavi sinoptičkih razmjera: *ciklone*, *anticiklone* i *atmosferske fronte*. Osobito u prvoj polovini 19. stoljeća nije još bila izgrađena ustaljena terminologija (vidi Kutzbach, 1979). Tadašnji znanstvenici su, na primjer, "*olujama*" (eng. *storms*) nazivali "*vtložne*" sustave praćene oborinom i pojačanim vjetrom neovisno o tome da li je bila riječ o vrtlogu u tropskom području čije su horizontalne dimenzije nekoliko stotina metara ili stotina kilometara (na primjer *tornado* ili *uragan*) ili vrtlozima u izvan-tropskim područjima sinoptičkih razmjera dimenzija preko tisuću kilometara. Termin "*ciklona*" prvi koristi *Henry Piddigton* (1797-1858) godine 1842. U drugoj polovini 19. stoljeća spomenuti izvan-tropski vrtlozi nose nazive kao: *barička depresija*, *barički minimum*, *niski tlak* (eng. *low*), *poremećaj* (eng. *disturbance*), samo *vrtlog* (eng. *vortex*) ili *ciklona* kao što je to uostalom slučaj i danas. Termin

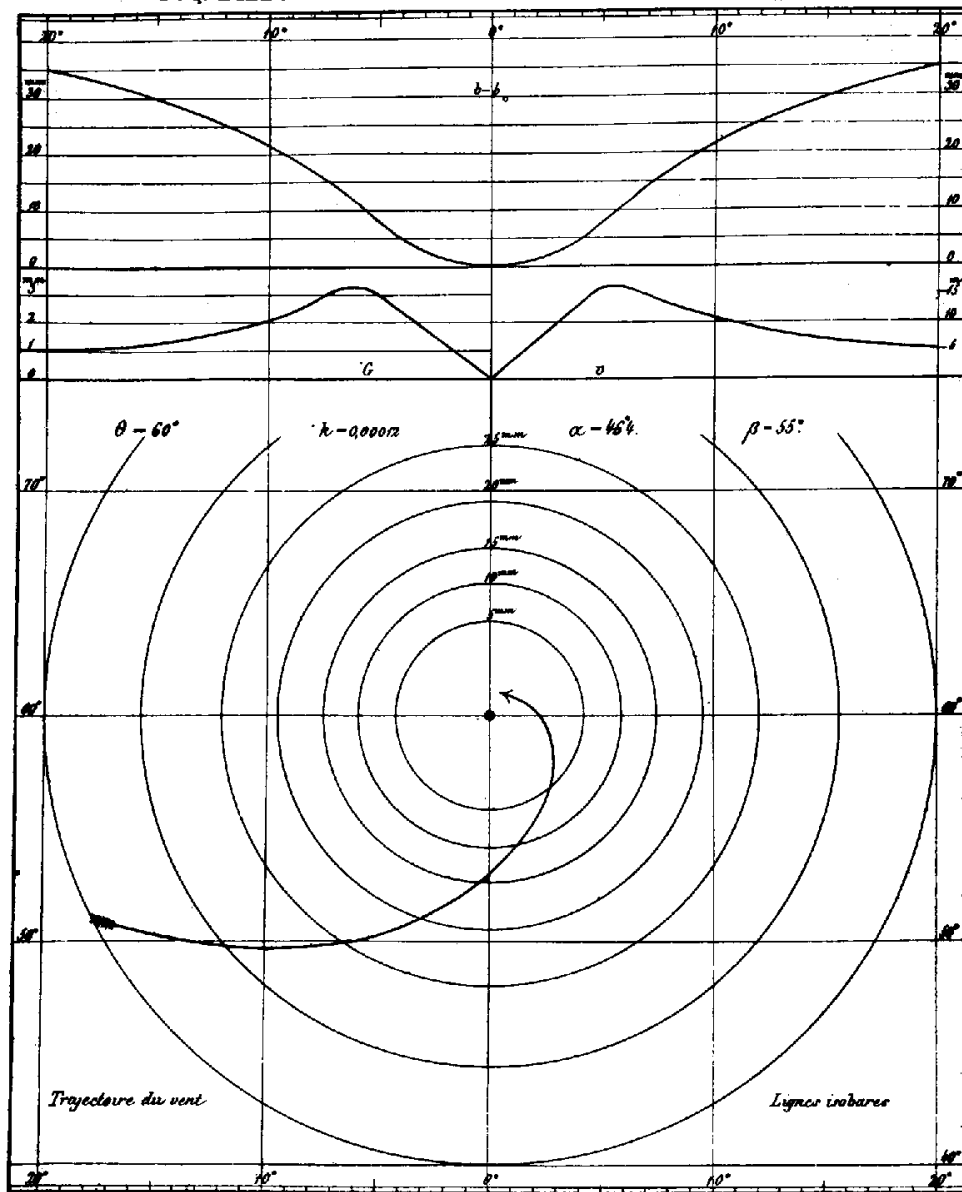
"anticyklona" prvi koristi *Francis Galton* (1822-1911) godine 1863., za vrtlog suprotnog predznaka od ciklonalnog.

Pojam *atmosferske fronte* uvodi 1918. godine *Jacob Bjerknes* koji je stasao u tzv. *Bjerkneskoj školi* u Norveškoj (vidi J. Bjerknes, 1919). Godine 1922. J. Bjerknes i *Solberg* objavljuju *valnu* teoriju ciklone na polarnoj fronti. Iako se njihovo otkriće tradicionalno drži revolucionarnim, *Kutzbach* (1979) pokazuje međutim, da je ono samo nastavak dostignuća kroz čitavo prethodno stoljeće. Prema njenoj analizi meteorološke povijesne dokumentacije, gornje otkriće evoluiralo je iz *termalne* teorije ciklone koja je u određenom obliku bila prevladavajuća tijekom 19. i početkom 20. stoljeća. Ova teorija pretpostavlja da se ciklona održava zahvaljujući dvama izvorima topline iz kojih ona dospijeva u njen sustav: kao *latentna toplina kondenzacije* i *advekcijom iz susjednog dijela atmosfere*. Posljednji izvor naglašava model *Fitzroya* iz 1863. godine koji će biti još razmatran kasnije. Za opisivanje tih procesa koristi se i *prvi princip termodinamike* kao i *jednadžbe hidrodinamike* s osobitim naglaskom na *Coriolisovu* silu otklona koju matematički prvi opisuje *C. G. Coriolis* (1792-1843) godine 1835. (vidi *Hadley*, 1735). Iz posljednjeg proizilazi "*dinamički*"



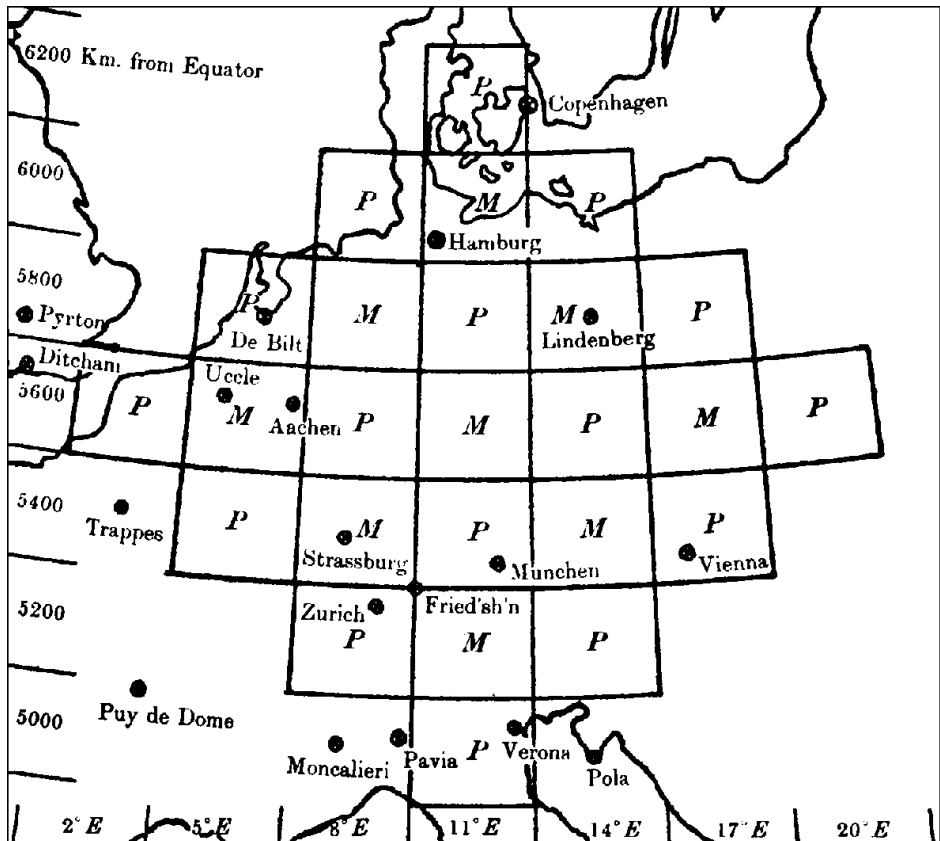
Slika 1.3 Vremenski vertikalni presjek linija jednake relativne vlažnosti zraka za vrijeme prolaska oluje preko postaje *Blue Hill* (SAD) u razdoblju 21-24. rujna 1898. godine. Dužina AB označava os anticiklone, a dužina A₁B₁ os ciklone. Dužine C₁D₁E₁..., C₄D₄E₄ su putanje balona za vrijeme četverodnevno razdoblja mjerenja. Sjenčano područje označava oblake (*Kutzbach*, 1979; str. 169).

TOURBILLON AUTOUR D'UN MINIMUM BAROMETRIQUE PI.III.



Slika 1.4 Dinamički model ciklone s kraja 19. stoljeća. Duga zakrivljena strelica predstavlja spiralu vjetra oko središta ciklone. $b - b_0$ označuje porast tlaka s udaljenošću od središta ciklone gdje je b_0 (mm Hg) tlak u centru. G označava gradijent tlaka (mm po stupnju g.š.). v (ms^{-1}) je brzina vjetra. Ciklona je na geografskoj širini $\Theta = 60^\circ$, koeficijent trenja je $k = 0.00012$, α je kut između gradijenta tlaka i smjera vjetra u vanjskoj zoni, a β odgovarajući kut u unutrašnjoj zoni (Guldberg i Mohn, 1876; prilog).

(matematički) model ciklone (slika 1.4). U tom kontekstu je i *cirkulacijski* teorem Vilhelma Bjerknesa (oca J. Bjerknesa) iz 1897. kojim se povezuje vertikalno smicanje vjetrova (termalni vjetar) i horizontalni temperaturni gradijenti. O svemu ovome još će biti govora kasnije.



Slika 1.5 Motriteljska nepravilna mreža postaja (kružići) i pravilna raster mreža (definirana punim crtama) za *Richardsonov* prognostički eksperiment iz 1922. godine (Richardson, 1922; str. 184).

Richardson (1922) subjektivnim postupkom svodi podatke nepravilne motriteljske mreže na pravilnu raster mrežu (oblik šahovnice; slika 1.5). Međutim, *Panofsky* (1949) koristi polinomnu interpolaciju mjerenih vrijednosti polja na

kvadratnu mrežu točaka, koja se smatra prvim ozbiljnim pristupom *objektivnoj analizi meteoroloških polja*. Zatim slijede radovi *Gilchrista* i *Cressmana* (1954) koji definiraju različite polinome za tzv. *područja utjecaja*. Nakon toga, *Bergthorsson* i *Doos* (1955) uvode metodu uzastopnih popravki koja uključuje preliminarnu procjenu ili pozadinska polja što u znatnoj mjeri unapređuje analizu. U to doba pojavljuju se i statističke metode (*Eliassen*, 1954; *Gandin*, 1963). Osnovni principi objektivne analize meteoroloških polja navedenih postupaka zadržali su se do danas.

1.2 Pojam analize vremena i prostorno-vremenska ljestvica

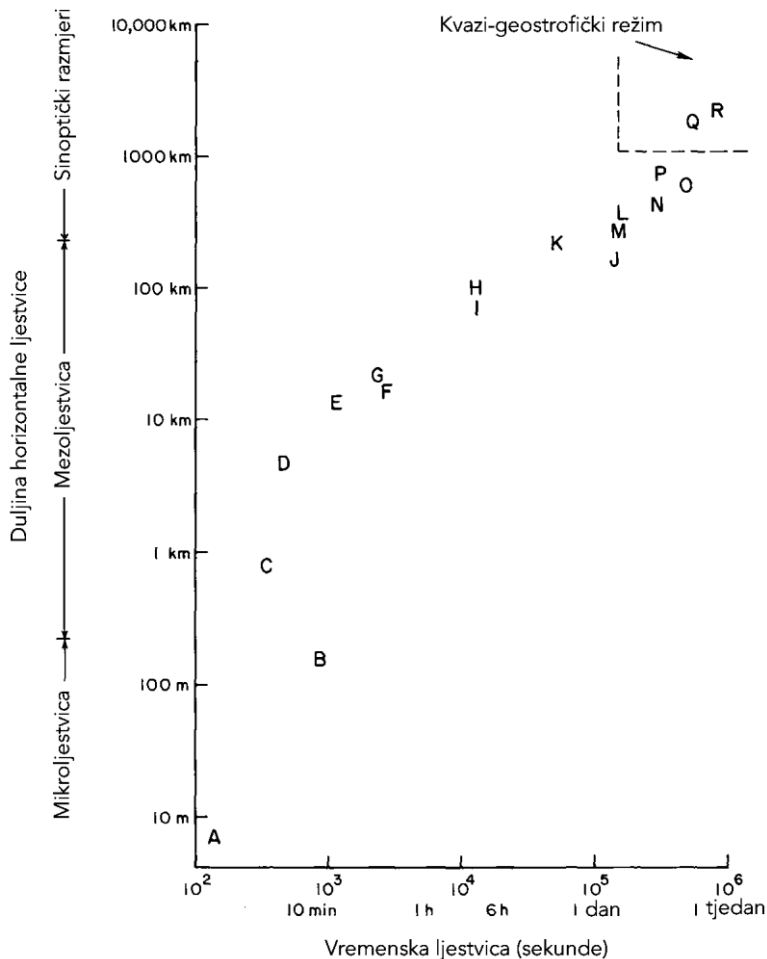
Pod pojmom *analize* u sinoptičkoj meteorologiji podrazumijeva se *detaljno proučavanje* stanja atmosfere zasnovano na stvarnim mjerenjima odnosno vizualnim opažanjima², obično uključujući rastavljanje opaženog stanja na komponente te koristeći izoplete za prikaz različitih elemenata (vidi *Huschke*, 1986). Tako, analiza sinoptičkih karata može se sastojati, na primjer, od crtanja i interpretacije razdiobe vjetra, atmosferskog tlaka, tendencije tlaka, temperature, naoblake i hidrometeora koji se motre približno istovremeno. Pri tome je posebna pozornost poklonjena atmosferskim sustavima kao što su: *zračne mase*, *atmosferske fronte*, *baričko-strujni sustavi* (ciklone i anticiklone). Ti sustavi mogu biti različitih prostornih dimenzija i različitog trajanja. Klasifikacija atmosferskih sustava ilustrirana je na slikama 1.6 i 1.7 (vidi *Bluestein*, 1992).

Na objema slikama treba obratiti pozornost na *kvazigeostrofičke* (približno vrijedi ravnoteža sile gradijenta tlaka zraka i Coriolisove sile) i *hidrostatičke* (vertikalna komponenta sile gradijenta tlaka zraka u ravnoteži sa silom Zemljine teže) sustave čije su horizontalne dimenzije *sinoptičkih razmjera*. Oni su većinom po horizontalnim dimenzijama (kao što je već rečeno) *makrorazmjera*, dok su ostali sustavi *mezorazmjera* (horizontalne dimenzije manje od 1000 km) ili *mikrorazmjera* (horizontalne dimenzije do 1 km).

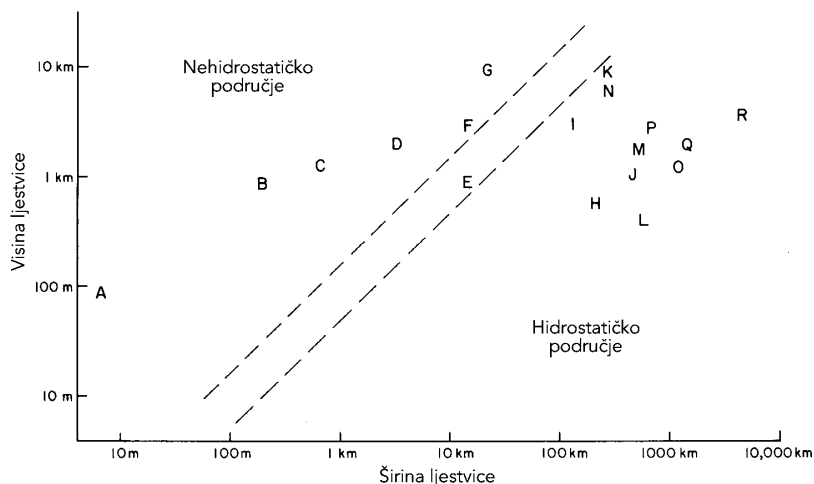
Konačno, treba razmotriti obilježja vremena kao posljedicu djelovanja atmosferskih polja i sustava. To je problem interpretacije koji je osobito važan za prognozu vremena, budući da se najuspješnije unaprijed proračunavaju samo neka atmosferska polja, najčešće razdioba tlaka zraka, na osnovi kojih se donose zaključci o vremenskim prilikama, osobito kada je riječ o lokalnim razmjerima. Zbog toga je potrebna lokalna adaptacija prognostičkih produkata velikih razmjera. Treba napomenuti da se i na osnovi analize stvarnih (mjenjenih) atmosferskih polja, koja se nazivaju i početnim uvjetima, mogu donositi određeni zaključci o razvoju

² U hrvatskoj meteorološkoj službi terminom *motrenje* obuhvaćeno je mjerenje i vizualno opažanje.

vremena u bližoj budućnosti. Prilikom analize u ovom udžbeniku, koristit će se, što je više moguće, upotreba matematičkog aparata, pomoću kojeg je, zahvaljujući zakonima fizike, moguće približno točno opisati atmosferska stanja. Pri tome će



Slika 1.6 Klasifikacija atmosferskih sustava prema horizontalnim prostornim i vremenskim dimenzijama: A - prašinski vrtlog, B - tornado i pijavica, C - oblak vertikalnog razvoja (Cumulus), D - turbulentni vrtlozi, E - olujne pruge, F - mezociklone, G - grmljavinske oluje, H - obalna cirkulacija i cirkulacija nad obronkom, I - oborinski trag, J - obalna fronta, K - konvektivni sustav mezorazmjera, L - niska mlazna struja, M - granica između suhog i vlažnog zraka (eng. dryline), N - tropski ciklon, O - mlazna struja na visini, P - površinska fronta, Q - ciklona i anticiklona, R - doline i grebeni u zapadnoj struji (Bluestein, 1992 (Vol. I); str. 4).



Slika 1.7 Visina i širina atmosferskih sustava prikazanih na slici 1.6 (Bluestein, 1992 (Vol. I); str. 5).

težište biti na primjeni tog aparata, a manji naglasak će biti na njegovoj izvedbi što je u velikoj mjeri zadaća "*dinamičke meteorologije*". U svakom slučaju, prevagu će imati "*numerički*" (objektivni) tretman problema jer je on najpogodniji za rad na računalima (kompjutorima) bez kojih bi današnji stupanj u razvoju meteorologije bio neodrživ. To će ujedno biti i priprema za drugi udžbenik u kojem će naglasak biti na *numeričkoj prognozi vremena*. Iako je tehnološki napredak važan za praktičnu meteorologiju, ipak prema tom napretku treba biti oprezan jer je on za meteorologa *samo sredstvo, a ne cilj* (Houghton, 1985).

2. METEOROLOŠKA MOTRENJA I ASIMILACIJA PODATAKA

Pod pojmom *polja* u fizikalnom smislu podrazumijeva se prostor u čijoj svakoj točki određena fizikalna veličina ima konačnu vrijednost (vidi Huschke, 1986). Tako se može govoriti o gravitacijskom polju, magnetskom, električnom itd. U meteorologiji spomenute fizikalne veličine su: *polje tlaka, temperature, vlažnosti, naoblake, oborine, vjetra* itd.

Ovdje se radi o atmosferskim odnosno meteorološkim poljima čiji se podaci prikupljaju sa širih područja Zemljine kugle u odgovarajuće sabirne centre gdje se dalje razvrstavaju, provjeravaju i konačno prikazuju u obliku povoljnom za analizu. Navedeni postupci djelomično pripadaju ciklusu asimilacije (prilagodbe) meteoroloških podataka (vidi Daley, 1991).

2.1 Sustavi prikupljanja meteoroloških informacija

Sve veća potreba za meteorološkim (atmosferskim) informacijama problem prikupljanja meteoroloških informacija čini složenim. Cijeli proces se sastoji od motrenja, prijenosa, provjere i distribucije pristiglih podataka. Motrenja se obavljaju na sinoptičkim, aerološkim, radarskim i satelitskim postajama. Obavljaju se također specijalna motrenja balonima, te avionska i raketna. Posebno se mogu tretirati motrenja na različitim plovilima (plutače, brodovi).

2.1.1 Sinoptičke postaje

Na sinoptičkim postajama mjere se prizemni parametri: *tlak i temperatura zraka* (po suhom t [$^{\circ}\text{C}$] i mokrom t' [$^{\circ}\text{C}$] termometru), *smjer i brzina vjetra, količina oborine, visina snježnog pokrivača* i drugi. *Naoblaka i vrste oblaka, vidljivost, stanje tla i atmosferske pojave* (vrsta oborine i njezin intenzitet, magla, rosa, mraz, sadašnje i prošlo vrijeme itd.) obično se ocjenjuju vizualnim opažanjem. Ovako dobiveni podaci podvrgavaju se daljnjoj obradi. Naime iz temperatura suhog i mokrog termometra izračunava se relativna vlažnost zraka u [%] kao i rosište t_r [$^{\circ}\text{C}$] pomoću psihometrijskih tablica ili računski. Na opservatoriju Zagreb-Maksimir, na primjer, taj se postupak obavlja računalom. Pri tome se koriste *Magnus-Tetensove* empirijske relacije za tlak vodene pare zasićenog zraka (tlak zasićenja, ravnotežni tlak odnosno maksimalni tlak pare za danu temperaturu zraka) e_s [hPa] suhog i e_s' [hPa] mokrog termometra:

$$e_s = 6.1 \exp \left[\frac{at}{b+t} \right], \quad (2.1)$$

$$e_s' = 6.1 \exp \left[\frac{at'}{b+t'} \right], \quad (2.2)$$

gdje su konstante $a=22.4$; $b=272.4$ u slučaju leda i $a=17.1$; $b=234.2$ u slučaju vode na krpici mokrog termometra. Grafički prikaz funkcije (2.1) dan je na slici 2.1, a isti oblik grafa vrijedi i za jedn. (2.2). Treba napomenuti da se u jedn. (2.1) uvijek koriste navedene konstante za vodu. Prema termodinamičkoj teoriji (vidi Volarić i I. Penzar, 1967; Čadež, 1973), stvarni tlak vodene pare e je

$$e = e_s' - 0.00066(1 + 0.00115t')1013.2(t - t') \quad (2.3)$$

i relativna vlažnost zraka

$$u = (e / e_s)100 \text{ [%]} \quad (2.4)$$

te rosište

$$t_r = b \ln(e / 6.1) / [a - \ln(e / 6.1)]. \quad (2.5)$$

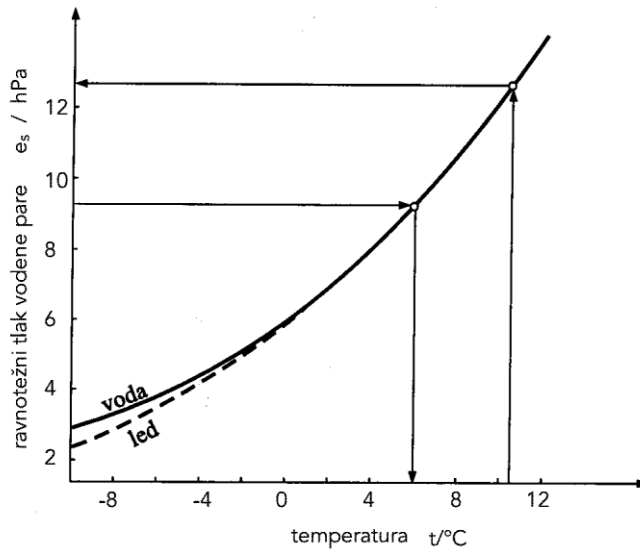
Sada se lako može dobiti deficit rosišta d [$^{\circ}C$] prema relaciji

$$d = t - t_r \quad (2.6)$$

koji se šalje u razmjenu u TEMP izvještaju, dok se u SYNOP i METAR izvještajima šalje rosište (vidi Radinović, 1978; Gelo, 2000).

Drugi problem je svođenje tlaka zraka s postaje p_s na morsku razinu tj. vrijednost p_0 (slika 2.2). Transformacijom *hipsometrijske jednadžbe* (A10), izvedene u Dodatku A, može se dobiti izraz za redukciju tlaka s postaje na morsku razinu. Naime, po definiciji vrijedi odnos između *geometrijskih* (z_1 i z_2) i *geopotencijalnih* (Z_1 i Z_2) visinskih razina dan relacijom

$$z_2 - z_1 = \frac{9.8(Z_2 - Z_1)}{g}, \quad (2.7)$$



Slika 2.1 Ovisnost ravnotežnog tlaka vodene pare e_s o temperaturi zraka (Penzar i Penzar, 2000; str. 93).

gdje je g akceleracija sile teže. Uvažavanjem relacije (2.7), uz pretpostavku da je prva razina u toj relaciji upravo razina mora tj. $z_1 = 0$ ($p_1 = p_0$), a druga razina na nadmorskoj visini postaje $z_2 = h$ ($p_2 = p_s$), jed. (A10) može se pisati u obliku

$$p_0 = p_s \exp\left[\frac{g h}{R_d \bar{T}_v}\right], \quad (2.8)$$

gdje R_d plinska konstanta za suhi zrak, \bar{T}_v srednja virtuelna temperatura pretpostavljena u zamišljenom sloju zraka od morske razine do visine postaje h (vidi jedn. A6). U hrvatskoj meteorološkoj službi koriste se dvije relacije za redukciju tlaka na morsku razinu:

$$p_0 = p_s + 34.7\left[h / (273.15 + t_v)\right] \text{ za } h \leq 10 \text{ m} \quad (2.9)$$

i

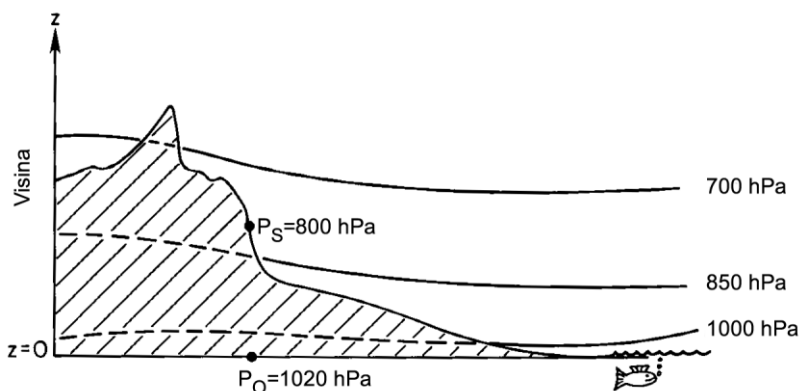
$$p_0 = p_s \exp\left\{(9.8h) / [287.1(273.15 + t_v + e c_h + 0.007(h/2))]\right\} \text{ za } h > 10 \text{ m}, \quad (2.10)$$

gdje je

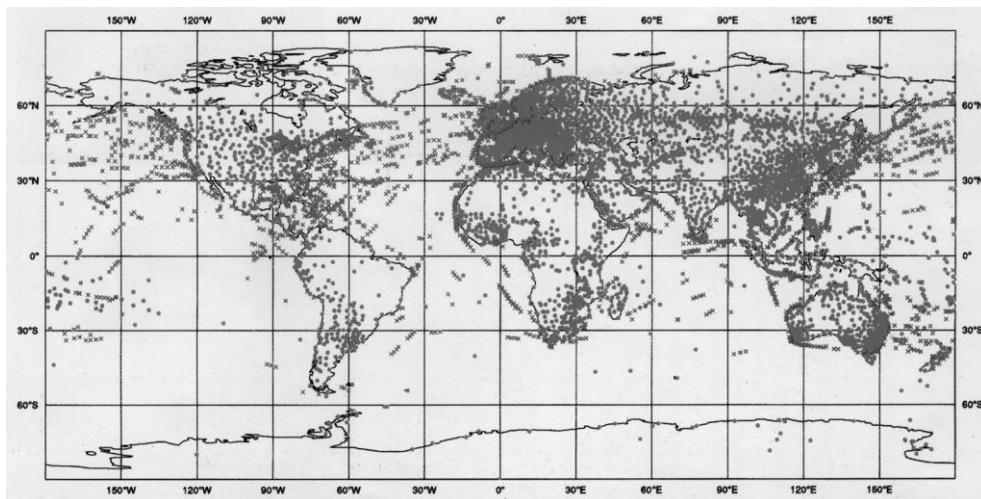
$$c_h = 0.107 + 2.2 \times 10^{-5} h + 2.8 \times 10^{-9} h^2, \quad (2.11)$$

i t_v , virtualna temperatura zraka na postaji izražena u Celziosovim stupnjevima tj. $t_v = T_v - 273.15$, gdje je T_v apsolutna virtualna temperatura na postaji (vidi također jedn. A6). Naravno i ovaj problem rješava se uz pomoć tablica ili računalom kao što je to slučaj na opservatoriju Zagreb-Maksimir.

Na planinskim postojama provodi se "*redukcija tlaka*" na najbližu standardnu izobarnu plohu (na primjer 850 hPa) na taj način što se izračuna geopotencijalna visina te plohe na temelju meteoroloških podataka na postaji i visine postaje. Za tu svrhu treba direktno koristiti jedn. (A10) s time da se nadmorska visina postaje izrazi u geopotencijalnim metrima (vidi jedn. 2.7), iako pogreška nije velika ako se ta pretvorba i ne obavi, osobito za niže postaje u umjerenim geografskim širinama. Primjer takve postaje je Puntijarka na Medvednici kod Zagreba. Redukcija tlaka može se obavljati i na udaljenije izobarne plohe od navedene plohe 850 hPa, a također istovremeno reducirati tlak na morsku razinu. Ekstrapolacija meteoroloških podataka s postaje ponekad nije dovoljno uspješna, osobito u slučaju temperaturne inverzije, a naročito za visinsku razliku veću od 1 km. Tada su moguće veće pogreške u ekstrapolaciji, osobito pri redukciji tlaka na morsku razinu, pa se mogu javiti "lažne" anticiklone (vidi Wallace i Hobbs, 1997; Bluestein, 1992).



Slika 2.2 Ilustracija redukcije tlaka na morsku razinu. Tlak na postaji je označen s p_s , a na morskoj razini s p_0 . Sjenčano područje označava orografsku uzvisinu presječenu izobarnim ploham, dok nazubljena crta predstavlja morsku površinu (Bluestein, 1992 (Vol. I); str. 60).



Slika 2.3 Razdioba sinoptičkih postaja na globalnoj ljestvici.

Konačno, motreni podaci kodiraju se u SYNOP izvještaje i šalju u sabirne centre. Obično se oni šalju svaka 3 sata (00, 03, 06, ...) po GMT (*Greenwich Mean Time*) ili UTC (*Universal Time Coordinated*), što je isto.

Na automatskim sinoptičkim postajama veći dio posla obavlja ugrađeno mikroracunalo, pa je doprinos motritelja manji. Međutim, bez obzira na automatizaciju dobro je poznavati klasične principe prikupljanja podataka, jer su oni većinom zadržani i kod automatskih postaja, iako nije očevidan postupak kao kod "ručne" obrade.

Optimalna udaljenost sinoptičkih postaja u ravnici je oko 150 km, dok u orografski razvijenim područjima treba biti manja. U praksi to često nije slučaj, posebno u rijetko naseljenim područjima i na oceanima. Tipična gustoća navedenih postaja na globalnoj ljestvici prikazana je na slici 2.3. Termin "*tipičan*" ovdje označava približnu gustoću postaja koja je potvrđena kroz praksu, a koja nije uvijek reprezentirana istim postajama. U Hrvatskoj postoji tridesetak postaja sinoptičkog ranga.

2.1.2 Aerološke postaje

Na aerološkim postajama dobivaju se podaci: *temperature, relativne vlažnosti i tlaka zraka, visine izobarnih ploha te smjera i brzine vjetra*. Ti podaci odnose se

na donjih tridesetak kilometara atmosfere. Vjetar se mjeri pilotbalonskim, radarskim ili radiosondažnim sustavom.

2.1.2.1 Pilotbalonska mjerenja vjetra

Pilotbalonska mjerenja obavljaju se uz pomoć teodolita i balona napunjenog vodikom ili helijem. Kako se on diže (do 300 m/min), nosi ga struja zraka (otpor zraka se zanemaruje). Na osnovi projekcije njegova dva uzastopna položaja r_1 i r_2 može se izračunati smjer i brzina vjetra (slika 2.4). Iz slike 2.4a slijedi

$$r_1 = h_1 / \operatorname{tg} \varepsilon_1, \quad (2.12)$$

$$r_2 = h_2 / \operatorname{tg} \varepsilon_2, \quad (2.13)$$

gdje su h_1 i h_2 visine balona (unaprijed se pretpostave na temelju brzine dizanja) te ε_1 i ε_2 odgovarajući kutevi nagiba (elevacija) spojnice balon-teodolit i horizontalne plohe.

Nadalje, iz slike 2.4b može se naći

$$\Delta x = r_2 \sin \alpha_2 - r_1 \sin \alpha_1, \quad (2.14)$$

$$\Delta y = r_2 \cos \alpha_2 - r_1 \cos \alpha_1, \quad (2.15)$$

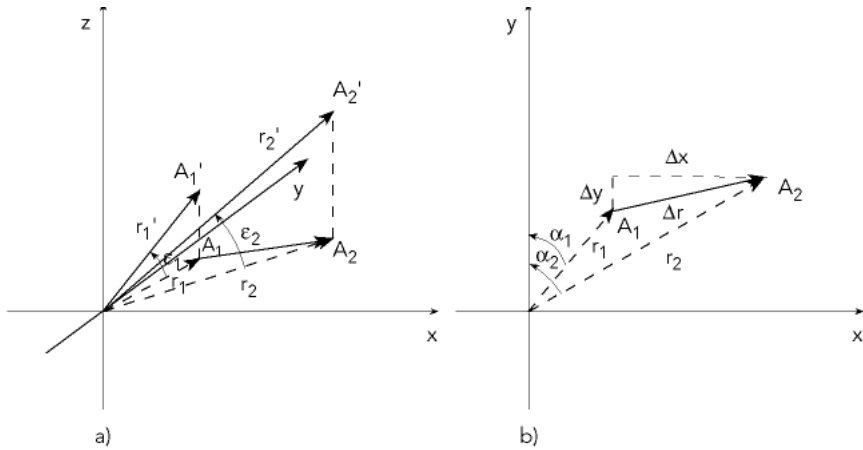
$$\Delta r = (\Delta x + \Delta y)^{1/2}, \quad (2.16)$$

gdje su Δx i Δy komponente projekcije u zonalnom i meridionalnom smjeru te Δr razlika u projekcijama dva uzastopna položaja, a α_1 i α_2 odgovarajući azimuti položaja pilotbalona.

Iz (2.16) i vremenskog razmaka Δt slijedi da je brzina vjetra V dana relacijom

$$V = \Delta r / \Delta t \quad [\text{m/s}], \quad (2.17)$$

dok se smjer određuje na osnovi predznaka komponenata Δx i Δy .



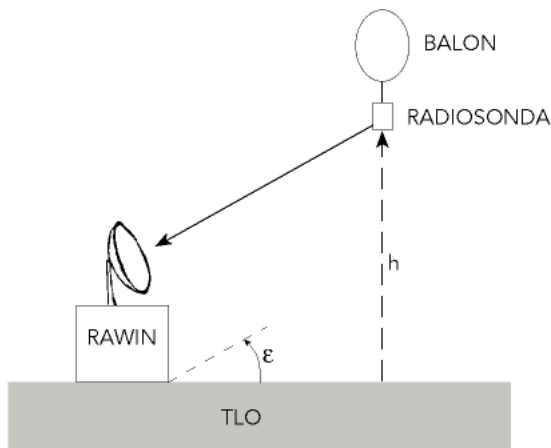
Slika 2.4 Shematski prikaz dva uzastopna položaja pilotbalona u: a) trodimenzijalnom prostoru i b) na projekciji u horizontalnoj ravnini.

2.1.2.2 Radiosondažna mjerenja

Važni podaci za operativnu analizu i prognozu vremena su podaci radiosondaža. Naziv potječe od principa prijenosa mjerenih signala meteoroloških elemenata, koji se zasniva na radiovalovima. Naime, modulirani radiovalovi visoke frekvencije prenose meteorološke informacije od radiosonde (koja se diže brzinom oko 350 m/min) do prijemnog uređaja (RAWiNa - RADio WIND) smještenog na radiosondažnoj postaji (slika 2.5). On obavlja demodulaciju radiovalova i tako izdvaja informaciju o tlaku, temperaturi i relativnoj vlažnosti zraka. Međutim, početno su te informacije samo u određenoj funkcionalnoj vezi s navedenim elementima. Tlak se određuje na temelju liste umjeravanja (baždarenja) i odgovarajućih signala koji se bilježe na listi registracije ili direktno ulaze u računalo. Analogno, temperatura se izračunava iz odgovarajućih zapisa ili ulaza u računalo prema empirijskoj formuli, kao i relativna vlažnost zraka. Veza se temelji na ovisnosti promjene nekog elektroničkog parametra senzora (npr. njegovog električnog otpora) o meteorološkim uvjetima (temperaturi i vlažnosti zraka, na primjer).

Za daljnje korištenje ne uzimaju se sve informacije koje daje radiosondažni sustav. Biraju se samo one razine na kojima pojedini meteorološki elementi znatnije odstupaju od linearnosti. Te razine nazivaju se signifikantnim razinama ili

tradicionalno *značajnim nivoima*. Spomenuta odstupanja su za temperaturu 1 ili 2 °C, a za vlažnost zraka 10%. Kod vjetra se također biraju signifikantne razine na temelju kriterija odstupanja od linearnosti. Na primjer, signifikantnom se smatra promjena brzine vjetra od 5 m/s ili promjena njegovog smjera od 10 do 60° ovisno o brzini. Također, kao signifikantne razine uzimaju se granice izotermnih i inverzijskih slojeva te donja granica tropopauze. Svi su vezani za kvazinulti ili pozitivni temperaturni visinski gradijent, dakle po predznaku suprotan prevladavajuće negativnom u troposferi. Tropopauza se definira kao kvaziizotermni ili inverzioni sloj debljine 1 ili 2 km s temperaturnim gradijentom većim od $-0.22 \text{ } ^\circ\text{C}/100 \text{ m}$ odnosno $-0.32 \text{ } ^\circ\text{C}/100\text{m}$, ali na visini većoj od plohe 500 hPa. Ona predstavlja prijelaznu zonu između troposfere i stratosfere, a visina joj varira između 15 i 20 km na Zemljinu ekvatoru, dok se postupno smanjuje prema polovima na oko 8 do 10 km.

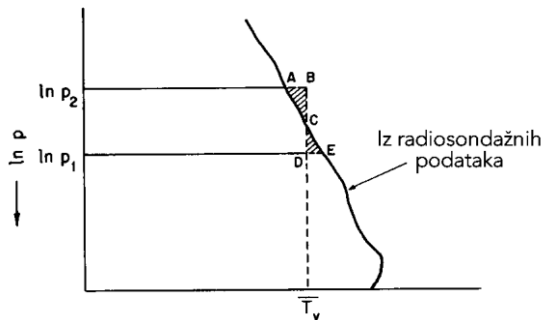


Slika 2.5 Shematski prikaz radiosondažnog sustava.

Geopotencijalne visine izobarnih ploha izračunavaju se iz podataka temperature i vlažnosti zraka. Najprije se izračunava *relativna visina* sloja atmosfere između dviju izobarnih ploha. Za tu svrhu se koristi već spomenuta *hipsometrijska jednadžba* (A10) iz Dodatka A tj.

$$\Delta Z = 29.3 \bar{T}_v \ln(p_1 / p_2) \text{ [gpm]}, \quad (2.18)$$

gdje je ΔZ razlika *geopotencijalnih visina* (izraženih u geopotencijalnim metrima) između dviju izobarnih ploha, \bar{T}_v srednja apsolutna virtualna temperatura tog sloja i p_1 tlak na donjoj te p_2 na gornjoj granici sloja. Postupak grafičke procjene srednje virtualne temperature sloja atmosfere između dvije visinske razine ilustriran je na slici 2.6 (vidi Wallace i Hobbs, 1977). *Apsolutna visina* izobarne plohe dobiva se sumiranjem relativnih visina.

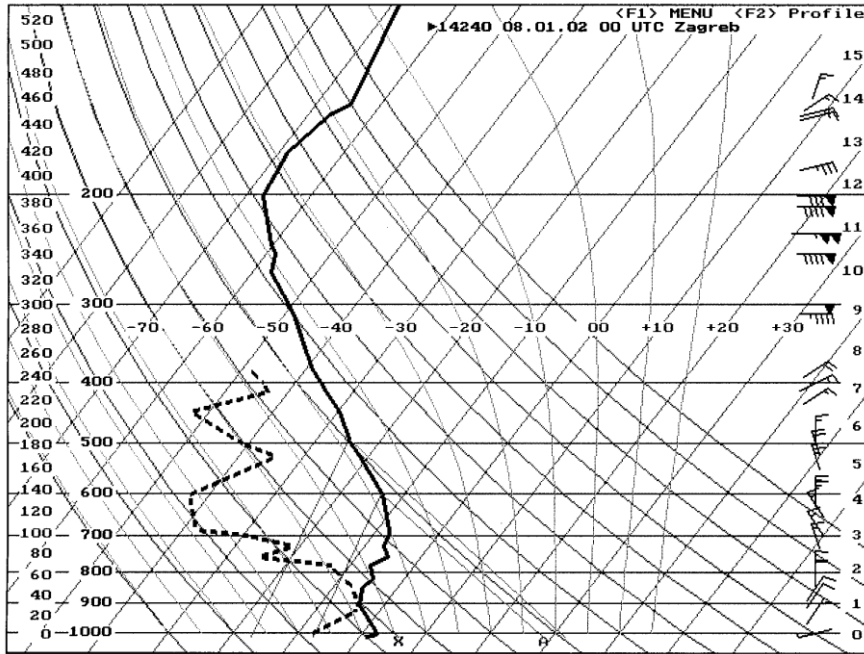


Slika 2.6 Ilustracija procjene srednje virtualne temperature zraka između dviju izobarnih ploha, prema principu jednakih površina (Wallace i Hobbs, 1977; str. 57).

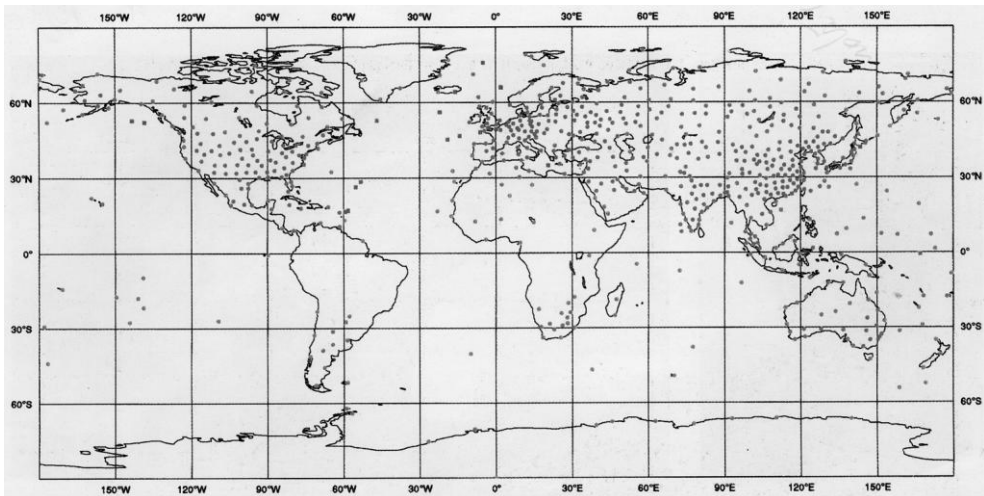
U slučaju da se koristi elektronički teodolit (RAWIN) za praćenje položaja radiosonde, vjetar se izračunava na sličan način kao kod pilotbalonskog mjerenja, što je prethodno opisano. U novije vrijeme sve više se koriste i drugi načini praćenja položaja radiosonde kao što je satelitski GPS (Global Positioning System), čiji opis prelazi okvire ovog udžbenika.

Vertikalni profili mjerenih veličina mogu se prikazati grafički, kao što je prikazano na slici 2.7. Takav prikaz ima direktnu primjenu u kritičkoj provjeri podataka, ali i u dijagnozi i kratkoročnoj prognozi vremena.

Konačno, odabrani rezultati mjerenja interpoliraju se i na, globalnim sporazumom, određene standardne izobarne plohe kao što su: 1000, 925, 850, 700, 500 hPa itd. Interpolacija je linearna jer je i izbor signifikantnih razina temeljen na principu linearnosti. Na kraju se odabrani podaci tj. oni na signifikantnim razinama i standardnim plohama kodiraju u povoljan oblik i putem TEMP izvještaja šalju u međunarodnu razmjenu. Razdioba radiosondažnih postaja nije homogena u svjetskim razmjerima, a osobito je nedovoljna gustoća na južnoj hemisferi (slika 2.8).



Slika 2.7 Izlazni rezultati automatiziranog radiosondažnog sustava VAISALA. Deblja puna (isprekidana) crta predstavlja vertikalni profil temperature zraka (rosišta). Desno pozicionirane zastavice označavaju smjer i brzinu vjetra. Podaci se odnose na radiosondažu Zagreb-Maksimir za 8. siječnja 2002. godine u 00 UTC:



Slika 2.8 Razdioba radiosondažnih postaja na Zemlji.

U Hrvatskoj je trenutno aktivna samo jedna radiosondažna postaja i to na opservatoriju Zagreb-Maksimir. Uspostava druge, potpuno automatizirane, radiosondažne postaje Zadar-Zemunik je u postupku.

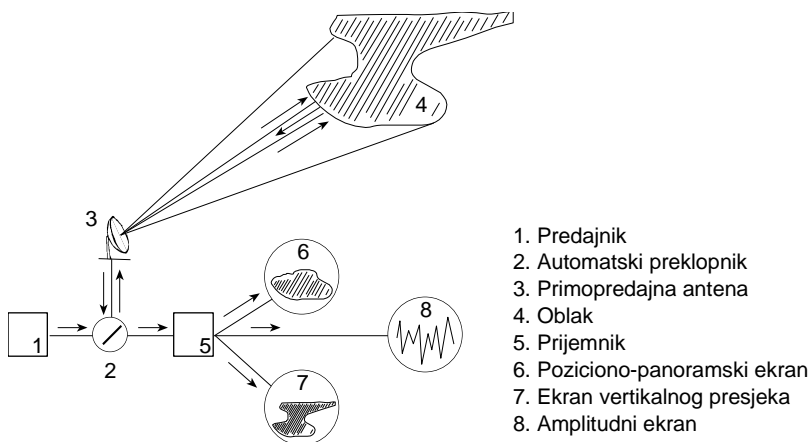
2.1.3 Meteorološki radari

Radari (RADio Detection And Ranging) u meteorološkoj službi su namijenjeni za otkrivanje i praćenje razvoja i gibanja oblačnih sustava i pojava vezanih s njima. Prva primjena radara za motrenje vremena vezana je za izviđačke akcije savezničkog zrakoplovstva za vrijeme *Drugog svjetskog rata* (vidi Atlas, 1990).

Princip rada radara zasniva se na svojstvu refleksije snopa radiovalova, koje on emitira, od primjese prisutnih u dijelu atmosfere na koji je snop usmjeren (slika 2.9). Snaga povratnog radarskog snopa P_r , ovisi o: količini i agregatnom stanju vodene tvari u jedinici volumena atmosfere, odnosno o efektivnoj površini rasipanja σ , površini antene radara A_p , udaljenosti cilja L , valnoj duljini radiovalova λ i jačini emitiranog signala P_t . Navedena ovisnost izražava se radarskom jednažbom (vidi Maksimović, 1973; Houghton, 1985)

$$P_r = \frac{P_t A_p^2 \sigma}{9L^4 \lambda^2 \pi} , \quad (2.19)$$

gdje je ovdje $\pi=3.14$ kao i u ostatku knjige ako nije drukčije rečeno.



Slika 2.9 Blok shema principa rada radara (Maksimović, 1973; str. 10).

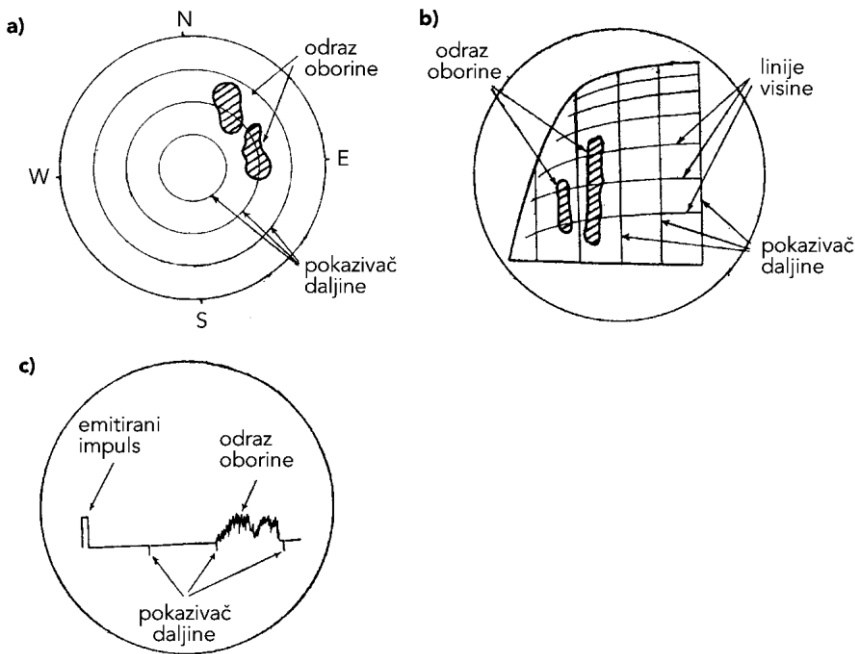
Zbog praktičkih razloga definira se odnos veličine P_r i snage razine šuma P_s prema relaciji

$$B = 10 \log(P_r / P_s) \text{ [dB]}, \quad (2.20)$$

pa se snaga povratnog signala izražava u *decibelima* (dB), nazvanim u čast eksperta za zvuk *Grahama Bella*.

Slika meteorološkog cilja na radarskom zaslonu (ekranu) naziva se odraz ili jeka (eng. echo). Postoje tri načina prikazivanja odraza, na: panoramskom, amplitudnom i zaslonu vertikalnog presjeka (slika 2.10).

Korištenjem intenziteta odraza oblaka može se uz poznavanje njegove visine te temperaturnih prilika ocijeniti da li je on tučonosan ili nije. Stoga ne čudi da su radari važno sredstvo u obrani od tuče.



Slika 2.10 Tipovi radarskih zaslonova: a) panoramski, b) vertikalnog presjeka i c) amplitudni (Radinović, 1969; str. 324, 325).



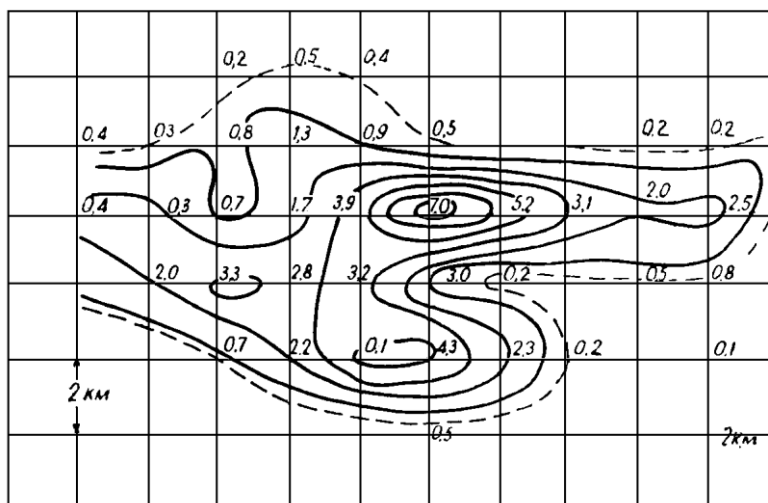
Slika 2.11 Radarski centar Bilogora.

U Hrvatskoj postoji nekoliko radarskih centara uspostavljenih u tu svrhu (slika 2.11), iako se u posljednje vrijeme radi na njihovoj prilagodbi i za druge potrebe. Jedna od tih potreba je mjerenje količine, osobito pljuskovitih oborina, u cilju efikasnije zaštite od poplava. Veza između intenziteta oborine I i intenziteta radarskog odraza B je

$$B = aI^b, \quad (2.21)$$

gdje su a i b empirijske konstante koje nisu jedinstvene kod različitih autora. Rezultati mjerenja se onda mogu prikazati izohijetama (izohijete su linije istih količina oborine) na kvadratnoj raster mreži dimenzija osnovnih ćelija, 1 ili 2 kilometra (slika 2.12).

Praćenje meteorološkog objekta može se automatizirati i rezultati mjerenja kvantificirati. Konačno oni se šifriraju u RADOB izvještaj i šalju u međunarodnu razmjenu. Danas su mnoge zemlje povezane u jedinstvenu radarsku mrežu, tako da se meteorološki sustavi mogu pratiti na širem području. Tako je i radar na Bilogori povezan s radarskim sustavom srednjoeuropskih zemalja.

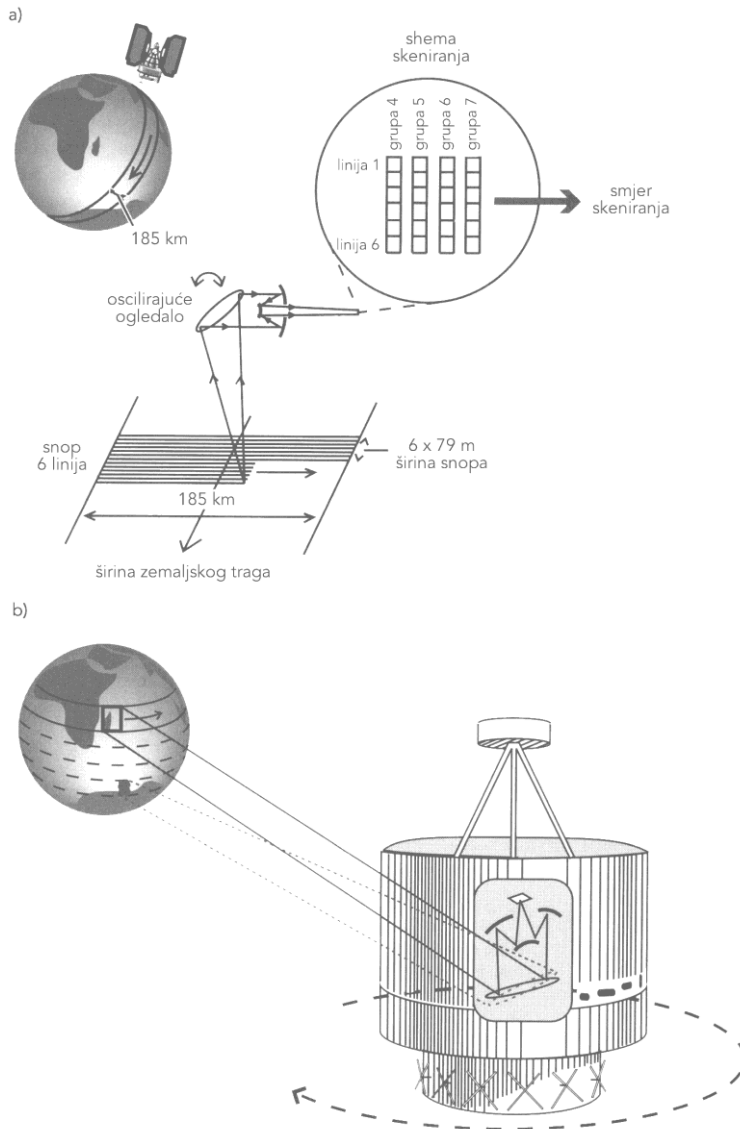


Slika 2.12 Prikaz prostorne razdiobe količina oborine izmjerenih radarom 18. kolovoza 1959. godine na području Kijeve (prema Stepanenko, 1966; Radinović, 1969; str. 329).

2.1.4 Meteorološki sateliti

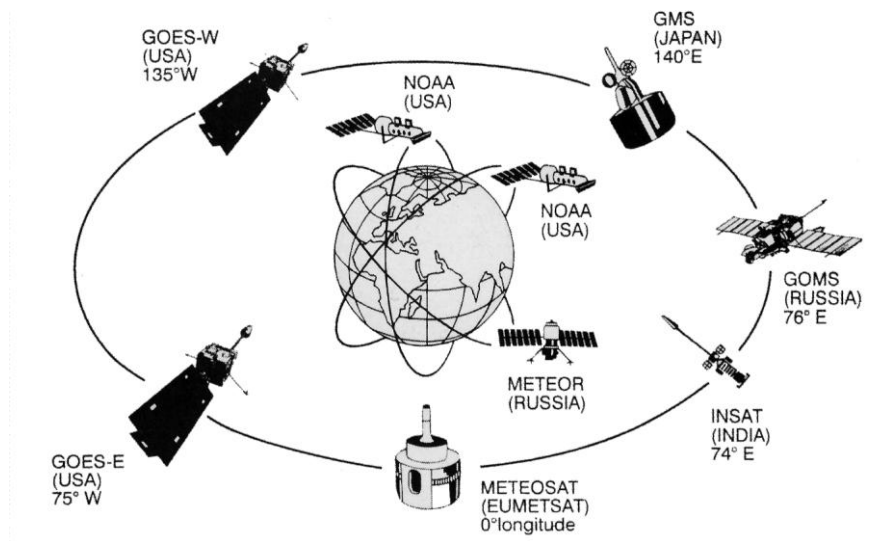
Meteorološki sateliti najčešće pribavljaju pregledne slikovne i/ili digitalne informacije o: *naoblaci, temperaturi, zračenju, vjetru i oborini*. Razlikuju se orbitalni i stacionarni sateliti. Orbitalni sateliti kruže oko Zemlje na visini od oko 850 km (slika 2.13a), od kojih svaki napravi 12.5 ophoda tijekom 24 sata. Snimak čitave Zemljine kugle oni realiziraju tijekom 12 sati. Prvi orbitalni meteorološki satelit lansiran je 1. travnja 1960. godine (vidi Houghton, 1985.). Njegov naziv je bio TIROS (Television-Infra Red Observational Satellite). Geostacionarni sateliti kruže zajedno sa Zemljom, a stacionirani su iznad ekvatora na visini oko 36000 km (Slika 2.13b). Oni proizvode novu sliku oblaka svakih 30 minuta ili češće, a služe i

kao telekomunikacijski centri. Prvi geostacionarni satelit je bio SMS (Synchronous Meteorological Satellite) lansiran 1974. godine. On je zamijenjen tipom GOES (Geosynchronous Operational Environmental Satellite) godinu dana kasnije. Godine 1977. geostacionarni satelit METEOSAT (METEOrological SATellite) lansirala je ESA-a (European Space Agency).



Slika 2.13 Položaj orbitalnog (a) i geostacionarnog (b) satelita u odnosu na Zemlju (prema Schott, 1997; 156. str.).

U Državnom hidrometeorološkom zavodu Republike Hrvatske postoji prijemna stanica za komunikaciju s METEOSAT-om, što podrazumijeva prijem slike oblaka, kao i analitičke i prognostičke sinoptičke karte. Suvremeni meteorološki satelitski sustav prikazan je na slici 2.14.



Slika 2.14 Suvremeni meteorološki satelitski sustav oko Zemlje.

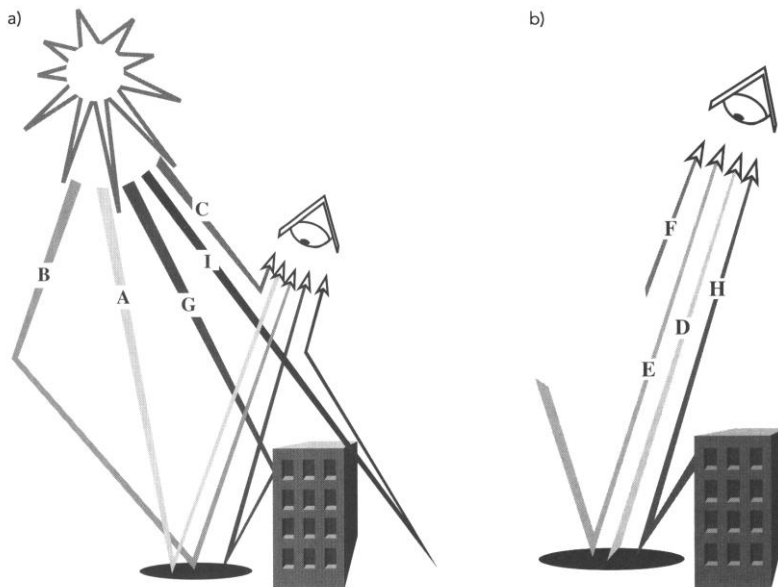
Princip rada satelita temelji se na radiometrijskoj analizi slike registrirane pomoću senzora. Zračenje koje pristiže s promatranog objekta može biti iz različitog dijela elektromagnetskog spektra. Izvor tog zračenja je Sunce (kratkovalno zračenje) ili sustav Zemlja-atmosfera (dugovalno ili toplinsko zračenje). Shematski prikaz staza elektromagnetskih zraka izložen je na slici 2.15.

Ovdje treba obratiti pozornost na dijelove elektromagnetskog spektra za koje je atmosfera propusna, tzv. *prozore* (eng. windows). Takva spektralna područja mogu se uočiti na slici 2.16. Za vidljivi dio spektra atmosfera je dobro propusna. Posebno je zanimljivo područje između 8 i 14 μm , gdje se Sunčeva kratkovalna radijacija može ignorirati, a dugovalno zračenje ima maksimalnu vrijednost. To nije slučaj u području 3-5 μm , gdje je participacija Sunčevog zračenja signifikantna. Također treba uočiti područje oko 6 μm , gdje je apsorpcijska vrpca vodene pare. Shodno tome često se za satelitska motrenja odabiru spektralne vrpce: 0.5-0.7 μm u vidljivom, 10.5 -12.5 μm u infracrvenom i oko 6 μm za spektar vodene pare.

Općenito, ukupna energija zračenja pristigla s objekta motrenja na površinu senzora, izražena u jedinici vremena na jedinicu površine po steradianu [$\text{W m}^{-2} \text{sr}^{-1}$] može se razložiti na komponente, kao što je to ilustrirano na slici 2.17 (kompozicija slika 2.15a i 2.15b uz ispuštanje direktnog Sunčevog zračenja koje pristiže s objekata koji okružuju objekt motrenja, a koje je označeno sa I na slici 2.15), a simbolički tzv. "velikom jednadžbom" (vidi Schott, 1997) oblika

$$L = L_A + L_D + L_B + L_E + L_G + L_H + L_C + L_F, \quad (2.22)$$

gdje su: L_A — reflektirano direktno Sunčevo zračenje od objekta motrenja (albedo), L_D — dugovalno zračenje objekta motrenja, L_B — raspršeno (difuzno) Sunčevo zračenje reflektirano od objekta motrenja, L_E — atmosfersko dugovalno zračenje reflektirano od objekta motrenja, L_G — direktno Sunčevo zračenje reflektirano najprije na okolnim objektima, a zatim na objektu motrenja, L_H — dugovalno zračenje okolnih objekata reflektirano na objektu motrenja, L_C — raspršeno Sunčevo zračenje pristiglo iz atmosfere koje nije doseglo objekt



Slika 2.15 Putanje Sunčevih zraka (a) i termalnog (toplinskog) zračenja (b); za oznake vidi tekst (Schott, 1997; str. 48 i 51).

motrenja, L_F — dugovalno zračenje pristiglo direktno iz atmosfere. Treba spomenuti da se indeksi uz simbole u jedn. (2.22) odnose također na odgovarajuće putanje energije zračenja (zrake) prikazane na slikama 2.15 i 2.17.

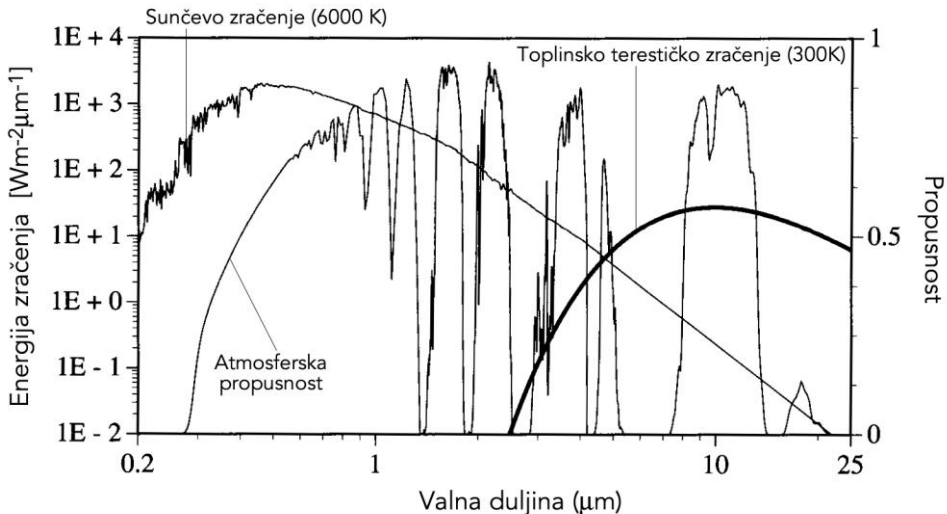
U Sunčevom dijelu spektra dugovalne komponente L_D , L_E , L_F i L_H mogu se zanemariti pa gornja jednadžba poprima oblik

$$L = L_A + L_B + L_G + L_C . \quad (2.23)$$

Doprinos članova L_A i L_C je znatno veći nego preostala dva. Dakle, najvažnije je reflektirano zračenje od objekta motrenja i raspršeno na česticama atmosfere.

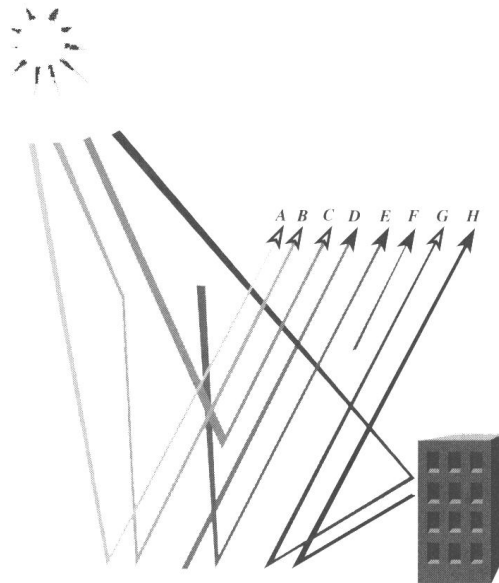
Analogno, u infracrvenom dijelu spektra mogu se zanemariti komponente L_A , L_B , L_G i L_C pa velika jednadžba prelazi u

$$L = L_D + L_E + L_H + L_F . \quad (2.24)$$



Slika 2.16 Usporedba atmosferske propusnosti (transmisije) solarne i terestičke radijacije (Schott, 1997; str. 84).

U ovom slučaju dominantni su članovi L_D i L_F u odnosu na preostala dva. Ovdje se radi o termalnom zračenju s objekta ali i onom koje zrači sama atmosfera. U konačnici, informacije o objektu dobivaju se preko njegovog albeda (član L_A) u vidljivom dijelu spektra te preko njegovog toplinskog zračenja (član L_D) u infracrvenom dijelu spektra, dok ostali članovi predstavljaju u neku ruku "šum" prilikom motrenja objekta.

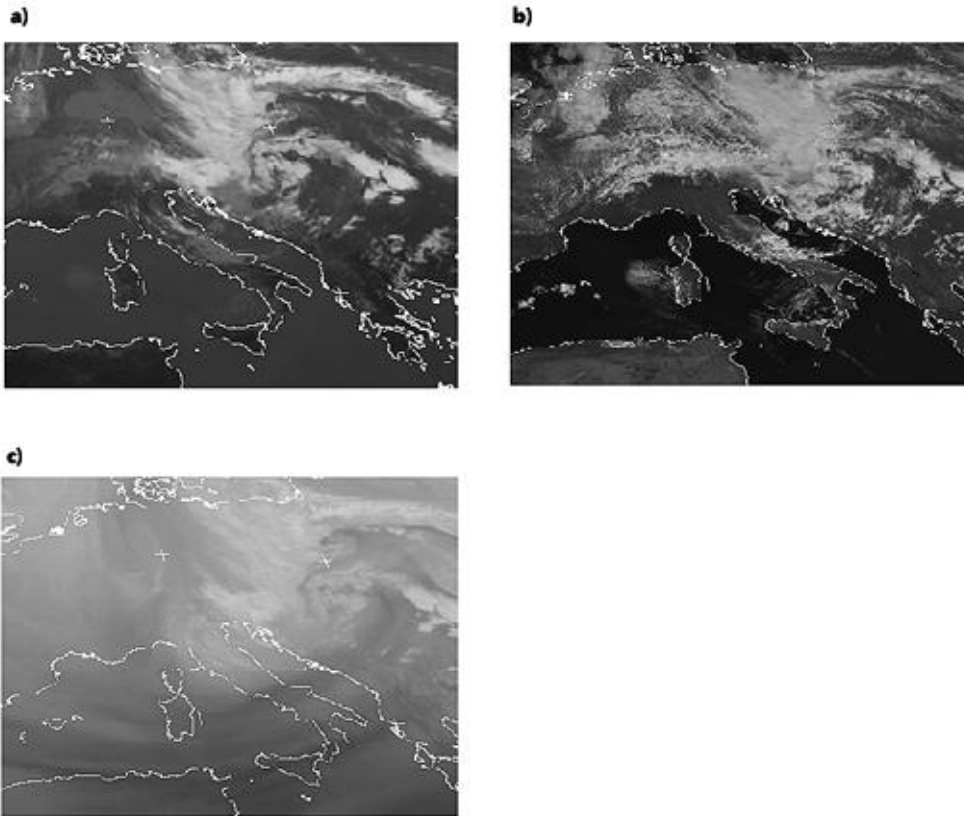


Slika 2.17 Kompozitna shema energetskih staza; za oznake vidi tekst (Schott, 1997; str. 114).

Temperatura objekta dobiva se korištenjem *Planckovog* zakona zračenja crnog tijela. Po tom zakonu emitirana energija $L_{T\lambda}$ u jedinici vremena s jedinice površine po steradijanu na jedinicu valne duljine λ [μm], izražena u [$\text{W m}^{-2} \text{sr}^{-1} \mu\text{m}^{-1}$], je

$$L_{T\lambda} = c_1 \lambda^{-5} [\exp(c_2 / \lambda T) - 1]^{-1} , \quad (2.25)$$

gdje su c_1 i c_2 konstante i T temperatura objekta (podloge) koji se motri. Veličina $L_{T\lambda}$ je proporcionalna veličini L_D (vidi Schott, 1997). Kako, na primjer, oblaci imaju nižu temperaturu od Zemljine površine mogu se na taj način registrirati u infracrvenom dijelu spektra. To je osobito pogodno tijekom noći kada se vidljivi dio spektra ne može koristiti. Prethodno je naveden tzv. spektar vodene pare pomoću kojeg se registriraju područja veće vlažnosti u atmosferi. Usporedna snimka oblaka učinjena u sva tri spektralna područja prikazana je na slici 2.18.



Slika 2.18 Satelitski snimak oblaka u vidljivom (a), infracrvenom (b) i tzv. spektru vodene pare (c) (Pandžić et al. 1998; str. 59).

Osim za snimanje oblaka, sateliti postaju moćni meteorološki instrumenti za daljinsko motrenje (remote-sensing) *Sunčevog i Zemljinog zračenja, temperature tla, mora i zraka, veličine ledenog pokrivača* itd. Detaljnije ulaženje u tu problematiku, međutim, prelazi okvire ovog udžbenika.

2.1.5 Svjetsko meteorološko bdijenje

Prikupljanje i razmjena meteoroloških podataka obavlja se na globalnoj (zemaljskoj) ljestvici. To koordinira *Svjetska meteorološka organizacija* (World Meteorological Organization - WMO) putem osnovnog programa *Svjetsko meteorološko bdijenje* (World Weather Watch - WWW). On ima tri komponente: *Globalni motriteljski sustav* (Global Observing System - GOS), *Globalni telekomunikacijski sustav* (Global Telecommunication System - GTS) i *Globalni sustav za razmjenu podataka* (Global Data Processing System - GDPS). Kao što sami nazivi kažu, GOS regulira motrenje, GTS telekomunikacije i GDPS principe razmjene podataka. Radi lakše praktične provedbe WWW-a, podaci se prikupljaju u tri svjetska centra (Melbourn, Moskva i Washington) preko regionalnih centara koji su direktno povezani s nacionalnim centrima članica WMO-a. Hrvatska je postala članicom WMO-a krajem 1992. godine. Od tada neprekidno aktivno sudjeluje u svim važnim komisijama te organizacije uključujući onu koja se brine za provedbu WWW-a.

2.2 Kontrola meteoroloških podataka

U meteorologiji se razlikuju dvije vrste pogrešaka: *slučajne*³ i *sustavne*. Prosječna vrijednost prvih je jednaka nuli, dok to nije slučaj kod sustavnih. Dijagnoza pogrešaka može biti vezana za jedan element ili postaju, za više elemenata na jednoj postaji ili jedan element na više postaja itd. Gledano prostorno, može se promatrati samo horizontalna ili vertikalna dimenzija odvojeno ili zajednički. Po potrebi može se uključiti i vremenska dimenzija. Metode kontrole mogu se podijeliti u tri grupe: *logičku*, *statističku* i *dijagnostičku* (vidi Gandin, 1988).

2.2.1 Logička kontrola

Logička se kontrola zasniva na kontradikciji koegzistencije dva podatka. Na primjer, nemoguće su situacije da je magla i relativna vlažnost zraka manja od 50%, kiša i vedro vrijeme, jak vjetar i mirno more itd.

³ U literaturi se katkad razdvajaju *male* ili *fine* slučajne pogreške, koje su većinom posljedica nesavršenosti mjernih uređaja, od *velikih* ili *grubih* slučajnih pogrešaka koje mogu biti posljedica pogrešnog očitavanja instrumenata, pogrešnog prijenosa podataka itd. (vidi Gandin, 1988).

2.2.2 Statistička kontrola

Statistička je kontrola jedna od najrasprostranjenijih metoda kontrole podataka. Obično se kontrolira svaki element posebno. Najjednostavniji slučaj je odbacivanje podataka koji se nikad ne pojavljuju; na primjer, pozitivna temperatura zraka na plohi 500 hPa nikad se ne pojavljuje. Složenije varijante ove kontrole uzimaju u obzir empirijske statističke parametre. Jedna od varijanti je usporedba mjenenog podatka s procjenom varijable na postaji (ili određenoj visinskoj razini) na temelju podataka susjednih postaja (razina) po principu najmanje pogreške tj. *optimalnom procjenom* (Dodatak B i Dodatak C).

2.2.2.1 Kontrola unutar jedne postaje

Kontrola podataka na jednoj postaji temelji se na statističkim pokazateljima definiranim na temelju niza mjerenja određene meteorološke (ujedno i statističke) varijable. Jedan od tih parametara je očekivana vrijednost tj. vremenski srednjak s_B varijable s predöčen izrazom

$$s_B = \langle s \rangle \approx \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M s_m, \quad (2.26)$$

gdje s_m ovdje označava "*historijsku*" mjerenu vrijednost, a M je broj mjerenja u diskretnim vremenima. Pretpostavka je da $\langle s \rangle$ predstavlja preliminarnu procjenu s_B , koja općenito može biti definirana i drukčije, na primjer može biti rezultat nekog prognostičkog modela, što je diskutirano u Dodatku C. Formalno, također prema Dodatku C, budući da je riječ o jednom "mjenjenju" tj. preliminarnoj vrijednosti s_B varijable s , prema principu *najvjerojatnije* procjene skalarne inačice stohastičke varijable, veličina

$$I = \frac{(s_a - s_B)^2}{2\sigma_B^2}, \quad (2.27)$$

treba biti minimalna, gdje s_a označava najvjerojatniju procjenu. Nakon deriviranja jedn. (2.27) po s_a i izjednačenja te derivacije s nulom, slijedi da je $s_a = s_B$. Pri tome je standardna devijacija preliminarne procjene

$$\sigma_B^2 = \langle (s - s_B)^2 \rangle \approx \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (s_m - s_B)^2, \quad (2.28)$$

kao drugi statistički parametar raspoloživ na postaji. Ako je, prema Gandinu (1988), ispunjen uvjet

$$\frac{|s_m - s_B|}{\sigma_B} \gg 0, \quad (2.29)$$

tada podatak treba proglasiti sumnjivim.

2.2.2.2 Kontrola pomoću podataka sa susjednih postaja

Vektorska inačica *optimalne* procjene uključuje podatke s određenog broja postaja (recimo K), s tim da se u pripremnoj fazi koriste i podaci s postaje za koju se provjera vrši (koriste se povijesni nizovi, tzv. vremenski nizovi podataka). Međutim, prilikom procjene stohastičke (meteorološke) varijable na određenoj postaji, izmjereni podatak s te postaje se ne uključuje u procjenu nego samo kao usporedni podatak naspram te procjene. Kako se to postiže bit će pojašnjeno kasnije.

Vektorska inačica *optimalne* procjene meteorološke varijable na postaji k , prema jedn. (C24) je

$$f_A(\mathbf{r}_k) = f_B(\mathbf{r}_k) + \underline{B}_k^T [\underline{B} + \underline{O}]^{-1} [\underline{f}_o - \underline{f}_B], \quad (2.30)$$

$$k=1,2,\dots,K$$

gdje indeks B označava preliminarnu procjenu, a indeks o mjerenje (također diskutirano u Dodatku B), \underline{B} i \underline{O} su $K \times K$ matrice autokovarijance pogrešaka preliminarne procjene odnosno mjerenja, \underline{f}_B i \underline{f}_o su K -stupac vektori preliminarne procjene odnosno mjerenja meteorološke varijable s elementima $f_B(\mathbf{r}_k)$ i $f_o(\mathbf{r}_k)$, a \underline{B}_k^T transpon stupac vektora s elementima $\langle \varepsilon_B(\mathbf{r}_j) \varepsilon_B(\mathbf{r}_k) \rangle$; $j=1,2,\dots,K$, koji predstavljaju autokovarijance pogrešaka preliminarne procjene. Detaljna

objašnjenja oznaka iz (2.30) izložena su u Dodatku C. Nadalje može se uvesti oznaka

$$\underline{W}_k^T = \underline{B}_k^T [\underline{B} + \underline{O}]^{-1}, \quad (2.31)$$

ili

$$[\underline{B} + \underline{O}] \underline{W}_k = \underline{B}_k, \quad (2.32)$$

gdje je \underline{W}_k nazvan stupac vektorom *empiričkih* (a posteriori) težina, ali za slučaj dva načina "mjerenja" (preliminarna procjena i instrumentalno mjerenje ili vizualno opažanje).

Može se doći do standardiziranog oblika jedn. (2.32). U tu svrhu definirajmo dijagonalnu matricu $\underline{\sigma}_B$ standardnih devijacija pogrešaka preliminarnu procjenu na položajima postaja (vidi Dodatak B). Tada se mogu definirati nove težine ω_{lk} , $l=1,2,\dots,K$, relacijom

$$\underline{W}_k^T = E_B \underline{\omega}_k^T \underline{\sigma}_B^{-1}, \quad (2.33)$$

gdje je $E_B^2 = \langle \varepsilon_B^2(\mathbf{r}_k) \rangle$ varijanca pogreške preliminarnu procjenu na k -toj postaji. Uvaživši ovo jedn. (2.30) poprima oblik

$$f_A(\mathbf{r}_k) = f_B(\mathbf{r}_k) + E_B \underline{\omega}_k^T \underline{\sigma}_B^{-1} [f_o - \underline{f}_B]. \quad (2.34)$$

Uvažavanjem relacije (2.33) koja povezuje \underline{W}_k i $\underline{\omega}_k$ u jednadžbi (2.32) i njenim množenjem s lijeva matricom $\underline{\sigma}_B^{-1}$ dobiva se

$$\left[\underline{\sigma}_B^{-1} \underline{B} \underline{\sigma}_B^{-1} + \underline{\sigma}_B^{-1} \underline{O} \underline{\sigma}_B^{-1} \right] \underline{\omega}_k = E_B^{-1} \underline{\sigma}_B^{-1} \underline{B}_k. \quad (2.35)$$

Ako se pretpostave homogeni uvjeti s obzirom na varijancu pogreške preliminarnu procjenu (Dodatak B) tada vrijedi $\underline{\sigma}_B = E_B \underline{I}$, gdje je E_B zamjenska oznaka za standardnu devijaciju pogreške preliminarnu procjenu na svim postajama, a \underline{I} jedinična matrica. Iz jedn. (2.33) slijedi da je $\underline{W}_k = \underline{\omega}_k$. Prema Dodatku B, veza

između matrice autokovarijance pogrešaka preliminovne procjene $\underline{\underline{B}}$ i odgovarajuće autokorelacijske matrice $\underline{\underline{\rho}}$ dana je relacijom $\underline{\underline{B}} = E_B^2 \underline{\underline{\rho}}$.

Nadalje pretpostavimo da su pogreške mjerenja korelirane, ali s konstantnom varijancom E_o^2 tj $E_o^2(k) = \langle E_o^2(\mathbf{r}_k) \rangle = const$. To je slučaj ako se mjerenja obavljaju istim tipom instrumenta. Tada je $\underline{\underline{O}} = E_o^2 \underline{\underline{\rho}}$, gdje je $\underline{\underline{\rho}}$ autokorelacijska matrica pogrešaka mjerenja. Ako se definira veličina $\varepsilon_o^2 = E_o^2 / E_B^2$ onda se jednačba (2.32) može pisati u obliku

$$\left[\underline{\underline{\rho}} + \varepsilon_o^2 \underline{\underline{\rho}} \right] \underline{\underline{W}}_k = \underline{\underline{\rho}}^k \quad (2.36)$$

ili

$$\sum_{l=1}^K W_{lk} \left[\rho_B(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_l) + \varepsilon_o^2 \rho_o(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_l) \right] = \rho_B(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k), \quad (2.37)$$

$j=1,2,\dots,K.$

Ako nadalje pretpostavimo da su pogreške mjerenja nekorelirane, iako od istog instrumenta, tada je $\underline{\underline{\rho}} = \underline{\underline{I}}$. Uz ovu pretpostavku jedn. (2.36) poprima oblik

$$\left[\underline{\underline{\rho}} + \varepsilon_o^2 \underline{\underline{I}} \right] \underline{\underline{W}}_k = \underline{\underline{\rho}}^k, \quad (2.38)$$

odnosno

$$\sum_{l=1}^K W_{lk} \rho_B(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_l) + \varepsilon_o^2 W_{jk} = \rho_B(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k), \quad (2.39)$$

$j=1,2,\dots,K,$

što predstavlja sustav od K jednačbi s konstantnim koeficijentima $W_{1k}, W_{2k}, \dots, W_{kk}$ ($k=1,2,\dots,K$) za k -tu postaju.

Zanemarivanjem pogrešaka mjerenja tj. uz pretpostavku da je $\varepsilon_o = 0$, iz jedn. (2.39) slijedi

$$\sum_{l=1}^K W_{lk} \rho_B(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_l) = \rho_B(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k), \quad (2.40)$$

$j=1,2,\dots,K.$

Sustav jednadžbi (2.40) pogodan je za primjenu u praksi za izračunavanje *a posteriori* težina W_k . Te težine se nadalje koriste za procjenu vrijednosti funkcije (varijable) $f_A(\mathbf{r}_k)$ na k -toj postaji na temelju preliminarnu $f_B(\mathbf{r}_k)$ i mjerenih $f_o(\mathbf{r}_k)$ (ako ih ima) vrijednosti na samoj postaji kao i preliminarnih i mjerenih vrijednosti na okolnim postajama. Ta procjena se obavlja prema modificiranom obliku relacije (2.34) koji je usaglašen s gornjim pretpostavkama tj.

$$f_A(\mathbf{r}_k) = f_B(\mathbf{r}_k) + \underline{W}_k^T [\underline{f}_o - \underline{f}_B]. \quad (2.41)$$

Da bi procjena na k -toj postaji bila neovisna o mjerenju (ako postoji) na samoj postaji čija se točnost ispituje, treba pretpostaviti da je na njoj $f_o(\mathbf{r}_k) = f_B(\mathbf{r}_k)$. Isti uvjet se može zadati za neku od okolnih postaja za koju se utvrdi da je njeno mjerenje nepouzđano ili ako nedostaje. Na taj način se eliminira doprinos postaje za koju se navedeni uvjet odnosi, jer je tako *prirast* (inkrement) dotične postaje postavljen na nultu razinu.

Ako za procjenu elementa matrice \underline{B} koristimo mjerene vrijednosti kao točne, onda se ne može govoriti o *optimalnoj* interpolaciji nego *statističkoj*, iako se naziv *optimalna interpolacija* u praksi često koristi.

Opisanom interpolacijom dobiva se točnija procjena funkcije $f(\mathbf{r}_k)$, označena s $f_A(\mathbf{r}_k)$, nego što je preliminarna procjena $f_B(\mathbf{r}_k)$. Ova tvrdnja može se izraziti odnosom varijance pogreške interpolacije E_A^2 i varijance pogreške preliminarnu procjene E_B^2 .

Iz jedn. (C28) slijedi da je

$$E_A^2 = E_B^2 - \underline{W}_k^T \underline{B}_k \quad (2.42)$$

varijanca pogreške analize k -te postaje. Nakon standardizacije po E_B , uzevši u obzir relaciju (2.33), dobiva se izraz

$$\varepsilon_A^2 = 1 - \underline{\omega}_k^T \underline{\rho}_B^k, \quad (2.43)$$

gdje je $\varepsilon_A^2 = E_A^2 / E_B^2$. Kako je u uvjetima prostorne homogenosti $\underline{\omega}_k = \underline{W}_k$, iz jedn. (2.43) proizilazi

$$\varepsilon_A^2 = 1 - \underline{W}_k \underline{\rho}_B^k = 1 - \sum_{j=1}^K W_{jk} \rho_B(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k). \quad (2.44)$$

S obzirom na jedn. (2.39) vrijedi

$$\varepsilon_A^2 = 1 - \sum_{j=1}^K \sum_{l=1}^K W_{jk} \rho_B(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_l) W_{lk} - \sum_{j=1}^K \varepsilon_o^2 W_{jk}^2. \quad (2.45)$$

Kako je riječ o kvadratu, gornji izraz predstavlja nenegativnu veličinu, a budući da su druga dva člana na desnoj strani također nenegativni (Dodatak B - jedn. B15), proizilazi

$$E_A \leq E_B, \quad (2.46)$$

što se željelo postići interpolacijom. Dakle, interpolacijom se postiže uži (u najgorem slučaju jednak) interval povjerenja za točnu, tj. mjerenu, vrijednost meteorološke varijable nego onaj koji se definira klasičnim statističkim parametrima za pojedine postaje (vremenskim srednjakom i standardnom devijacijom oko njega). Prema Gandinu, ako je $f_o(\mathbf{r}_k)$ izvan granica $f_A(\mathbf{r}_k) \pm 4E_A$ podatak treba smatrati sumnjivim.

2.2.3 Dijagnostička kontrola

Posljednja grupa "Gandinovih" metoda kontrole podataka upotrebljava *dijagnostičke jednadžbe* koje, barem aproksimativno, trebaju zadovoljavati podaci motrenja. Razlike između dvije nezavisno izračunate strane jednadžbe služe kao reziduali. Ako rezidual premašuje određene granice, onda se pretpostavlja da je pogrešan jedan ili više podataka koji su upotrebljeni za njegovo izračunavanje. Dva postupka koji će ovdje biti predstavljeni pripadaju grupi dijagnostičkih kontrola: *hidrostatička* kontrola temperature i geopotencijalnih visina zasnovana na *hipsometrijskoj jednadžbi* tj. integriranom obliku hidrostatičke jednadžbe i *geostrofička* kontrola temeljena na geostrofičkim jednadžbama.

2.2.3.1 Hidrostatička kontrola

Hidrostatička kontrola temelji se, kako je već rečeno, na hipsometrijskoj jednadžbi (2.18). Ta jednadžba može se još pojednostavniti ako se pretpostavi da je srednja apsolutna virtuelna temperatura približno jednaka srednjoj apsolutnoj temperaturi u promatranom sloju atmosfere, tj.

$$\bar{T}_v \approx \bar{T}. \quad (2.47)$$

Nadalje, umjesto indeksa 1 i 2 u (2.18) mogu se uvesti općeniti indeksi, tako da je

$$\Delta Z = Z_{i+1} - Z_i, \quad (2.48)$$

gdje i označava donju, a $i+1$ gornju granicu atmosferskog sloja. Ako se pretpostavi da je promjena temperature s visinom linearna funkcija prirodnog logaritma tlaka zraka tj. $\ln(p)$, tada vrijedi

$$\bar{T} = 273.15 + (t_{i+1} + t_i) / 2, \quad (2.49)$$

gdje su t_{i+1} i t_i temperature zraka na gornjoj odnosno donjoj granici sloja izražene u $^{\circ}C$ (vidi Wallace i Hobbs, 1977). Iz gornjeg proizilazi približna jednakost

$$Z_{i+1} - Z_i \approx A_i^{i+1} + B_i^{i+1} (t_{i+1} + t_i), \quad (2.50)$$

gdje su

$$A_i^{i+1} = 8003.3 \ln(p_i / p_{i+1})$$

i

$$B_i^{i+1} = 14.65 \ln(p_i / p_{i+1}),$$

a p_i i p_{i+1} odgovarajući tlakovi zraka. Formula za rezidual s_i^{i+1} je

$$s_i^{i+1} = Z_{i+1} - Z_i - A_i^{i+1} - B_i^{i+1}(t_i + t_{i+1}). \quad (2.51)$$

Ako je $|s^{i+1}| \gg 0$ podaci se mogu smatrati sumnjivima. Slabost metode se očituje u slučajevima kada se istovremeno javе pogreške na različitim parametrima, dok je u slučaju pogreške na jednom od njih ona povoljnija.

2.2.3.2 Geostrofička kontrola

Geostrofička kontrola se zasniva na uporabi geostrofičkih jednadžbi (vidi Holton, 1979). Riječ je o usporedbi izmjerene geopotencijalne visine Z_k izobarne plohe na postaji k s izračunatom visinom na istoj postaji \hat{Z}_k . Proračun geopotencijalne visine na postaji k temelji se na spomenutim geostrofičkim jednadžbama, izmjerenoj geopotencijalnoj visini izobarne plohe Z_s na postaji s te izmjerenim komponentama vjetra u_s i v_s (prva je zonalna, tj. u smjeru *zapad-istok*, a druga meridionalna tj. u smjeru *jug-sjever*) na toj postaji.

Ekstrapolacija geopotencijalne visine izobarne plohe s postaje s na postaju k može se postići Taylorovim razvojem⁴ polja visina kao prostorne funkcije horizontalne udaljenosti r , uz zanemarivanje nelinearnih članova, tj.

$$\hat{Z}_k(r) = Z_s + \left(\frac{\partial Z}{\partial \alpha} \right)_s \Delta r, \quad (2.52)$$

gdje je Δr udaljenost između promatranih postaja. Drugi član na desnoj strani jedn. (2.52) može se izraziti u komponentama ako se pretpostavi ovisnost polja visina o koordinatama x (zonalni smjer) i y (meridionalni smjer)

$$\hat{Z}_k(x, y) = Z_s + \left[\left(\frac{\partial Z}{\partial x} \right)_s \Delta x + \left(\frac{\partial Z}{\partial y} \right)_s \Delta y \right], \quad (2.53)$$

gdje su Δx i Δy zonalna i meridionalna komponenta rezultantne udaljenosti između promatranih postaja. Prema geostrofičkim relacijama

⁴ Taylorov razvoj je moguć s obzirom na "matematička" svojstva polja geopotencijalnih visina kao što su neprekidnost i derivabilnost.

$$\frac{1}{9.8} \left(\frac{\partial Z}{\partial x} \right)_s \approx f v_s \quad \text{i} \quad \frac{1}{9.8} \left(\frac{\partial Z}{\partial y} \right)_s \approx -f u_s ,$$

dobiva se

$$\hat{Z}_k = Z_s + f(v_s \Delta x - u_s \Delta y), \quad (2.54)$$

gdje je $f=2\Omega \sin(\varphi)$ Coriolisov parametar, Ω kutna brzina Zemlje i φ geografska širina postaje. Ako su razlike

$$\left| Z_k - \hat{Z}_k \right| \gg 0, \quad (2.55)$$

tada se podatak na postaji k može smatrati sumljivim.

Geostrofička aproksimacija nije primjenjiva u ekvatorijalnom pojasu i graničnom sloju atmosfere gdje se mogu koristiti i složenije dijagnostičke jednadžbe gibanja.

Treba naglasiti da primjena samo jedne od navedenih metoda nije dostatna da bi se donijela konačna odluka o ispravnosti nekog podatka. Zato se pribjegava tzv. *složenoj kontroli kvalitete* (eng. Complex Quality Control — CQC) podataka pomoću nekoliko različitih metoda. Pitanje nadomještanja pogrešnih podataka je osobito složeno. Bilo bi razumno prihvatiti zaključak da pri pohranjivanju ne bi trebalo ispravljati originalne podatke nego ih samo označiti zastavicom (eng. flag) ako se smatraju sumljivim. Međutim, u operativnoj upotrebi potrebno ih je usklađivati s drugim podacima ovisno o svrsi kojoj služe.

2.3 Analitički materijali

Osnovni cilj analize meteoroloških polja je određivanje trodimenzionalnog stanja atmosfere u utvrđenim vremenskim razmacima i interpretacija tog stanja u smislu razdiobe meteoroloških elemenata i pojava. *Drugi cilj* je proučavanje promjena meteoroloških parametara u prostoru i vremenu s aspekta njihovog prognoziranja tj. predviđanja za dato područje i termin. Mada problem u biti uključuje četiri dimenzije, praktički se prikaz obavlja u dvije dimenzije: na *geografskim kartama* (horizontalna ravnina), *vertikalnim prostornim ili vremenskim presjecima* (koordinate: horizontalna udaljenost — visina, odnosno vrijeme — visina). Za tu svrhu koriste se brojne geografske karte i dijagrami izrađeni tako da se na što bolji mogući način prikažu oni meteorološki elementi koji imaju najveći utjecaj na promjenu vremena. Dimenzije i razmjeri geografskih karata i dijagrama moraju biti pogodni za ucrtavanje podataka i njihovu analizu.

2.3.1 Meteorološke karte

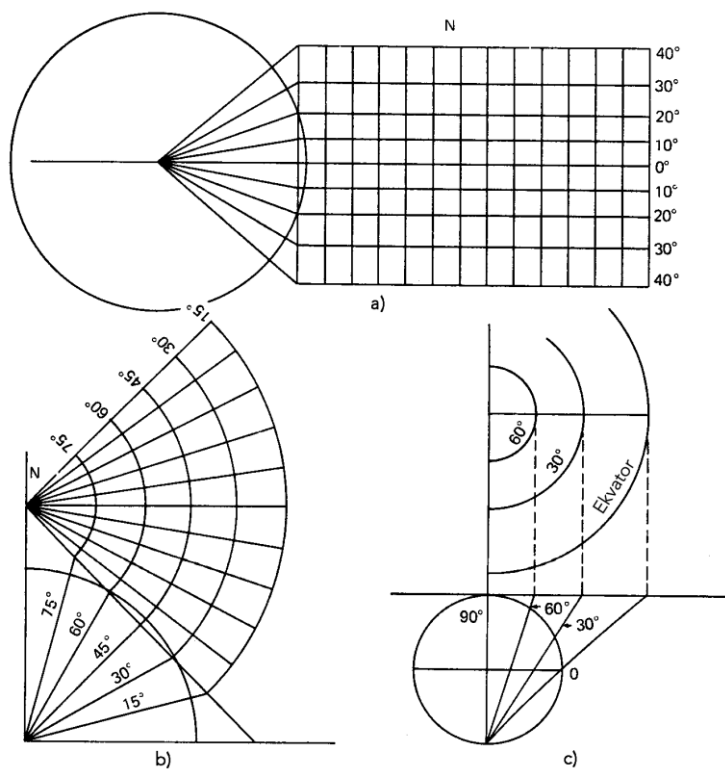
U analizi i prognozi vremena, tj. u sinoptičkoj meteorologiji, uglavnom se promatra niži sloj atmosfere čije su horizontalne dimenzije puno veće od vertikalnih. Ujedno se taj sloj dijeli standardnim izobarnim plohama na podslojeve da bi se što bolje analizirao. Svaka od visinskih karata standardnog tlaka predočava projekcije presjecišta odgovarajućih geopotencijalnih ploha i ploha konstantnog tlaka (tj. topografiju ploha konstantnog tlaka izraženu u jedinicama geopotencijala) na horizontalnoj plohi kao i podatke temperature, vlažnosti i vjetra s izobarne plohe. Aproximativno, navedena horizontalna ploha može biti površina modela Zemlje koji je približno sfernog oblika.

Proces izrade karata sastoji se od *dvije faze*. Prvo, površina modela Zemlje projicira se na neku geometrijsku plohu (ravninu, stožac ili valjak). Nakon toga se zamišljena ploha razvije u ravninu (ako to već nije) i smanjuje na razmjere tako da dimenzijama ispunjava zahtjeve za detaljima, praktičnošću upotrebe i ekonomičnošću (vidi Saucier, 1955; Jovanović, 1983).

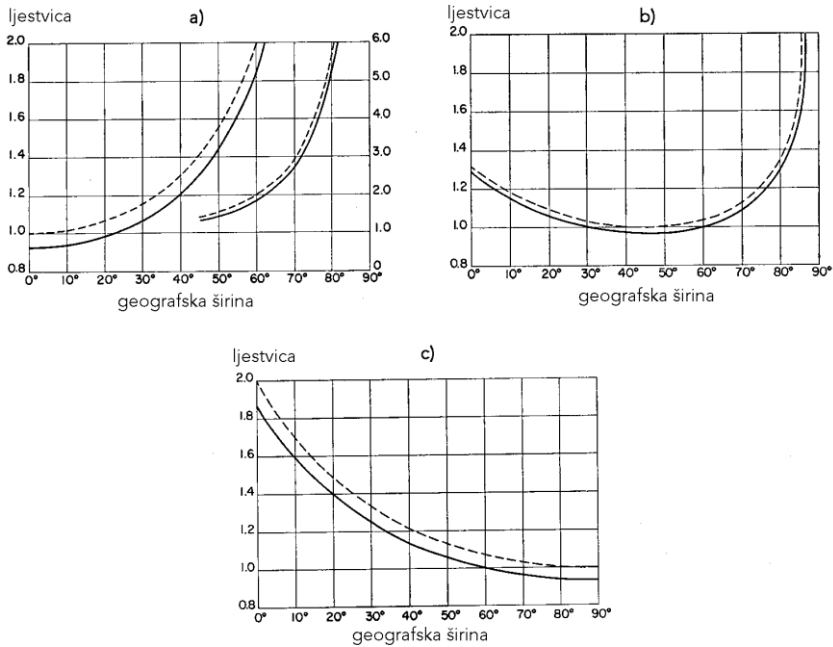
Prirodno je tražiti da na karti predstavljeni likovi zadržavaju, što je više moguće, karakteristike likova na sfernoj plohi: *duljinu, smjer, površinu* i *oblik*. Projekcije koje nastoje zadržati iste duljine likova zovu se *izometričke*, a one koje nastoje zadržati oblik zovu se *konformne*. U meteorologiji se najčešće primjenjuju konformne projekcije: *Lambertova stožasta, polarna stereografska* i *Mercatorova valjkasta projekcija* (slika 2.19).

Paralela Zemljine kugle na koju je zamišljena ploha tangencijalna ili preko koje siječe Zemlju naziva se *standardnom paralelom*. Ako zamišljena ploha

dodiruje Zemlju u samo jednoj točki, na primjer na polu, može se govoriti o *standardnoj točki*. Skupina projekcija s tangencijalnim plohama na Zemlju nazivaju se *tangencijalnim*, a s plohama koje sijeku Zemlju u jednoj ili više standardnih paralela nazivaju se *sekantnim projekcijama*. S tim u vezi treba razlikovati *standardno* mjerilo karte m , mjerilo *projekcije* σ i *stvarno* mjerilo karte μ . Standardno mjerilo karte se definira kao odnos udaljenosti na karti kod standardne geografske širine (područje na karti gdje je zadržana duljina slike sa Zemlje prije standardnog smanjenja) i odgovarajuće udaljenosti na Zemlji. Mjerilo projekcije definira se kao omjer udaljenosti na projekciji i Zemlji na bilo kojoj geografskoj širini prije standardnog smanjenja. Konačno, stvarno mjerilo karte za bilo koju geografsku širinu je $\mu = m\sigma$. Za različite tipove projekcija ovisnost promjene mjerila projekcije karte o geografskoj širini je različita (slika 2.20).



Slika 2.19 Projekcije karata: a) Mercatorova valjkasta projekcija sa standardnim paralelama na 20° N i 20° S geografske širine; b) Lambertova stožasta projekcija sa standardnim paralelama 30° N i 60° N geografske širine; c) Polarna stereografska projekcija s polom kao "standardnom" točkom. Dakle prve dvije projekcije ovdje prikazane su sekantne, a treća tangencijalna, vidi tekst za definiciju (Haltiner, 1971; str. 13).



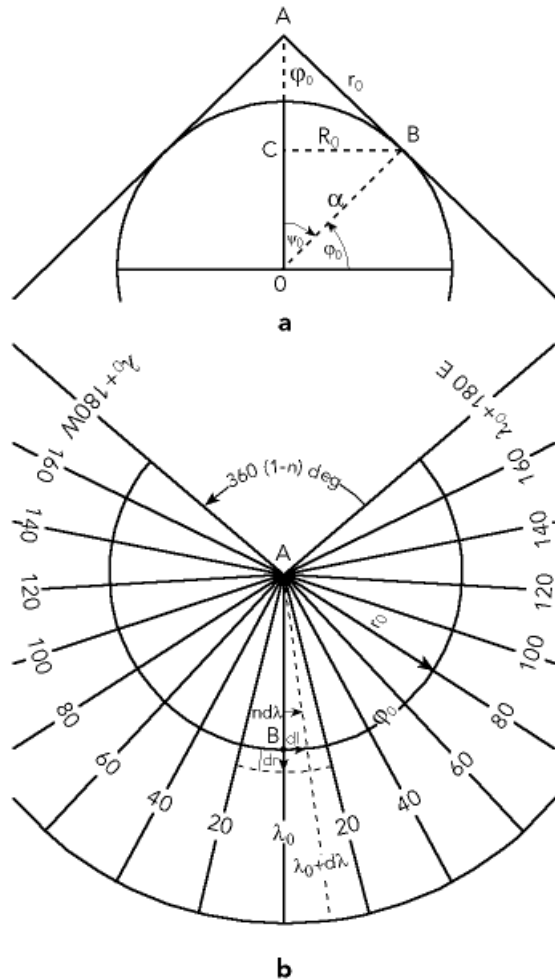
Slika 2.20 Prikaz promjene mjerila projekcije karte s geografskom širinom za: a) Mercatorovu, b) Lambertovu i c) polarnu stereografsku projekciju. Crtkane krivulje odnose se na tangencijalne projekcije, a pune na sekantne. Mjerilo na desnoj strani slike pod a) odnosi se na desno pozicionirane krivulje (Saucier, 1955; str. 31).

Postavlja se pitanje kako dovesti u vezu prostorne odnose na karti s onima na Zemljinoj površini. To se može postići izražavanjem udaljenosti na karti (u koordinatnom sustavu karte) preko sfernih koordinata (φ , λ , a) gdje su: φ geografska širina, λ geografska duljina i a polumjer Zemlje. To je potrebno i zato što se prilikom analize i prognoze meteoroloških polja treba voditi računa o "prirodnim" razmjerima na Zemlji, a istovremeno koristiti kartografske prikaze. Kako su analitičke relacije za različite projekcije različite razmotrit će se njihov izvod za svaku posebno.

2.3.1.1 Lambertova stožasta projekcija

Najprije će se razmotriti ta projekcija, jer je polarna stereografska projekcija njen specifični slučaj. To ne vrijedi za Mercatorovu projekciju kao što će se pokazati nešto kasnije u potpoglavlju 2.3.1.3. Na slici 2.21a predstavljen je presjek

tangencijalno postavljenog stošca na hemisferu, a na slici 2.21b u ravninu razvijeni plašt stošca. Neka je radijus Zemlje a , geografska širina φ , komplement geografske širine $\psi = 90^\circ - \varphi$, radijus širinskog kruga na Zemlji (paralele) $R = a \cos \varphi = a \sin \psi$, a r radijus njegove slike na projekciji.



Slika 2.21 Shema stožaste projekcije: presjek plašta stošca i Zemljine polukugle (a) te razvijeni oblik plašta stošca (b) (Saucier, 1955; str. 29).

Opseg paralele na Zemlji je $L_E = 2\pi R$, a na projekciji $L = 2\pi nr$ ($0 \leq n \leq 1$), gdje je n faktor stošca definiran kao odnos infinitezimalne promjene geografske duljine (izražene u kutnoj mjeri) na projekciji $d\delta$ i na Zemlji $d\lambda$ tj.

$$n = d\delta / d\lambda. \quad (2.56)$$

Kako je mjerilo projekcije konstantno duž paralele, vrijedi da je

$$\sigma_\varphi = L / L_E = nr / R = (nr \csc \psi) / a, \quad (2.57)$$

gdje je

$$\csc \psi = 1 / \sin \psi.$$

Na standardnoj geografskoj širini φ_0 je $\psi = \psi_0$, $\sigma = 1$, i tako $n = \cos \psi_0$ jer je $R_0 = a \sin \psi_0$ i $R_0 = r_0 \sin \varphi_0 = r_0 \cos \psi_0$.

Infinitezimalna promjena udaljenosti duž meridijana na Zemlji je $dr_E = a d\psi$. Na odgovarajućoj projekciji ta udaljenost je $dr = \sigma_\lambda dr_E$ (gdje σ_λ mjerilo projekcije duž meridijana) ili $dr = \sigma_\lambda a d\psi$. Zbog konformnosti $\sigma_\lambda = \sigma_\varphi$ i nakon zamjene σ_φ iz jedn. (2.57) umjesto σ_λ u posljednjoj jednadžbi dobiva se

$$\frac{dr}{r} = n \csc \psi d\psi = \cos \psi_0 \csc \psi d\psi. \quad (2.58)$$

Nakon dvostruke integracije gornje jednadžbe po $\int_{r_0}^r \int_{\psi_0}^\psi$ slijedi

$$r = (a \operatorname{tg} \psi_0) \left[\operatorname{tg}(\psi / 2) / \operatorname{tg}(\psi_0 / 2) \right]^{\cos \psi_0}. \quad (2.59a)$$

Na sličan način, integracijom jedn. (2.56) po $\int_0^\lambda \int_0^\delta$ (nakon množenja s $d\lambda$), dobiva se druga koordinata polarnog sustava karte

$$\delta = n \lambda . \quad (2.59b)$$

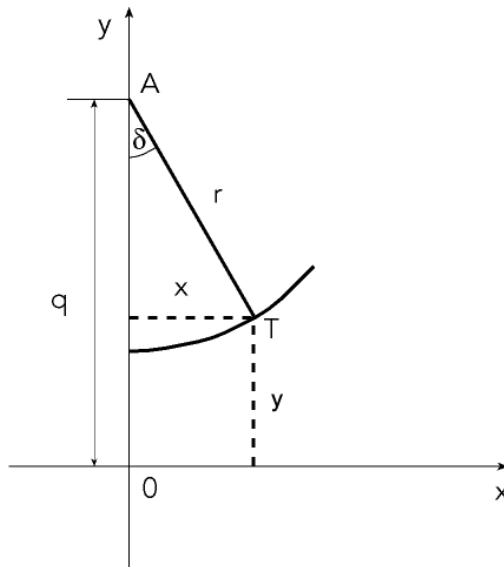
Kombinacijom jedn. (2.57) i (2.59a) može se dobiti izraz za mjerilo projekcije

$$\sigma = (\sin \psi_0 \csc \psi) \left[\operatorname{tg}(\psi / 2) / \operatorname{tg}(\psi_0 / 2) \right]^{\cos \psi_0} . \quad (2.60)$$

Umjesto polarnih koordinata r i δ mogu se koristiti pravokutne koordinate x i y . Prema slici 2.22 slijedi

$$\begin{aligned} x &= r \sin \delta \\ y &= q - r \cos \delta \end{aligned} \quad (2.61)$$

gdje je q parametar transformacije koordinata (npr. udaljenost od pola do ekvatora).



Slika 2.22 Veza između polarnih i pravokutnih koordinata na Lambertovoj stožastoj projekciji (Jovanović, 1983; str. 229).

Ako se uzme da je standardna paralela na $\varphi = 45^\circ$, onda slijedi da je $n = \cos 45^\circ = 0.707$ što vodi do izvorne *Lambertove stožaste projekcije* koja također pripada skupini konformnih projekcija. Lambertova stožasta projekcija (tangencijalna ili sekantna) preporuča se za prikaz područja sa Zemlje koja pripadaju umjerenim geografskim širinama. Područja koja gravitiraju prema ekvatoru, a osobito ona prema polu više su deformirana.

2.3.1.2 Polarna stereografska projekcija

Ako se uzme da je $\psi_0 = 0$ ($\varphi_0 = 90^\circ$) onda slijedi da je $n=1$ pa se na temelju jedn. (2.59) i (2.60) dobivaju odgovarajući analitički izrazi za polarnu stereografsku projekciju

$$r = 2a \operatorname{tg}(\psi / 2) = 2a \frac{\cos \varphi}{1 + \sin \varphi}, \quad (2.62a)$$

$$\delta = \lambda \quad (2.62b)$$

i

$$\sigma = 2 / (1 + \cos \psi) = \frac{2}{1 + \sin \varphi}. \quad (2.63)$$

Transformacija polarnih koordinata u pravokutne identična je onoj za Lambertovu stožastu projekciju. Ta se projekcija preporuča u primjeni za hemisferske prostorne razmjere jer dobro reprezentira hemisferu osobito ako je sekantna. Nedostatak je u tome što su područja koja gravitiraju prema ekvatoru sve više deformirana.

2.3.1.3 Mercatorova valjkasta projekcija

Ako se u jedn. (2.59) i (2.60) stavi da je $\psi_0 = 90^\circ$, i $n=0$ ne dobivaju se pogodni izrazi za glavne parametre Mercatorove projekcije. Naime, oni poprimaju oblik

$$r = \infty, \quad (2.64a)$$

$$\delta = 0 \quad (2.64b)$$

i

$$\sigma = \csc \psi = \frac{1}{\cos \varphi}, \quad (2.65)$$

koji nije prihvatljiv osim u slučaju mjerila projekcije. Zbog toga se prilikom izvoda parametara Mercatorove projekcije koristi pravokutni sustav s ishodištem na ekvatoru. U tom slučaju, a na način analogan onom za Lambertovu projekciju, dobivaju se koordinate na projekciji (vidi Saucier, 1955) oblika

$$x = a\lambda \quad (2.66)$$

i

$$y = -a \ln \frac{\cos \varphi}{1 + \sin \varphi}. \quad (2.67)$$

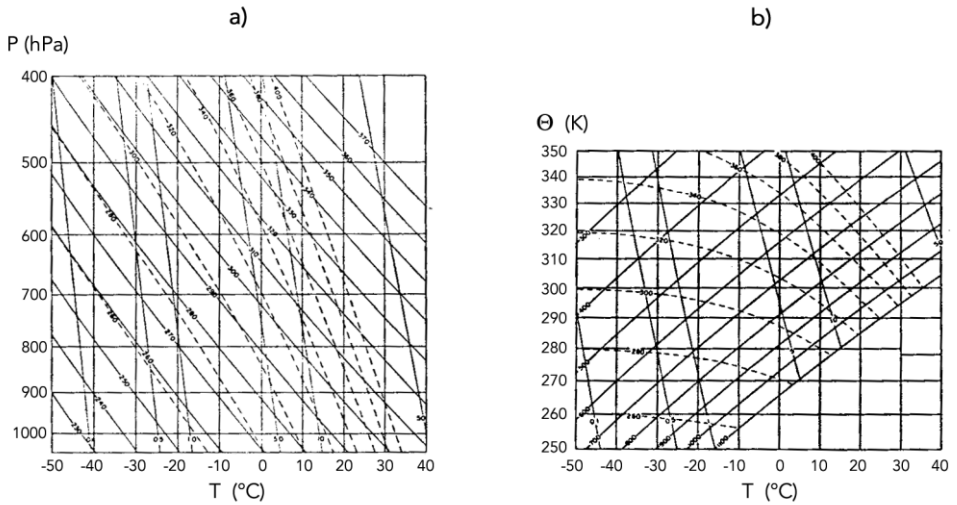
Mercatorova projekcija dobro reprezentira područja na Zemlji iz ekvatorijalnog pojasa, a slabije ona koja gravitiraju k polovima. Projekcija slična Mercatorovoj koristi se u globalnim atmosferskim modelima. Međutim, tretiranje takvih projekcija prelazi granice ovog udžbenika (vidi Jovanović, 1983).

Na kraju, treba reći da se ovdje prikazana analitika odnosi na tangencijalne projekcije za razliku od sekantnih koje imaju po dvije standardne paralele (osim u slučaju polarne stereografske projekcije). Izvod analitičkih izraza je analogan prethodnom, kao i njihov oblik (vidi Saucier, 1955). Kada se sve ovo uzme u obzir postaju jasnije ilustracije na slikama 2.19 i 2.20 na kojima su prikazani primjeri projekcija, odnosno parametri projekcije σ ovisno o geografskoj širini, kako za tangencijalne tako i za sekantne projekcije.

2.3.2 Termodinamički dijagrami

Iako se uvođenjem računala u analizu i prognozu vremena sve manje koriste klasični grafički prikazi termodinamičkih svojstava atmosfere, ipak oni nisu posve izbačeni iz uporabe. Naime, funkcija dijagrama nije više "računska" nego oni služe samo kao pregledno sredstvo za analizu. Najpoznatiji dijagrami ove vrste su *emagram* i *tefigram* (vidi Saucier, 1955; Haltiner and Martin, 1957; slika 2.23). Kao što se vidi sa slike, emagram sadrži pet nizova različitih linija: izobare, izoterme, suhe adijabate, vlažne adijabate i linije jednakog omjera miješanja za zasićeni zrak. Naziv *emagram* potječe od pojmova: *energija* i *masa*. Naime, pomoću emagrama grafički se može utvrditi promjena energije po jedinici mase zraka. Tefigram također sadrži pet nizova različitih linija kao i emagram, samo što su drukčije postavljene. Koordinate emagrama su temperatura i negativni dekadni

logaritam tlaka zraka, tj. $(T, -\log p)$, a tefigram $(T, c_p \log \Theta)$, tj. temperatura i entropija, koja je umnožak specifične topline uz konstantan tlak i dekadnog logaritma potencijalne temperature. Ovo je potrebno znati da bi se računalno mogli izraditi navedeni dijagrami. Ostale linije se umeću u odnosu na osnovne.



Slika 2.23 Prikaz termodinamičkih dijagrama: a) emagram i b) tefigram (Saucier, 1955; str. 20).

Na termodinamičke dijagrame najčešće se ucrtavaju podaci radiosondažnih mjerenja. Na temelju odnosa krivulja temperature i rosišta može se procijeniti zasićenost atmosfere po visini, a iz nagiba temperaturne krivulje procjenjuje se hidrostatička stabilnost atmosfere (vidi Dodatak F). Na temelju prizemnih podataka temperature i vlažnosti zraka pomoću termodinamičkih dijagrama može se odrediti visina na kojoj bi zrak postao zasićen uz pretpostavku adijabatskog dizanja tj. *kondenzacijski nivo dizanja* (također vidi Dodatak F). Detaljnija primjena termodinamičkih dijagrama opisana je, na primjer, u knjizi H.B. Bluesteina iz 1992. godine.

2.4 Objektivna analiza meteoroloških polja

Kad su podaci prikupljeni i provjereni, može se prijeći na oblikovanje homogenijeg prikaza meteoroloških polja od onog koji se dobiva motrenjem. Na taj način omogućeno je i automatsko (računalno) ucrtavanje *izopleta* (linija istih vrijednosti - grč. *isos=isti; plethos=obilje, bogatstvo*) pojedinog elementa. U tu svrhu koristi se postupak tzv. *objektivne analize*. Sam naziv ne odgovara najbolje biti problema. S jedne strane, riječ je o *interpolaciji* podataka na razmjerno pravilne mreže točaka te konstrukciji izolinijsa, a ne o samoj analizi, pa bi možda bio bolji naziv "*numeričke metode konstrukcije prikaza meteoroloških polja*" (vidi Radinović, 1969). S druge strane, termin "*objektivan*" asocira na točnost i na jednoobraznost pristupa. Međutim, ni jedno ni drugo nije zajamčeno. S tim u vezi Daley (1991) kaže: "*Objektivnost objektivne analize je većinom fikcija, jer analiza jednog događaja ostvarena prema dva različita algoritma može se razlikovati približno kao subjektivne analize dvaju prognostičara*". Kako je termin "*objektivna analiza*" naširoko prihvaćen, i ovdje će se dalje upotrebljavati.

Problem objektivne analize dijelom je već dotaknut prilikom razmatranja kontrole meteoroloških podataka (vektorska inačica statističke kontrole), dok će u ovom potpoglavlju težište biti na izračunavanju meteoroloških elemenata u točkama mreže, zatim na usklađivanju meteoroloških polja te izvlačenju izopleta. Dobiveni rezultati, osim za analizu postojećeg stanja (dijagnozu), mogu poslužiti kao početni uvjeti za numeričku prognozu vremena uz eventualnu dodatnu prilagodbu (inicijalizaciju), ovisno o tipu prognostičkog atmosferskog modela.

U dosadašnjem razvoju objektivne analize formirano je nekoliko metoda: *prilagodba funkcija* (polinomna i spektralna), *metoda uzastopnih korekcija*, *statistička (optimalna) interpolacija i varijacijska metoda*. Katkad, međutim, koriste se i druge metode, kao na primjer klasična interpolacijska metoda (Dodatak D).

2.4.1 Metoda prilagodbe funkcija

(eng. function fitting)

Ovaj tip analize pretpostavlja razvoj funkcije $f_A(\mathbf{r})$, $\mathbf{r}=(x,y,z)$ u red oblika (vidi jedn. C 16a)

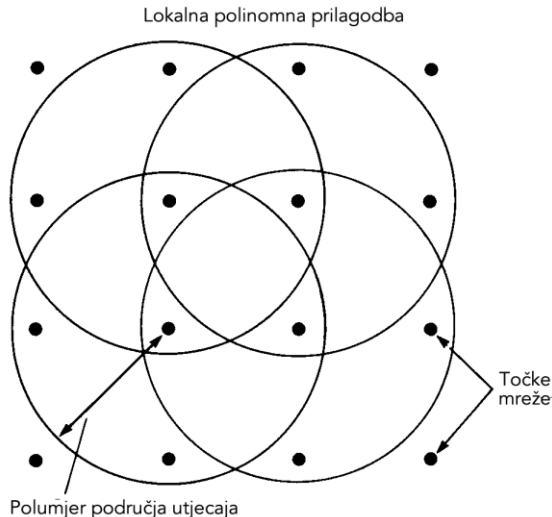
$$f_A(\mathbf{r}) = \sum_{q=0}^Q c_q h_q(\mathbf{r}) = \sum_{mnl} c_{mnl} h_{mnl}(x, y, z) = \sum_m \sum_n \sum_l c_{mnl} h_m(x) h_n(y) h_l(z), \quad (2.68)$$

gdje su, kao što je već djelomično naznačeno u Dodatku C, $h_q(\mathbf{r})$, $h_{mnl}(x, y, z)$, odnosno $h_m(x)$, $h_n(y)$, $h_l(z)$, funkcije razvoja c_q odnosno c_{mnl} koeficijenti razvoja. Broj članova razvoja označen je s Q za "vektorski" slučaj, dok odgovarajući broj članova u "komponentnom" obliku nije eksplicite naznačen i ovisi o odabranom rasponu indeksa za pojedinu dimenziju (komponentu) vektora položaja $\mathbf{r}=(x,y,z)$. Funkcije razvoja mogu biti općenito definirane za čitavu Zemljinu atmosferu, a mogu biti polinomi, trigonometrijske ili empirijske funkcije. Posljednji oblik u (2.68) podrazumijeva tzv. *separaciju varijabli*.

2.4.1.1 Lokalna polinomna prilagodba

Kasnih 40-tih i ranih 50-tih godina dvadesetog stoljeća, u meteorologiji se počela primjenjivati polinomna metoda izračunavanja vrijednosti meteoroloških polja u točkama pravilne mreže, služeći se podacima nepravilne motriteljske mreže (vidi Gilchrist and Cressman, 1954). Točke mreže mogu se zadati radijus vektorom $\mathbf{r}_i = (x, y)$; $i=1,2,\dots,I$; gdje su x i y pravokutne koordinate, primjerice, na geografskoj karti.

Oko svake točke može se definirati krug polumjera R_i , koji predstavlja tzv. *područje utjecaja* tj. ono područje za koje se pretpostavlja da ima upliv na stanje meteorološkog polja u točki mreže (slika 2.24).



Slika 2.24 Shema mreže točaka s primjerima područja utjecaja (Daley, 1991; str. 33).

Razmatrajmo prostornu analizu zavisne varijable $f_A(\mathbf{r}_i) = f_A(x_i, y_i)$; $i=1,2,\dots,I$ (Daley, 1991). Definirajmo lokalni koordinatni sustav (x,y) s ishodištem kod i -te točke mreže tj. $x=0, y=0$. Neka mjerenja $f_o(x_k, y_k)$ (obično s pogreškom) okružuju i -tu točku mreže tako da je $x_k^2 + y_k^2 \leq R_i^2$, uz pretpostavku da postoji K_i takvih mjerenja ($k=1,2,\dots,K_i$).

Definirajmo nadalje analitičke (interpolacijske) funkcije unutar zone utjecaja s $f_A(x, y)$ i pretpostavimo da su predstavljene dvodimenzionalnim polinomskim razvojem oblika

$$f_A(x, y) = \sum_m \sum_n c_{mn} x^m y^n, \quad (2.69)$$

$$m + n \leq M_c; \quad m, n \geq 0$$

gdje su c_{mn} (još neodređeni) realni koeficijenti razvoja, a M_c označava maksimalni "kumulativni" stupanj dvodimenzionalnog polinoma (2.69). Iz iste jednadžbe proizlazi da je $f_A(0,0) = c_{00}$. Slijedeći relaciju (C15), uz pretpostavku prostorne konstantnosti varijance pogreške mjerenja ($\varepsilon_o^2 = \langle \varepsilon_o^2(\mathbf{r}_k) \rangle = \text{const.}$), vrijedi

$$I = \frac{\varepsilon_o^{-2}}{2} \sum_{k=1}^{K_i} \left[\sum_m \sum_n c_{mn} x_k^m y_k^n - f_o(x_k, y_k) \right]^2, \quad (2.70)$$

gdje se $f_A(x, y)$ proračunava kod svake mjerne postaje $1 \leq k \leq K_i$ u i -tom području. Minimizacija veličine I , koja povlači najvjerojatniju procjenu od $f_A(x, y)$, postiže se njenim diferenciranjem po c_{mn} i izjednačenjem te derivacije s nulom, tj.

$$\frac{\partial I}{\partial c_{mn}} = \sum_{k=1}^{K_i} x_k^m y_k^n \left[\sum_{\mu} \sum_{\nu} c_{\mu\nu} x_k^{\mu} y_k^{\nu} - f_o(x_k, y_k) \right] = 0 \quad (2.71)$$

ili

$$\sum_{\mu} \sum_{\nu} c_{\mu\nu} \sum_{k=1}^{K_i} x_k^{m+\mu} y_k^{n+\nu} = \sum_{k=1}^{K_i} x_k^m y_k^n f_o(x_k, y_k), \quad (2.72)$$

$$\mu + \nu \leq M_c \quad \text{za sve } m + n \leq M_c.$$

U slučaju $M_c = 2$ (vidi Gilchrist i Cressman, 1954) jedn. (2.69) poprima oblik dvodimenzijalnog polinoma drugog reda

$$f_A(x, y) = c_{00} + c_{10}x + c_{01}y + c_{20}x^2 + c_{02}y^2 + c_{11}xy. \quad (2.73)$$

Definiranjem operatora

$$\overline{(\quad)} = \frac{1}{K_i} \sum_{k=1}^{K_i} (\quad),$$

koeficijenti polinoma (razvoja) iz jedn. (2.73) mogu se dobiti iz sustava jedn. (2.72) koji u matricnom obliku izgleda ovako

$$\begin{pmatrix} 1 & \overline{x_k} & \overline{y_k} & \overline{x_k^2} & \overline{y_k^2} & \overline{x_k y_k} \\ \overline{x_k} & \overline{x_k^2} & \overline{x_k y_k} & \overline{x_k^3} & \overline{x_k y_k^2} & \overline{x_k^2 y_k} \\ \overline{y_k} & \overline{x_k y_k} & \overline{y_k^2} & \overline{x_k^2 y_k} & \overline{y_k^3} & \overline{x_k y_k^2} \\ \overline{x_k^2} & \overline{x_k^3} & \overline{x_k^2 y_k} & \overline{x_k^4} & \overline{x_k^2 y_k^2} & \overline{x_k^3 y_k} \\ \overline{y_k^2} & \overline{x_k y_k^2} & \overline{y_k^3} & \overline{x_k^2 y_k^2} & \overline{y_k^4} & \overline{x_k y_k^3} \\ \overline{x_k y_k} & \overline{x_k^2 y_k} & \overline{x_k y_k^2} & \overline{x_k^3 y_k} & \overline{x_k y_k^3} & \overline{x_k^2 y_k^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{00} \\ c_{10} \\ c_{01} \\ c_{20} \\ c_{02} \\ c_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{f_o(x_k, y_k)} \\ \overline{x_k f_o(x_k, y_k)} \\ \overline{y_k f_o(x_k, y_k)} \\ \overline{x_k^2 f_o(x_k, y_k)} \\ \overline{y_k^2 f_o(x_k, y_k)} \\ \overline{x_k y_k f_o(x_k, y_k)} \end{pmatrix}, \quad (2.74)$$

gdje su elementi $K_i \times K_i$ matrice na lijevoj strani jednadžbe i K_i -stupca na desnoj poznati. Minimalno treba biti $K_i=6$. U slučaju da ne postoji minimalan broj mjerenja u području utjecaja ono se može proširiti.

Alternativna mogućnost proširenju područja utjecaja je uključenje i drugih polja u procjenu polinomnih koeficijenata, što je moguće učiniti i u općem slučaju tj. kada postoji dovoljan broj mjerenja u polju koje se interpolira. To su izvorno, uz upotrebu kvadratičnog područja utjecaja, također činili Gilchrist i Cressman (1954), pa se može govoriti o svojevrsnoj *multivarijantnoj* analizi. Općenito, objektivna analiza treba biti konzistentna s hidrodinamičkim jednadžbama koje povezuju različite meteorološke varijable. Na taj način se zadaju fizikalna ograničenja (uvjeti; eng. constraints) na varijable koja ujedno mogu biti i matematička ograničenja (uvjeti). Panofsky (1949) je također rezonirao na sličan način.

U slučaju analize polja geopotencijalnih visina $\Phi(x,y)$ izobarne plohe, geostrofičkim relacijama mogu se u izvantropskim područjima zadati uvjeti za polje geopotencijala tj.

$$u_g = -\frac{1}{f} \frac{\partial \Phi}{\partial y}; \quad v_g = \frac{1}{f} \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad (2.75)$$

gdje su u i v zonalna i meridionalna komponenta vektora vjetra, a f Coriolisov parametar, što je već navedeno prethodno u dijagnostičkoj metodi kontrole podataka⁵. Promatrajmo simultanu analizu geopotencijala $\Phi_A(x,y)$ i horizontalnih komponenata vjetra $u_A(x,y)$ i $v_A(x,y)$. Pretpostavimo da su te funkcije razvijene u red polinomnih (ili općenito drugih oblika) funkcija razvoja h_{mn}^Φ , h_{mn}^u i h_{mn}^v oblika

$$\begin{aligned} \Phi_A(x,y) &= \sum_{mn} c_{mn} h_{mn}^\Phi(x,y), \\ u_A(x,y) &= \sum_{mn} c_{mn} h_{mn}^u(x,y), \\ v_A(x,y) &= \sum_{mn} c_{mn} h_{mn}^v(x,y), \end{aligned} \quad (2.76)$$

gdje su

$$h_{mn}^u(x,y) = -\frac{g}{f} \frac{\partial h_{mn}^\Phi(x,y)}{\partial y}; \quad h_{mn}^v = \frac{g}{f} \frac{\partial h_{mn}^\Phi(x,y)}{\partial x},$$

što slijedi iz jedn. (2.75) i jednakosti koeficijenata c_{mn} . Na taj način je uključen uvjet (2.75).

Ako se uzme da je

$$h_{00}^\Phi = 1, \quad h_{10}^\Phi = x, \quad h_{01}^\Phi = y, \quad h_{11}^\Phi = xy, \quad h_{20}^\Phi = x^2, \quad h_{02}^\Phi = y^2$$

i odgovarajući koeficijenti razvoja da su

$$c_{00}, c_{10}, c_{01}, c_{11}, c_{20}, c_{02},$$

⁵ Uvjeti (2.75) zovu se strogim (eng. strong constraints) jer su u potpunosti zadovoljeni za razliku od slabih uvjeta (eng. weak constraints) koji su samo djelomično zadovoljeni i koji će se spomenuti kasnije u potpoglavlju 2.4.4.

dobiva se polinom drugog reda oblika (2.73) za prvu funkciju iz (2.76). Druge dvije funkcije iz (2.76) jesu njene odgovarajuće derivacije.

Može se koristiti i kompaktnija notacija uvođenjem vektora $\mathbf{r}=(x,y)$ za dvodimenzionalnu prostornu koordinatu i na taj način jedn. (2.76) pisati u obliku

$$\begin{aligned}\Phi_A(\mathbf{r}) &= \sum_q c_q h_q^\Phi(\mathbf{r}), \\ u_A(\mathbf{r}) &= \sum_q c_q h_q^u(\mathbf{r}), \\ v_A(\mathbf{r}) &= \sum_q c_q h_q^v(\mathbf{r}),\end{aligned}\tag{2.77}$$

gdje je q skraćena za dvostruki ("dvodimenzijalni") indeks. Pretpostavimo da su mjerenja geopotencijala $\Phi_o(\mathbf{r}_k)$; $k=1,2,\dots,K_i$ na postaji \mathbf{r}_k , a mjerenja vjetra $u_o(\mathbf{r}_l)$, $v_o(\mathbf{r}_l)$; $l=1,2,\dots,L_i$ na postaji \mathbf{r}_l . Neka su $\varepsilon_\Phi(\mathbf{r}_k)$ pogreške mjerenja geopotencijala i $\varepsilon_v(\mathbf{r}_k)$ pogreške mjerenja vjetra na odgovarajućim postajama. Pretpostavimo nadalje da ne postoji prostorna (auto)korelacija između pogrešaka mjerenja za pojedine varijable kao i za različite varijable:

$$\langle \varepsilon_\Phi(\mathbf{r}_s) \varepsilon_\Phi(\mathbf{r}_p) \rangle = \langle \varepsilon_v(\mathbf{r}_s) \varepsilon_v(\mathbf{r}_p) \rangle = 0 \quad \text{za } p \neq s,$$

kao i

$$\langle \varepsilon_\Phi(\mathbf{r}_p) \varepsilon_v(\mathbf{r}_s) \rangle = 0 \quad \text{za sve } p \text{ i } s.$$

Tada se prema analogiji s jedn. (C15) i (C16a) može definirati kvadratna forma

$$\begin{aligned}I &= \sum_{k=1}^{K_i} w_\Phi(\mathbf{r}_k) \left[\sum_q c_q h_q^\Phi(\mathbf{r}_k) - \Phi_o(\mathbf{r}_k) \right]^2 \\ &+ \sum_{l=1}^{L_i} w_v(\mathbf{r}_l) \left\{ \left[\sum_q c_q h_q^u(\mathbf{r}_l) - u_o(\mathbf{r}_l) \right]^2 + \left[\sum_q c_q h_q^v(\mathbf{r}_l) - v_o(\mathbf{r}_l) \right]^2 \right\},\end{aligned}\tag{2.78}$$

gdje su $w_\Phi(\mathbf{r}_k) = 0.5 / \langle \varepsilon_\Phi^2(\mathbf{r}_k) \rangle$ i $w_v(\mathbf{r}_l) = 0.5 / \langle \varepsilon_v^2(\mathbf{r}_l) \rangle$.

Minimizacija veličine (2.78) po koeficijentima c_q daje

$$\sum_{\mu} c_{\mu} \left\{ \sum_{k=1}^{K_i} w_{\Phi}(\mathbf{r}_k) h_q^{\Phi}(\mathbf{r}_k) h_{\mu}^{\Phi}(\mathbf{r}_k) + \sum_{l=1}^{L_i} w_v(\mathbf{r}_l) [h_q^u(\mathbf{r}_l) h_{\mu}^u(\mathbf{r}_l) + h_q^v(\mathbf{r}_l) h_{\mu}^v(\mathbf{r}_l)] \right\} \quad (2.79)$$

$$= \sum_{k=1}^{K_i} w_{\Phi}(\mathbf{r}_k) \Phi_o(\mathbf{r}_k) h_q^{\Phi}(\mathbf{r}_k) + \sum_{l=1}^{L_i} w_v(\mathbf{r}_l) [u_o(\mathbf{r}_l) h_q^u(\mathbf{r}_l) + v_o(\mathbf{r}_l) h_q^v(\mathbf{r}_l)],$$

gdje su μ i q u ovom slučaju "dvodimenzijalni" indeksi. Relacija (2.79) može se zapisati i u matricnom obliku (vidi Daley, 1991).

Nedostatak lokalne polinomne prilagodbe je u tome što se obavlja za svaku točku mreže posebno. Ako se pak ista funkcija primijenjuje na čitavo područje, na primjer Zemljinu kuglu, tada je riječ o globalnoj polinomnoj prilagodbi. Pored teškoća s rješavanjem sustava jednadžbi zbog velikih dimenzija matrica sustava, poteškoće se javljaju i u području rijetke mjerne mreže u slučaju globalne polinomne prilagodbe. Zbog toga se, u tom slučaju, pribjegava izboru specijalnih funkcija razvoja, na primjer trigonometrijskih kao i postavljanju složenijih fizikalnih uvjeta nego što je učinjeno pri izvodu jedn. (2.79).

2.4.1.2 Spektralna prilagodba

Promatrajmo najprije jednodimenzijalnu funkciju $f_A(x)$ kutne varijable x (na primjer geografske duljine), na globalnom području $-\pi \leq x \leq \pi$ s periodičkim rubnim uvjetima $f(-\pi) = f(\pi)$. Pretpostavimo razvoj promatrane funkcije u obliku:

$$f_A(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^M [a_m \cos mx + b_m \sin mx], \quad (2.80)$$

gdje su a_o , a_m i b_m koeficijenti razvoja. U kompleksnoj notaciji jedn. (2.80) može biti prikazana u obliku

$$f_A(x) = \sum_{m=-M}^M c_m e^{imx}, \quad (2.81)$$

gdje je m valni broj. Slijedeći jedn. (C15) i (C16a), uz mjerene vrijednosti $f_o(x_k)$, $k = 1, 2, \dots, K$, definiramo kvadratnu formu

$$I = \sum_{k=1}^K w_k d_k^2 = \sum_{k=1}^K w_k \left[\sum_{m=-M}^M c_m e^{imx_k} - f_o(x_k) \right]^2, \quad (2.82)$$

gdje su $w_k = 0.5 / \langle \varepsilon_o^2(x_k) \rangle$. Minimizacijom veličine I po $2M+1$ koeficijenata c_m , dobiva se sustav jednažbi

$$\sum_{\mu=-M}^M c_\mu \sum_{k=1}^K w_k e^{i(\mu-m)x_k} = \sum_{k=1}^K w_k f_o(x_k) e^{-imx_k}, \quad (2.83)$$

$$-M \leq m \leq M.$$

Ako se pretpostave homogeni uvjeti za pogreške mjerenja tj. $w_k = w$ te neprekidnost i derivabilnost funkcija razvoja, uz zamjenu sume $\sum_{k=1}^K ()$ integralom

$\int_{-\pi}^{\pi} () dx$, jedn. (2.83) prelazi u

$$c_m = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f_o(x) e^{-imx} dx, \quad (2.84)$$

gdje je iskorišteno svojstvo ortogonalnosti

$$\int_{-\pi}^{\pi} e^{i(\mu-m)x} dx = 2\pi \delta_{m\mu} \quad (2.85)$$

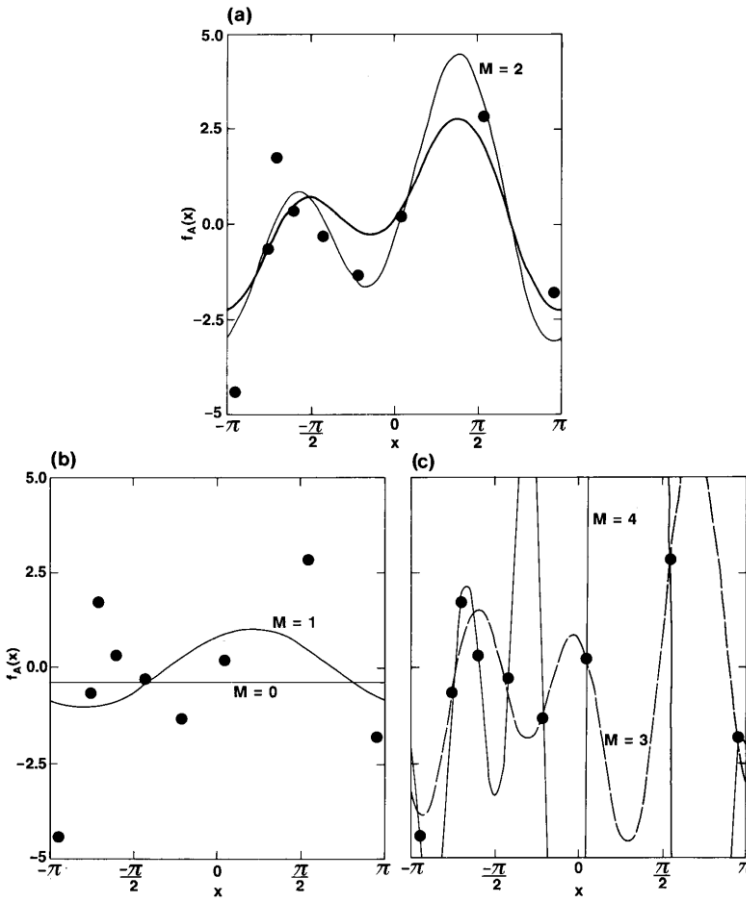
$$\delta_{m\mu} = \begin{cases} 1 & \text{za } m=\mu \\ 0 & \text{za } m \neq \mu \end{cases},$$

jedn. (2.84) je klasični izraz za koeficijente Fourierovog razvoja.

Poteškoće s izborom broja članova razvoja mogu se ilustrirati primjerom. Pretpostavimo točni signal na domeni $-\pi \leq x \leq \pi$ u formi

$$f_T(x) = 0.5 + 1.2 \cos x + 0.8 \sin x - 1.3 \cos 2x + 0.6 \sin 2x, \quad (2.86)$$

prikazan na slici 2.25a debljom punom linijom. Na istoj slici su prikazane mjerene vrijednosti punim kružićima, kao i vrijednosti dobivene prilagodbom spektralne funkcije oblika (2.80) za slučaj $M=2$. Kao što se vidi s te slike, signal se dobro slaže s analitičkom procjenom. Međutim, ako se uzme $M=0$ ili $M=1$ (slika 2.25b) prilagodba mjeranim podacima je loša. Slična situacija je u slučaju izbora $M=3$ ili $M=4$ (slika 2.25c). U prvom slučaju riječ je o podbačaju (eng. underfitting), a u drugom o prebačaju (eng. overfitting).



Slika 2.25 Ilustracija podbačaja i prebačaja u izboru broja članova razvoja funkcije u Fourierov red. Deblja crta pod a) predstavlja točni signal, dok su razni slučajevi izbora za $M=0,1,2,3,4$ naznačeni pokraj grafikona pod a), b) i c). Kružići predstavljaju mjerene vrijednosti koje uključuju pogreške mjerenja (Daley, 1991; str. 47).

Kao što se također vidi s gore citiranih slika, u ovom slučaju najbolji izbor je $M=2$. Manji red od ovog ne opisuje dobro signal, dok veći redovi od njega daju prevelik signal u području rijetkih mjerenja. Ova pojava je još izraženija kod polinomnog razvoja. Iako se danas ovi pristupi razmjerno malo koriste, mogu se postići određene korekcije uvođenjem dodatnih uvjeta na funkciju razvoja, na primjer geostrofičke aprosimacije (2.75).

Općenito, osim kvadratne forme (u engleskoj literaturi često nazivana *cost function*)

$$I_1(f_A) = \sum_{k=1}^K w_k [f_A(x_k) - f_o(x_k)]^2, \quad (2.87)$$

definira se i dodatni uvjet (u engleskoj literaturi nazvan *penalty function*)

$$J_p(f_A) = \int_{x_a}^{x_b} \left[\frac{d^p}{dx^p} f_A(x) \right]^2 dx, \quad (2.88)$$

gdje je I_1 mjera bliskosti f_A i f_o , dok je J_p mjera glatkoće funkcije f_A (vidi Ahlberg et al., 1967; Daley, 1991). U ovom slučaju traži se uvjetni minimum (vidi Schwartz, 1967; Kurepa, 1975) od I_1 odnosno bezuvjetni minimum veličine

$$I(\gamma, p) = I_1(f_A) + \gamma J_p(f_A), \quad (2.89)$$

gdje su p i γ realne pozitivne konstante. Matematički uvjet (2.88) može biti ujedno i fizikalni uvjet (vidi Daley, 1991).

Ako se izabere $x_a = -\pi$ i $x_b = \pi$ i minimizira (2.89) u odnosu na c_m dobiva se sustav jednadžbi

$$\sum_{\mu=-M}^M c_\mu \sum_{k=1}^K w_k e^{i(\mu-m)x_k} + 2\pi\gamma m^{2p} c_m = \sum_{k=1}^K w_k f_o(x_k) e^{-imx_k}, \quad (2.90)$$

$$-M \leq m \leq M,$$

uz korištenje relacije (2.85). U slučaju da je $w_k = w$ (prostorna homogenost pogreške mjerenja) slijedi

$$c_m = \frac{1}{1 + \alpha m^{2p}} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K f_o(x_k) e^{-imx_k}, \quad (2.91)$$

$$-M \leq m \leq M,$$

gdje je $\alpha = 2\pi\gamma / Kw$, što prelazi u diskretni oblik relacije (2.84) za $\gamma = 0$. Član $J_p(f_A)$ djeluje kao niskopropusni (eng. low-pass) filter jer prigušuje valove kraćih valnih duljina (većeg valnog broja m), a propušta valove sa većom valnom duljinom (manjeg valnog broja m , pa otuda i naziv filtra).

Na slici 2.26 prikazan je učinak uvođenja uvjeta (2.88). Dijagram je istog formata kao na slici 2.25 s deset mjerenja označenih kružićima. Odabrano je $M = 3$, $p = 2$, $w_k = 1$ i $1 \leq k \leq 10$. Kao što se vidi sa slike, na području rijetkih mjerenja analitička funkcija naglo raste za slučaj $\gamma = 0$. S druge strane, kada se uvažio uvjet (2.88) nije došlo do znatnijih promjena na području gušćih mjerenja, ali je znatno ublažen "neprirodni" rast funkcije na području rijetkih mjerenja.

U dvodimenzijalnom slučaju traži se minimum od

$$I(\gamma, p) = \sum_{k=1}^K w_k [f_A(x_k, y_k) - f_o(x_k, y_k)]^2 + \gamma J_p(f_A), \quad (2.92)$$

gdje je

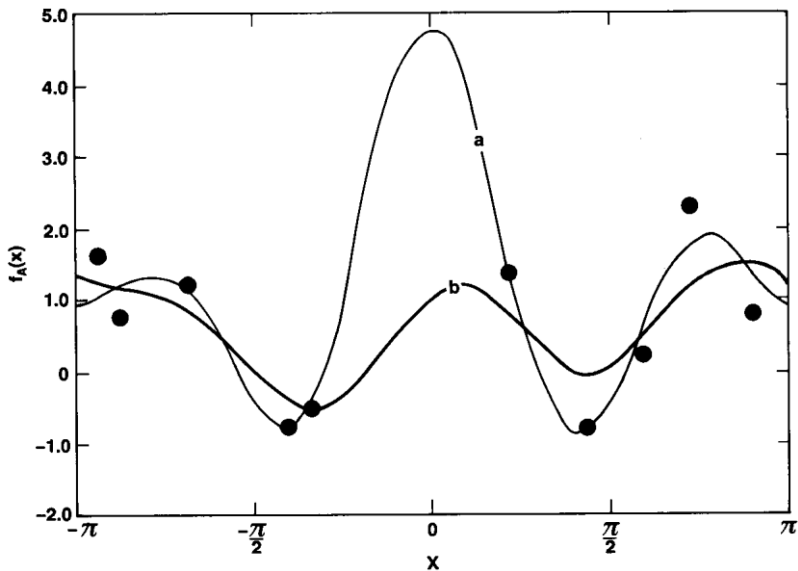
$$J_p(f_A) = \int_x \int_y \sum_{q=0}^p \binom{p}{q} \left[\frac{\partial^p f_A}{\partial x^q \partial y^{p-q}} \right] dx dy. \quad (2.93)$$

Za funkcije razvoja u dvodimenzijalnom slučaju mogu se odabrati sferne funkcije⁶. Tada analitička funkcija $f_A(x_k, y_k)$ poprima oblik

$$f_A(x_k, y_k) = \sum_{m=-M}^M \sum_{n=|m|}^{N(m)} c_{mn} P_n^m(\sin y_k) e^{imx_k}, \quad (2.94)$$

⁶ Zovu se sfernim funkcijama zato što su njihove nule na sferi.

gdje je $P_n^m(\sin y_k)$ pridružena Legendreova funkcija prve vrste stupnja m i reda n , a y_k također kutna koordinata kao i x_k , koje se obično označavaju s φ_k odnosno λ_k , te predstavljaju geografsku širinu odnosno duljinu. Također se može uključiti i treća prostorna dimenzija, kao i drukčiji pristup prilagodbi analitičke funkcije mjerenjima od ovdje opisanog (vidi Bengtsson et al., 1981).



Slika 2.26 Utjecaj dodatnog uvjeta (eng. penalty function) na koeficijente razvoja funkcije spektralne prilagodbe. Krivulja (a) je dobivena za $\gamma = 0$ i (b) za $\gamma = 0.01$. Kružići su mjerene vrijednosti (Daley, 1991; str. 60).

2.4.2 Metoda uzastopnog popravljanja

(eng. Successive Correction Method; SCM)

Objektivna analiza metodom prilagodbe funkcija, osobito polinomnih, razvijena 50-tih godina dvadesetog stoljeća, nije se pokazala efikasnom, naročito u području rijetkih mjerenja. Skoro istovremeno, drugi pristup tom problemu ostvarili su Bergthorsson i Doos (1955). Oni uvode *a priori* težine koje se

smanjuju s udaljenošću mjerne postaje od točke mreže za koju se interpolacija vrši, iako su izvorno određene empirički na temelju pogrešaka analize. Stoga se ova metoda može smatrati pretečom statističke interpolacije koja će biti razmatrana nešto kasnije. Inače, metoda se temelji na uzastopnom popravljaju (korekcijama) preliminarnih procjena, a uvođenje preliminarnih procjena je prednost ove metode u odnosu na metode prilagodbe. Preliminarnih procjena, kao što je spomenuto u poglavlju za kontrolu podataka, mogu početno biti klimatske veličine (na primjer klimatski prosjeci - normale), kratkoročne prognoze atmosferskih stanja (3-12 sati unaprijed) ili njihove kombinacije. Preliminarnih procjena obično treba interpolirati s točaka mreže na postaje. Ta *prethodna* interpolacija se može obaviti pomoću klasičnih matematičkih metoda, na primjer *Lagrangeovom* interpolacijskom formulom (Dodatak D).

Razmotrimo najprije prvu korekciju ili iteraciju procedure. U tu svrhu promatrajmo varijablu $f(\mathbf{r})$, gdje \mathbf{r} definira prostorni položaj: \mathbf{r}_i točke mreže i \mathbf{r}_k postaje. Neka su $f_o(\mathbf{r}_k)$ mjerene i $f_B(\mathbf{r}_k)$ preliminarnih vrijednosti polja na postajama, a $f_A(\mathbf{r}_i)$ analizirane i $f_B(\mathbf{r}_i)$ preliminarnih vrijednosti na točkama mreže. Slično, s $\varepsilon_B(\mathbf{r}_i)$ i $\varepsilon_B(\mathbf{r}_k)$ mogu se označiti pogreške preliminarnih procjena i s $\varepsilon_o(\mathbf{r}_k)$ pogreške mjerenja. Pretpostavimo da varijance pogrešaka preliminarnih procjena $E_B^2 = \langle \varepsilon_B^2(\mathbf{r}) \rangle$ ne ovise o položaju. Neka je $\langle \varepsilon_o(\mathbf{r}_k) \varepsilon_o(\mathbf{r}_l) \rangle = 0$; $k \neq l$ što znači da ne postoji korelacija između pogrešaka mjerenja. Pretpostavlja se međutim da je $E_o^2(k) = \langle \varepsilon_o^2(\mathbf{r}_k) \rangle$ tj. da se mjerenja obavljaju različitim instrumentima.

Promatrajmo najprije slučaj jednog mjerenja na postaji s položajem \mathbf{r}_k , kao što su to izvorno činili Bergthorsson i Doos (1955,) uz drukčiju notaciju, tj.

$$f_B(\mathbf{r}_i) \quad \text{i} \quad f_B(\mathbf{r}_i) + [f_o(\mathbf{r}_k) - f_B(\mathbf{r}_k)],$$

gdje je prva veličina preliminarna procjena polja u točki mreže, a druga ispravljena prva procjena za razliku izmjerene i preliminarnih vrijednosti na postaji. Ako se pretpostavi da je jednaka razlika između mjerene i preliminarnih vrijednosti na postaji i točki mreže, uz uvjet da je mjerenje točnije od prve preliminarnih procjena, što je u praksi uglavnom slučaj, onda je druga procjena zaista ispravka prve (slika 2.27).

Bergthorsson i Doos pokušali su kombinirati navedene procjene i uvažiti udaljenost između točke mreže i postaje na optimalan način u cilju dobivanja što točnije vrijednosti $f_A(\mathbf{r}_i)$. Rezultat tog pokušaja je jednadžba

$$f_A(\mathbf{r}_i) = \frac{E_B^{-2} f_B(\mathbf{r}_i) + E_o^{-2}(k)w(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)[f_B(\mathbf{r}_i) + f_o(\mathbf{r}_k) - f_B(\mathbf{r}_k)]}{E_B^{-2} + E_o^{-2}(k)w(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)}, \quad (2.95)$$

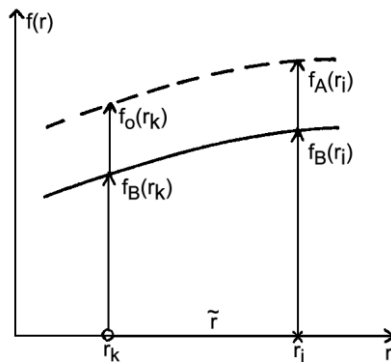
gdje je

$$w(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i) = 1 \text{ za } \mathbf{r}_k = \mathbf{r}_i \text{ i } w(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i) = 0 \text{ za } |\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i| \rightarrow \infty.$$

Tako u slučaju kada je $|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|$ veliko $f_A(\mathbf{r}_i)$ postaje jednako prvoj preliminarnoj procjeni $f_B(\mathbf{r}_i)$. Ako je $\mathbf{r}_k = \mathbf{r}_i$ tada (2.95) postaje

$$f_A(\mathbf{r}_i) = \frac{E_B^{-2} f_B(\mathbf{r}_i) + E_o^{-2} f_o(\mathbf{r}_i)}{E_B^{-2} + E_o^{-2}}, \quad (2.96)$$

gdje je E_o^{-2} varijanca pogreške mjerenja na točki mreže s položajem \mathbf{r}_i . Također je



Slika 2.27 Shematski prikaz konstantne razlike izmjerene vrijednosti i preliminarnu procjenu na potezu postaja - točka mreže.

vidljiva konzistentnost (2.96) s (C14b). Korisniji oblik (2.95) je

$$f_A(\mathbf{r}_i) - f_B(\mathbf{r}_i) = \frac{E_o^{-2}(k)w(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)}{E_B^{-2} + E_o^{-2}w(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)} [f_o(\mathbf{r}_k) - f_B(\mathbf{r}_k)], \quad (2.97)$$

gdje je $[f_o(\mathbf{r}_k) - f_B(\mathbf{r}_i)]$ prirast (inkrement) mjerenja i $[f_A(\mathbf{r}_i) - f_B(\mathbf{r}_i)]$ prirast analize ili korekcija preliminarnе procjene (u ovom slučaju prve). Veličina $w(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)$ je označena malim slovom jer je definirana "a priori". "A posteriori" težine W_{ik} , definirane po analogiji s (C16b), mogu se uključiti u (2.97) kao

$$f_A(\mathbf{r}_i) - f_B(\mathbf{r}_i) = W_{ik} [f_o(\mathbf{r}_k) - f_B(\mathbf{r}_k)], \quad (2.98)$$

gdje je

$$W_{ik} = \frac{E_B^2 w(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)}{E_B^2 w(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i) + E_o^2(k)}.$$

Bergthorsson i Doos procijenili su težine W_{ik} za geopotencijal plohe 500 hPa statističkom regresijom u odnosu na niz subjektivno analiziranih karata kao što je već prethodno spomenuto. Na taj način su ustanovili da je $w(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)$ samo funkcija relativne udaljenosti između \mathbf{r}_k i \mathbf{r}_i tj.

$$w(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i) = w(\tilde{r}); \quad \tilde{r}^2 = (x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2,$$

a zbog upotrebe samo radiosondažnih mjerenja uzeto je $E_o^2(k) = E_o^2$ za sve postaje. Ilustracija ovisnosti $w(\tilde{r})$ o udaljenosti \tilde{r} izložena je na slici 2.28.

Rezultat je u suglasnosti s očekivanjem tj. da se mjerenja bliža točki mreže uzimaju s većom težinom, a ona udaljenija s manjom, dok su težine uvijek pozitivne. Bergthorsson i Doos također su ustanovili da je za polje geopotencijala plohe 500 hPa $E_o^2 / E_B^2 = 1/9 \approx 0.11$ tj. da su mjerenja znatno točnija od preliminarnih procjena.

Bergthorsson-Doosova shema je lokalna s obzirom na to da se prihvaćaju samo mjerenja iz područja utjecaja (slika 2.24) oko točke mreže \mathbf{r}_i koja utječu na analitičku vrijednost $f_A(\mathbf{r}_i)$. Ako pretpostavimo da postoji K_i mjerenja tada (2.97) prelazi u

$$f_A(\mathbf{r}_i) - f_B(\mathbf{r}_i) = \frac{\sum_{k=1}^{K_i} E_o^{-2}(k) w(\tilde{r}) [f_o(\mathbf{r}_k) - f_B(\mathbf{r}_k)]}{\sum_{k=1}^{K_i} E_o^{-2}(k) w(\tilde{r}) + E_B^{-2}}. \quad (2.99)$$

Nadalje, ako se pretpostavi isti tip mjerenja tada je

$$f_A(\mathbf{r}_i) - f_B(\mathbf{r}_i) = \frac{\sum_{k=1}^{K_i} w(\tilde{r}) [f_o(\mathbf{r}_k) - f_B(\mathbf{r}_k)]}{\sum_{k=1}^{K_i} w(\tilde{r}) + \varepsilon_o^2}, \quad (2.100)$$

gdje je $\varepsilon_o^2 = E_o^2 / E_B^2$ konstanta.

Jedna od često primijenjivanih varijanti SCM-a (Cressman, 1959) ispušta član E_B^{-2} iz (2.99). U slučaju jednog mjerenja u točki mreže Cressmanov algoritam daje $f_A(\mathbf{r}_i) = f_o(\mathbf{r}_i)$ umjesto (2.96). To je opravdano ako su mjerenja dovoljno točna i ako ne postoje preliminarne procjene.

Iako su, kako je već rečeno, Bergthorsson i Doos izveli $w(\tilde{r})$ statistički, postoje razne funkcionalne formulacije ove veličine. Na primjer, Cressman (1959) prilagođava slijedeći oblik

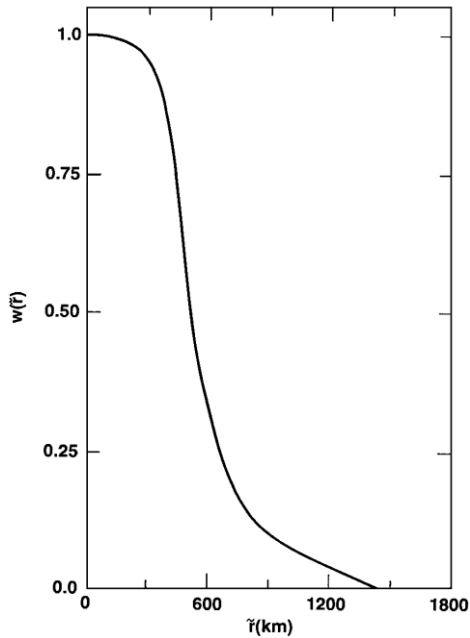
$$w(\tilde{r}) = \begin{cases} \frac{R^2 - \tilde{r}^2}{R^2 + \tilde{r}^2}, & \tilde{r} \leq R \\ 0 & \tilde{r} > R \end{cases} \quad (2.101)$$

gdje je $w(\tilde{r}) = 0$ za $\tilde{r} = R$ i $w(\tilde{r}) = 1$ za $\tilde{r} = 0$.

Drugi oblik od $w(\tilde{r})$ predlažu Sasaki (1960) i Barnes (1964) tj.

$$w(\tilde{r}) = \exp\left(-\frac{\tilde{r}^2}{2R^2}\right), \quad (2.102)$$

gdje je $w(0) = 1$ i $w(\tilde{r}) > 0$ za sve \tilde{r} . To osigurava da je nazivnik od (2.100) konačan i u slučaju kad je $\varepsilon_o^2 = 0$. Ako se uzme manji R bit će naglašeni procesi manjih razmjera (valnih duljina) i obrnuto. To pokazuje *spektralna analiza procedure* (vidi Daley, 1991).



Slika 2.28 Težinska Bergthorsson-Doosova funkcija (Daley, 1991; str. 67).

Glavni nedostatak opisane metode je u tome što W_{ik} ne ovisi o relativnoj udaljenosti postaja, a to je nužno prihvatiti, inače bi područja s gušćim mjerenjima bila uzeta s prevelikom težinom u odnosu na ona s rijedim. Međutim, uvođenjem višestrukih iteracija rezultat se može popraviti.

Opisana procedura odnosila se na jednu iteraciju (ispravku) prve preliminarne procjene tj.

$$f_A^1(\mathbf{r}_i) = f_B(\mathbf{r}_i) + \underline{W}_i^T [f_o - f_B], \quad (2.103)$$

gdje su f_o i f_B K -stupac vektori s elementima $f_o(\mathbf{r}_k)$ i $f_B(\mathbf{r}_k)$ te \underline{W}_i K -stupac vektor s elementima

$$W_{ik} = \frac{w(r_{ik})}{\sum_{k=1}^{K_i} w(r_{ik}) + \varepsilon_o^2}, \quad (2.104)$$

gdje je r_{ik}^2 isto što i \tilde{r}^2 . Druga iteracija daje

$$f_A^2(\mathbf{r}_i) = f_A^1(\mathbf{r}_i) + \underline{W}_i^T [\underline{f}_o - \underline{f}_A^1] \quad (2.105)$$

ili općenito $j+1$ -ta

$$f_A^{j+1}(\mathbf{r}_i) = f_A^j(\mathbf{r}_i) + \underline{W}_i^T [\underline{f}_o - \underline{f}_A^j], \quad (2.106)$$

gdje je $f_A^0(\mathbf{r}_i) = f_B(\mathbf{r}_i)$.

U slučaju da točke mreže na lokacijama \mathbf{r}_i ($i=1,2,\dots,I$) koincidiraju s mrežom postaja na lokacijama \mathbf{r}_k ($k=1,2,\dots,K_i$) tada (2.106) prelazi u

$$f_A^{j+1}(\mathbf{r}_k) = f_A^j(\mathbf{r}_k) + \underline{W}_k^T [\underline{f}_o - \underline{f}_A^j] \quad (2.107)$$

odnosno u matricnom obliku koji obuhvaća sve točke mreže

$$\underline{f}_A^{j+1} = \underline{f}_A^j + \underline{W}^T [\underline{f}_o - \underline{f}_A^j], \quad (2.108)$$

gdje je \underline{f}_A^j j -ta iteracija objektivne analize na mreži postaja \mathbf{r}_k , $1 \leq k \leq K$. \underline{W} je $K \times K$ matrica težina.

Promatrajmo na području $-\pi \leq k \leq \pi$, globalni slučaj 20 jednako udaljenih mjerenja $x_k = -\pi + \pi k / 10$; $k=1,2,\dots,20$ čiji su rezultati prikazani kružićima na slici 2.29a. Uzete su težine oblika (2.101) uz $R=\pi/4$. Sa slike je vidljivo poboljšanje prilagodbe analitičke funkcije mjerenjima u drugom iterativnom koraku (također slika 2.29a).

Treba također primijetiti da se sličan rezultat postiže ako se *a posteriori* težine mijenjaju u svakom iterativnom koraku. One se mogu izračunati iz (2.108) nakon operacija

$$\underline{f}_A^{j+1} - \underline{f}_o = [\underline{I} - \underline{W}^T][\underline{f}_A^j - \underline{f}_o] = [\underline{I} - \underline{W}^T]^{j+1} [\underline{f}_A^0 - \underline{f}_o] \quad (2.109)$$

ili

$$\underline{f}_A^{j+1} - \underline{f}_B = \underline{\underline{W}}^T(j+1) [\underline{f}_o - \underline{f}_B], \quad (2.110)$$

gdje je

$$\underline{\underline{W}}^T(j) = \underline{\underline{I}} - [\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{W}}^T]^j \text{ i } \underline{f}_A^0 = \underline{f}_B.$$

Nadalje, $\underline{\underline{W}}^T(j)$ su *a posteriori* težine za j -tu iteraciju. Ove težine su nacrtane na slici 2.29b za slučajeve $j=1,2,5$ i $x_k=0$. S te slike se uočava sve jače naglašavanje manje prostorne ljestvice kako broj iteracija raste. Do sličnog zaključka se također može doći *spektralnom analizom* procedure (vidi Daley, 1991).

Sličan učinak prethodno opisanom postiže se ako bi se u svakom iterativnom koraku mijenjale težinske funkcije (Barnes, 1964 i 1978)

$$w_j(r_{lk}) = \exp\left(-\frac{r_{lk}^2}{2R_j^2}\right), \quad (2.111)$$

$$l=1,2,\dots,K,$$

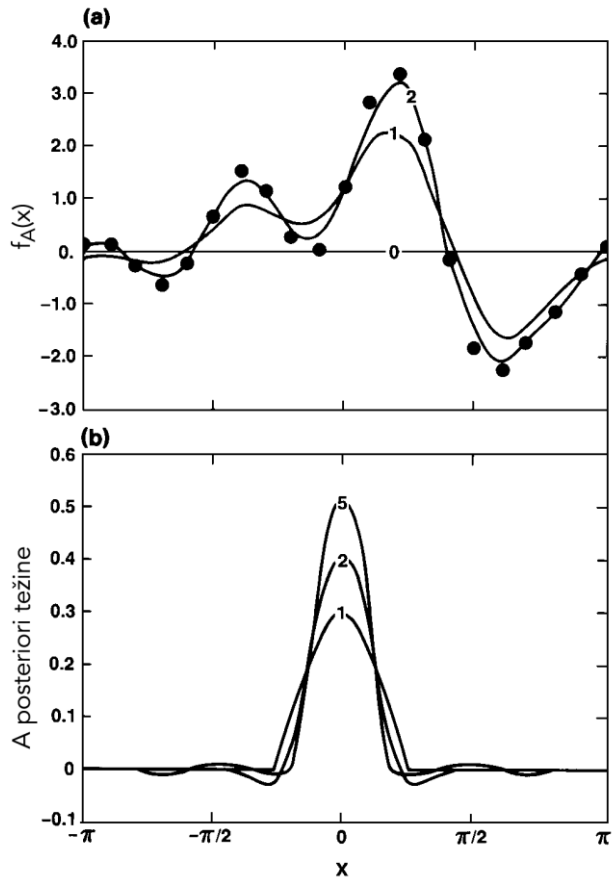
po pravilu

$$R_{j+1}^2 = \gamma^{j+1} R_0^2, \quad (2.112)$$

$$0 \leq \gamma \leq 1,$$

gdje je R_0 polumjer početno definiranog područja utjecaja koje se postupno smanjuje, ovisno o $\gamma = R_{j+1}^2 / R_j^2$. Na taj način se, također, iterativnim postupkom sve više naglašavaju procesi manje prostorne ljestvice tj. mezoprocesi. Stoga nije čudno da se ova Barnesova procedura najviše upotrebljavala u mezoanalizi, osobito radarskih i satelitskih slika.

Konačno, može se pokazati da opisani iterativni postupak uz određene modifikacije teži rezultatu statističke interpolacije dobivenom po metodi najmanje varijance pogreške analize. Međutim, dokaz prelazi okvir udžbenika (vidi također Daley, 1991).



Slika 2.29 Ilustracija iteracijskog procesa SCM za 20 jednako udaljenih postaja: a) analitičke vrijednosti kao funkcija iterativnog koraka i b) "a posteriori" težine (Daley, 1991; str. 71).

2.4.3 Univarijatna statistička interpolacija

Osnovni oblik jednadžbi kod ove metode je sličan onom koji je upotrebljen u metodi uzastopnog popravljanja, ali i onom kod kontrole podataka s više postaja. Promatramo analizu varijable $f(\mathbf{r})$, gdje je \mathbf{r} općenito trodimenzijalna prostorna koordinata. Definirajmo $f_A(\mathbf{r}_i)$ kao analitičku vrijednost of f u točki mreže \mathbf{r}_i , $f_B(\mathbf{r}_i)$ kao preliminarnu procjenu u istoj točki, dok su $f_o(\mathbf{r}_k)$ i $f_B(\mathbf{r}_k)$ mjerena i

preliminarna vrijednost na postaji \mathbf{r}_k . Onda se može definirati linearna kombinacija

$$f_A(\mathbf{r}_i) = f_B(\mathbf{r}_i) + \sum_{k=1}^K W_{ik} [f_o(\mathbf{r}_k) - f_B(\mathbf{r}_k)], \quad (2.113)$$

gdje je K broj postaja, a W_{ik} su još neodređene težine.

Prikladno je uvesti jednostavniju notaciju. Naime, definirajući $A_i = f_A(\mathbf{r}_i)$, $B_i = f_B(\mathbf{r}_i)$, $O_k = f_o(\mathbf{r}_k)$ i $B_k = f_B(\mathbf{r}_k)$ prethodna jednadžba se može pisati kao

$$A_i = B_i + \sum_{k=1}^K W_{ik} [O_k - B_k], \quad (2.114)$$

gdje su $A_i - B_i$ i $O_k - B_k$ prirasti ili korekcije analize odnosno mjerenja. Mogu se uvesti oznake i za točnu vrijednost funkcije $T_i = f_T(\mathbf{r}_i)$ i $T_k = f_T(\mathbf{r}_k)$.

Povijesno gledano preliminarnu procjenu uveo je još Gauss (1809; prijevod s latinskog na engleski, 1963) pri proračunu putanja nebeskih tijela, kao i Gandin (1963) prilikom objektivne analize meteoroloških polja, kada za preliminarnu procjenu uzima klimatološka polja tj. $f_B(\mathbf{r}) = \langle f_T(\mathbf{r}) \rangle$. Danas, kao što je već istaknuto, to su prognostički rezultati numeričkih modela, koji su jamačno bliži $f_T(\mathbf{r})$ nego klimatološki srednjaci. Kako su numeričke prognoze obično raspoložive samo za točke mreže, kao što je također spomenuto, prethodna interpolacija preliminarnih vrijednosti na postaje može se obaviti, na primjer, Lagrangeovom metodom (Dodatak D).

Možemo oduzeti točnu vrijednost od obje strane jedn. (2.114) tj.

$$A_i - T_i = B_i - T_i + \sum_{k=1}^K W_{ik} [O_k - B_k]. \quad (2.115)$$

Prikladno je, ali ne i nužno, uvesti pretpostavke

$$\begin{aligned} \text{ili} \quad & \langle f_B(\mathbf{r}) - f_T(\mathbf{r}) \rangle = 0, \quad \langle f_o(\mathbf{r}) - f_T(\mathbf{r}) \rangle = 0 \\ & \langle B_i - T_i \rangle = \langle B_k - T_k \rangle = \langle O_k - T_k \rangle = 0 \end{aligned} \quad (2.116)$$

tj. pretpostavku o nepostojanju trenda pogrešaka, što također na osnovi (2.115) vrijedi i za pogreške analize. Inače, ako postoji poznati trend pogrešaka on se može unaprijed eliminirati (vidi Daley, 1991).

Uz gornje pretpostavke, kvadrirajmo (2.115) i primijenimo operaciju očekivanja

$$\begin{aligned} \langle (A_i - T_i)^2 \rangle &= \langle (B_i - T_i)^2 \rangle + 2 \sum_{k=1}^K W_{ikv} \langle (O_k - B_k)(B_i - T_i) \rangle \\ &+ \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K W_{ik} W_{il} \langle (O_k - B_k)(O_l - B_l) \rangle. \end{aligned} \quad (2.117)$$

Može se staviti da je $E_A^2 = \langle (A_i - T_i)^2 \rangle$ očekivana varijanca pogreške analize u točki mreže \mathbf{r}_i , a $E_B^2 = \langle (B_i - T_i)^2 \rangle$ ista veličina za preliminarne procjene. Varijanca pogreške mjerenja na postaji \mathbf{r}_k je $E_O^2 = \langle (O_k - T_k)^2 \rangle$. Kako je

$$\langle (O_k - B_k) \rangle = \langle (O_l - B_l) \rangle = 0,$$

veličina $\langle (O_k - B_k)(O_l - B_l) \rangle$ je autokovarijanca prirasta (inkrementa) mjerenja između postaja \mathbf{r}_k i \mathbf{r}_l . Slično tome, $\langle (O_k - B_k)(B_i - T_i) \rangle$ je kovarijanca između pogrešaka preliminarne procjene na točki mreže \mathbf{r}_i i inkrementa mjerenja na postaji \mathbf{r}_k .

Kao što je već rečeno, statistička interpolacija zasniva se na principu najmanje varijance pogreške analize. Dakle, treba odrediti težine W_{ik} ; $k=1,2,\dots,K$ uz uvjet da je

$$0 = \frac{\partial E_A^2}{\partial W_{ik}} = 2 \langle (O_k - B_k)(B_i - T_i) \rangle + 2 \sum_{l=1}^K W_{il} \langle (O_k - B_k)(O_l - B_l) \rangle \quad (2.118)$$

ili

$$\sum_{l=1}^K W_{il} \langle (O_k - B_k)(O_l - B_l) \rangle = - \langle (O_k - B_k)(B_i - T_i) \rangle. \quad (2.119)$$

Desna strana jedn. (2.119) može se pisati kao

$$\langle (O_k - B_k)(B_i - T_i) \rangle = \langle (O_k - T_k)(B_i - T_i) \rangle - \langle (B_k - T_k)(B_i - T_i) \rangle.$$

Članovi oblika $\langle (O_m - T_m)(B_n - T_n) \rangle$, koji se javljaju na obje strane jedn. (2.119), su kovarijance između pogreške preliminarnе procjene i pogreške mjerenja (ovdje indeksi m predstavljaju indekse k , a indeksi n indekse l odnosno i u (2.119)). U slučaju, na primjer, da su mjerenja radiosondažna, a preliminarnе procjene klimatološki prosjeci (normale), onda bi ovi članovi iščezli. To vrijedi za većinu mjernih sustava. Doduše postoje izuzeci, na primjer, satelitski podaci (inače ovisni o referentnim mjerenjima u atmosferi; vidi Schott, 1997) mogu biti dobiveni uz pomoć preliminarnih procjena, na primjer, rezultata prognostičkih numeričkih modela. U tom slučaju gornja pretpostavka ne vrijedi. Ako su pak navedene kovarijance poznate, što nije jednostavno ostvariti, moguće ih je eliminirati određenim postupcima (vidi Daley, 1991). Međutim, uz pretpostavku da ne postoji korelacija između pogrešaka mjerenja i pogrešaka preliminarnih procjena, iz (2.119) slijedi

$$\sum_{l=1}^K W_{il} [\langle (B_k - T_k)(B_l - T_l) \rangle + \langle (O_k - T_k)(O_l - T_l) \rangle] = \langle (B_k - T_k)(B_i - T_i) \rangle. \quad (2.120)$$

Dakle, algoritam statističke interpolacije sastoji se od jedn. (2.114) i sustava jedn. (2.120). U vektorskoj notaciji ove jednadžbe izgledaju

$$f_A(\mathbf{r}_i) = f_B(\mathbf{r}_i) + \underline{W}_i^T [\underline{f}_o - \underline{f}_B] \quad (2.121)$$

i

$$[\underline{B} + \underline{O}] \underline{W}_i = \underline{B}_i \quad (2.122)$$

ili

$$\underline{W}_i^T = \underline{B}_i^T [\underline{B} + \underline{O}]^{-1}, \quad (2.123)$$

gdje je \underline{W}_i stupac vektor duljine K kao i stupac vektor \underline{B}_i čiji su elementi $\langle (B_k - T_k)(B_i - T_i) \rangle$. Simetrične matrice \underline{B} i \underline{O} su matrice autokovarijance pogrešaka preliminarnih procjena odnosno motrenja s elementima

$$\langle (B_k - T_k)(B_l - T_l) \rangle \text{ i } \langle (O_k - T_k)(O_l - T_l) \rangle.$$

Jednadžbe (2.121), (2.123) i (2.122) po obliku su identične jednadžbama (2.30), (2.31) i (2.32) s razlikom što se ovdje radi o interpolaciji na točke mreže \mathbf{r}_l , a prije se interpoliralo na postaje \mathbf{r}_k .

Nakon uvođenja standardizacije oblika $\underline{W}_i^T = E_B \underline{\omega}_i^T \sigma_B^{-1}$ i množenjem s lijeva jedn. (2.122) s $\underline{\sigma}_B^{-1}$ proizilazi

$$\left[\underline{\rho}_B + \underline{\sigma}_B^{-1} \underline{O} \quad \underline{\sigma}_B^{-1} \right] \underline{\omega}_i = \underline{\rho}_B^i, \quad (2.124)$$

gdje je $\underline{\sigma}_B^{-1}$ dijagonalna matrica standardnih devijacija pogrešaka preliminarnih procjena i $\underline{\rho}_B$ odgovarajuća autokorelacijska matrica, dok je $\underline{\rho}_B^i$ stupac vektor sa standardiziranim elementima iz \underline{B}_i . Ako se pretpostave homogeni uvjeti tada: $\underline{\sigma}_B = E_B \underline{I}$, $\underline{\omega}_i = \underline{W}_i$, $\underline{B} = E_B^2 \underline{\rho}_B$, $\underline{O} = E_o^2 \underline{\rho}_o$, gdje je $\underline{\rho}_o$ autokorelacijska matrica pogrešaka mjerenja. Tada iz (2.124) dobivamo

$$\left[\underline{\rho}_B + \varepsilon_o^2 \underline{\rho}_o \right] \underline{W}_i = \underline{\rho}_B^i$$

ili

$$\sum_{l=1}^K W_{ik} \left[\rho_B(\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_k) + \varepsilon_o^2 \rho_o(\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_k) \right] = \rho_B(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k), \quad (2.125)$$

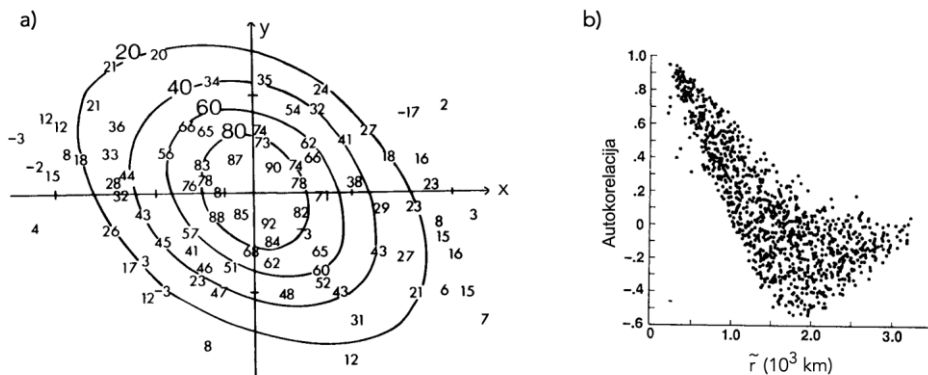
gdje je $\varepsilon_o^2 = E_o^2 / E_B^2$. Ako se nadalje pretpostavi nekoreliranost pogrešaka mjerenja slijedi

$$\left[\underline{\rho}_B + \varepsilon_o^2 \underline{I} \right] \underline{W}_i = \underline{\rho}_B^i$$

ili

$$\sum_{l=1}^K W_{il} \rho_B(\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_k) + \varepsilon_o^2 W_{ik} = \rho_B(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k), \quad (2.126)$$

gdje je $i=1,2,\dots,I$ broj točaka mreže i $k=1,2,\dots,K$ broj postaja. Oblik sustava (2.126) je identičan sustavu (2.39) s tom razlikom što je ovdje također riječ o točkama mreže umjesto postaja.



Slika 2.30 Prikaz svojstava autokorelacije između geopotencijalnih visina plohe 500 hPa na području Australije pomoću izopleta (a) i na području Sjeverne Amerike pomoću dijagrama raspršenja (b) (Daley, 1991; str. 112 i 113).

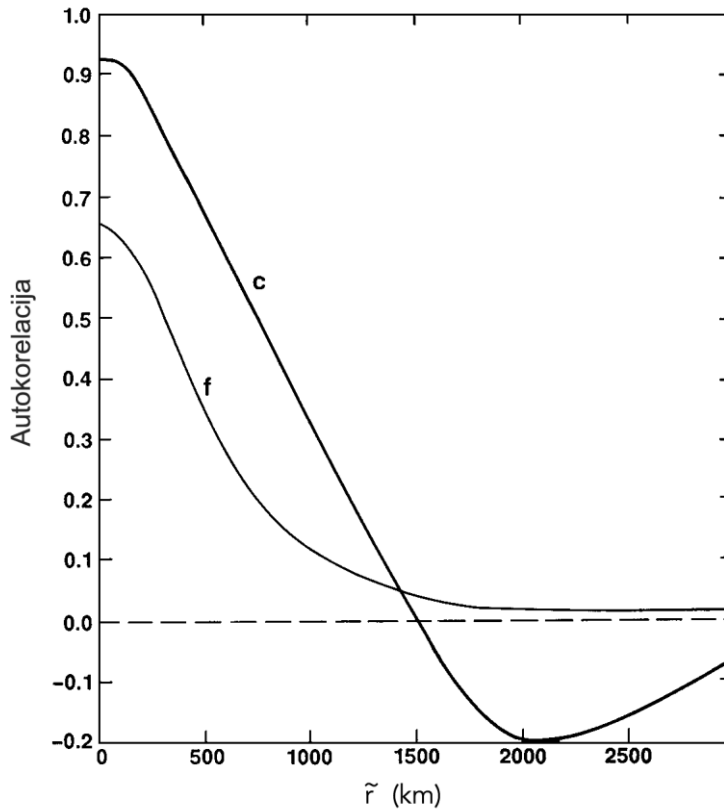
Druga specifičnost ovog razmatranja je u tome što ne postoji mogućnost direktnog izračunavanja autokorelacije između točaka mreže i postaja. Štoviše, kako nisu poznate točne vrijednosti funkcija (polja) niti na postajama, umjesto njih koriste se mjerene vrijednosti. S druge strane, obično se raspoložuje konačnim uzorcima mjerenja (vremenski nizovi) pa se koeficijent autokorelacije R_{kl} preliminarne pogreške između dvije postaje l i k može aproksimirati s

$$R_{kl} = \frac{\overline{(O_k - B_k)(O_l - B_l)}}{\sqrt{\overline{(O_k - B_k)^2}} \sqrt{\overline{(O_l - B_l)^2}}}, \quad (2.127)$$

gdje "_____" označava vremenski prosjek veličina navedenih u formuli. Primjer proračuna koeficijenta autokorelacije za geopotencijalne visine plohe 500 hPa na području Australije i Sjeverne Amerike prikazan je na slici 2.30, u slučaju kada su za preliminarne procjene uzeti klimatološki srednjaci (normale).

Kao što je vidljivo sa slike 2.30, autokorelacijska funkcija opada razmjerno pravilno s udaljenošću. Eliptični oblik izopleta na slici 2.30a posljedica je oblika atmosferskih sustava tj. dolina i grebena. To znači da ne postoji jednoobrazna homogenost u svim smjerovima (izotropnost). Također to se uočava i na dijagramu raspršenja prikazanom na slici 2.30b. Nas zanima analitički oblik prostorne autokorelacijske funkcije. Dakle, treba prilagoditi neku analitičku krivulju $\rho_B(\tilde{r})$ točkama na slici 2.30b koja će prikazati izotropnu komponentu funkcije

autokorelacije. Primjeri prve aproksimacije takve prilagodbe za dva tipa preliminarnih procjena prikazani su na slici 2.31. Prva prilagodba se odnosi na klimatološke preliminarnne procjene (c), a druga na prognostička polja kao preliminarnne procjene (f).



Slika 2.31 Prva aproksimacija autokorelacijske funkcije pogrešaka preliminarnih procjena u slučaju kada su one klimatološke normale (c) i rezultati prognostičkih modela (f) (rezultati se odnose na Sjevernu Ameriku), (Daley, 1991; str. 114).

Kao što je vidljivo sa slike, funkcije "c" i "f" nisu jedinične u ishodištu iako to slijedi iz definicije koeficijenta autokorelacije. To je posljedica udaljenosti najbližih postaja preko 200 km. Zbog toga treba izvršiti restandardizaciju tako dobivenih krivulja. Za tu svrhu može se definirati veličina

$$R_z = \lim_{r \rightarrow 0} R(\tilde{r}). \quad (2.128)$$

Slijedom toga, izotropna komponenta autokorelacijske funkcije pogrešaka preliminarnih procjena može se definirati kao

$$\rho_B(r) = \frac{R(\tilde{r})}{R_z} \text{ s } \rho_B(0) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{R(\tilde{r})}{R_z} = 1. \quad (2.129)$$

Analiza pokazuje da su iznosi intercepcijskih (startni s obzirom na \tilde{r}) vrijednosti R_z proporcionalni veličini varijance pogreške preliminarnih procjena E_B^2 . Pošto je ta veličina manja u slučaju odabira prognostičkih preliminarnih procjena nego klimatoloških, prvi pristup se preferira u odnosu na drugi (vidi Daley, 1991). Druga razlika pristupa očituje se u predznacima krivulja. Naime, vrijednosti funkcije "f" većinom su pozitivne dok to nije slučaj s funkcijom "c", kao što je također vidljivo sa slike. Međutim, pojava negativnog predznaka ne isključuje se i u slučaju odabira prognostičke preliminarnih procjena na globalnoj ljestvici (slika 2.32). U oba slučaja to je posljedica "valnog" karaktera odgovarajućih pogrešaka preliminarnih procjena.

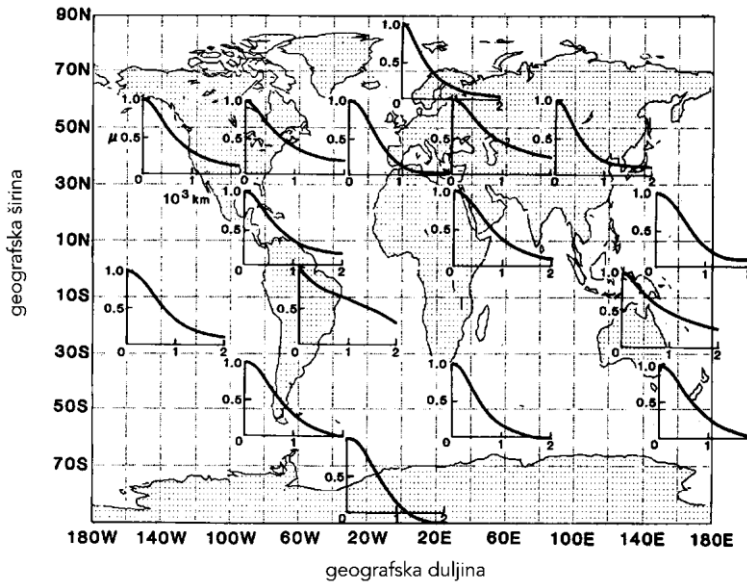
Usprkos spomenutoj neizotropnosti pa i nehomogenosti na globalnoj ljestvici uvode se analitički korelacijski izotropni modeli koji olakšavaju izračunavanje autokorelacijskih vrijednosti na različitim položajima. Na primjer, u slučaju klimatoloških preliminarnih procjena može se uvesti oblik

$$\rho_B(\tilde{r}) = \left[\cos(c\tilde{r}) + \frac{\sin(c\tilde{r})}{Lc} \right] \exp\left(-\frac{\sin(c\tilde{r})}{Lc}\right), \quad (2.130)$$

gdje su c i L konstante različite od nule. U slučaju pak prognostički preliminarnih procjena često se koristi korelacijski model oblika

$$\rho_B(\tilde{r}) = \exp\left[-\frac{\tilde{r}^2}{2L^2}\right]. \quad (2.131)$$

Promjenom veličine L mogu se jače ili slabije naglasiti procesi na različitim prostornim ljestvicama kao što je razmatrano u opisu metode uzastopnih popravki. Općenito se u razmatranje može uzeti više varijabli (multivarijatna statistička interpolacija) i treća prostorna dimenzija (vidi Daley, 1991).



Slika 2.32 Izotropna komponenta autokorelacijske funkcije pogrešaka za prognostičke preliminarne procjene geopotencijalnih visina plohe 500 hPa za različite dijelove zemaljske kugle (Daley, 1991; str. 116).

2.4.4 Varijacijska metoda usklađivanja meteoroloških polja

Varijacijska metoda se može primijeniti u različitim područjima atmosferskih znanosti, a osobito u objektivnoj analizi meteoroloških polja i inicijalizaciji atmosferskih modela (vidi Bengtsson et al., 1981; Daley, 1991). Procedura ima sličnosti s metodom prilagodbe po principu najmanjih kvadrata s tom razlikom što je ovdje dan veći naglasak na fizikalne uvjete uz mogućnost uvođenja četvrte (vremenske) dimenzije. Posljedica toga je prilagodba podataka za inicijalizaciju atmosferskih modela tj. usklađivanje meteoroloških polja, iako to ovdje nije prvenstveni zadatak (vidi Sasaki, 1958). Konačno, ovaj pristup je osnova za razvoj

suvremenih stremljenja u numeričkoj analizi i prognozi vremena. Detaljan opis metode izložen je u Dodatku E.

Primjeri koji će se diskutirati bit će vremenski neovisni problemi u kontinuiranoj i diskretnoj formulaciji. Razmatrajmo najprije općenitiji trodimenzijalni slučaj dviju zavisnih⁷ varijabli. Pretpostavimo da su $u(x,y,P)$ i $v(x,y,P)$ atmosferske varijable (na primjer temperatura i geopotencijal ili komponente vjetra), gdje su x,y i P nezavisne varijable (prostorne koordinate). Pretpostavimo nadalje da postoje analitičke vrijednosti $u_A(x,y,P)$ i $v_A(x,y,P)$ u pravilnoj mreži točaka. Cilj je proizvesti nove (popravljene) tj. inicijalne vrijednosti $u_I(x,y,P)$ i $v_I(x,y,P)$ uz zadane uvjete. Drugim riječima, u i v "moraju" zadovoljavati neke fizikalne uvjete, kao na primjer geostrofičku, hidrostatičku ili jednadžbu očuvanja mase, ako se tako uvjeti zadaju. Bit pristupa je da se varira inicijalno polje oko analitičkih vrijednosti polja dok se ne zadovolje postavljeni uvjeti. Matematički se problem rješava tako da se nađu stacionarne vrijednosti (u našem slučaju minimum) funkcionala (vidi E9)

$$I = \iint_{PS} \left\{ w_u (u_I - u_A)^2 + w_v (v_I - v_A)^2 \right\} dS dP \quad (2.132)$$

uz zadani uvjet da je

$$f_1(u,v) = 0. \quad (2.133)$$

Integral (2.133) ima vertikalnu domenu po P (funkcija tlaka zraka) i horizontalnu po S (horizontalna ravnina); w_u i w_v su specificirane težine koje su neprekidne funkcije nezavisnih varijabli, a f_1 je vanjski zadani uvjet.

U praksi se jedn. (2.132) može zamijeniti diskretnom formom u kojoj su u_A i v_A određene u točkama pravilne trodimenzijalne mreže \mathbf{r}_j ; $j=1,2,\dots,J$ uz $\mathbf{r}_j = (x_j, y_j, P_j)$:

$$\begin{aligned} I &= \sum_{j=1}^J \left\{ w_u(\mathbf{r}_j) [u_I(\mathbf{r}_j) - u_A(\mathbf{r}_j)]^2 + w_v(\mathbf{r}_j) [v_I(\mathbf{r}_j) - v_A(\mathbf{r}_j)]^2 \right\} \\ &= [\underline{u}_I - \underline{u}_A]^T \underline{\underline{w}}_u [\underline{u}_I - \underline{u}_A] + [\underline{v}_I - \underline{v}_A]^T \underline{\underline{w}}_v [\underline{v}_I - \underline{v}_A], \end{aligned} \quad (2.134)$$

⁷ U ovom kontekstu nije riječ o stohastičkoj zavisnosti (nezavisnosti), nego o uobičajenom matematičkom nazivlju.

gdje je \underline{u}_I stupac vektor duljine J s elementima $u_I(\mathbf{r}_j)$, $\underline{\underline{w}}_u$ dijagonalna $J \times J$ matrica s elementima $w_u(\mathbf{r}_j)$, dok analogne definicije vrijede za $\underline{u}_A, \underline{v}_I, \underline{v}_A$ i $\underline{\underline{w}}_v$.

Funkcije težina $\underline{\underline{w}}_u$ i $\underline{\underline{w}}_v$ mogu se specificirati proizvoljno. Slijedeći teoriju najmanjih kvadrata (vidi dodatak C) razumno je odabrati

$$w_u(\mathbf{r}_j) = 0.5 \left\langle \varepsilon_u^A(\mathbf{r}_j)^2 \right\rangle^{-1} \quad \text{i} \quad w_v(\mathbf{r}_j) = 0.5 \left\langle \varepsilon_v^A(\mathbf{r}_j)^2 \right\rangle^{-1}, \quad (2.135)$$

gdje su $\varepsilon_u^A(\mathbf{r}_j)$ i $\varepsilon_v^A(\mathbf{r}_j)$ pogreške analize varijabli u i v u j -toj točki mreže. *Primijetimo da (2.132) i (2.134) pretpostavljaju da ne postoji korelacija između pogrešaka analize jedne varijable kao i varijabli međusobno.*

Najprije razmotrimo detaljnije jednodimenzijalni slučaj s konkretnim varijablama kao ilustraciju primjene varijacijske teorije. Neka su poznate analitičke vrijednosti zavisnih varijabli po vertikali: geopotencijala $\Phi_A(P)$ i temperature $T_A(P)$.

Želimo minimizirati razliku između "inicijalnih" (popravljenih) i prethodnih analitičkih vrijednosti uz zadovoljenje hidrostatičke jednadžbe kao strogo uvjeta (hidrostatičko usklađivanje). Tada se traži minimizacija integrala (funkcionala)

$$I = \int_{P_1}^{P_2} \left[w_\Phi (\Phi_I - \Phi_A)^2 + w_T (T_I - T_A)^2 \right] dP \quad (2.136)$$

pomoću njegove varijacije δI (vidi E17 i E18) uz uvjet da je zadovoljena hidrostatička aproksimacija

$$\frac{d\Phi_I}{dP} = T_I. \quad (2.137)$$

Relacija (2.137) omogućuje zamjenu člana T_I u integrand integrala I (vidi Haltiner, 1971). Vertikalna koordinata definirana je kao $P = -R \ln(p/p_1)$, gdje je R plinska konstanta za vlažni zrak, p tlak zraka na proizvoljnoj, a p_1 na jednoj od dvije odabrane razine P_1 i P_2 (iz definicije varijable P slijedi da je $P_1 = 0$). Težine w_Φ i w_T su pretpostavljene nezavisnima o prostornoj koordinati (homogenost pogreške analize), jer su definirane kao polovine inverza varijanci

pogeaška analize polja geopotencijalnih visina odnosno temperaturnog polja (vidi jedn. 2.135).

Nakon uvrštavanja (1.137) u (1.136) integrand integrala prelazi u oblik $F(P, \Phi_I, \Phi_I')$, gdje je $\Phi_I' = d\Phi_I/dP$. Sada se može primijeniti Euler-Lagrangeova jedn. (E19) za određivanje stacionarne vrijednosti pa slijedi

$$\frac{d^2\Phi_I}{dP^2} - \frac{w_\Phi}{w_T}\Phi_I = -\frac{w_\Phi}{w_T}\Phi_A + \frac{dT_A}{dP}. \quad (2.138)$$

Dakle, odgovarajuće vrijednosti Φ_I koje minimiziraju funkcional I iz jedn. (2.136) zadovoljavaju diferencijalnu jednadžbu drugog reda (2.138). Ova se jednadžba može riješiti numerički s poznatim graničnim vrijednostima za Φ_I kod P_1 i P_2 . Nakon dobivanja vrijednosti za Φ_I , temperature se mogu dobiti iz hidrostatičke jednadžbe (2.137). Ovo je ujedno primjer svođenja uvjetnog ekstrema dviju varijabli na bezuvjetni jedne varijable.

Razmatrajmo isti problem uz pretpostavku da raspolažemo analitičkim podacima na ekvidistancama po vertikali P označenima indeksom j . Onda je odgovarajuća suma za minimizaciju dana izrazom

$$I = \sum_{j=1}^J \left\{ w_\Phi [\Phi_I(P_j) - \Phi_A(P_j)]^2 + w_T [T_I(P_j) - T_A(P_j)]^2 \right\}. \quad (2.139)$$

Varijacija od I dana je pak s

$$\delta I = \sum [2w_\Phi (\Phi_I - \Phi_A) \delta \Phi_I + 2w_T (T_I - T_A) \delta T_I], \quad (2.140)$$

gdje je ispušten indeks zbog jednostavnosti.

U ovom se slučaju hidrostatička jednadžba može pisati kao

$$\nabla_P \Phi_I = T_I, \quad (2.141)$$

gdje je

$$\nabla_P \Phi_I = \frac{\Phi_I^{j+1} - \Phi_I^j}{2\Delta P} \quad (2.142)$$

nabla operator u obliku konačnih razlika. Zamjenom T_I u (2.140) s gornjim operatorom dobiva se

$$\delta I = 2 \sum [w_\Phi (\Phi_I - \Phi_A) \delta \Phi_I + w_T (\nabla_P \Phi_I - T_A) \nabla_P \delta \Phi_I]. \quad (2.143)$$

Kod unutarnjih točaka vrijedi (za vanjske točke je $\delta \Phi_I = 0$)

$$\begin{aligned} \sum w_T \nabla_P \Phi_I \nabla_P \delta \Phi_I &= - \sum w_T \delta \Phi_I \nabla (\nabla_P \Phi_I), \\ \sum T_A \nabla \delta \Phi_I &= - \sum \delta \Phi_I \nabla T_A, \end{aligned} \quad (2.144)$$

što odgovara parcijalnoj integraciji u (E18). Zamjenom ovih rezultata iz (2.144) u (2.143) i uz primjenu zahtjeva varijacijskog principa da je $\delta I = 0$, što je ekvivalentno uvjetu da koeficijenti uz $\delta \Phi_I$ iščezavaju, slijedi *Euler-Lagrangeova* relacija za diskretni slučaj promatranog problema (vidi Haltiner, 1971; Haltiner i Williams, 1980), tj.

$$\nabla_P^2 \Phi_I - \frac{w_\Phi}{w_I} \Phi_I = - \frac{w_\Phi}{w_T} \Phi_A + \nabla T_A, \quad (2.145)$$

gdje je

$$\nabla_P^2 \Phi_I = \frac{\Phi_I^{j+1} - 2\Phi_I^j + \Phi_I^{j-1}}{\Delta P^2}. \quad (2.146)$$

Jedn. (2.146) predstavlja jednodimenzijalni *Laplaceov operator* u diskretnom obliku, a jedn. (2.145) je istovrsni ekvivalent jedn. (2.138). Jedn. (2.145) je *Helmholtzovog tipa* za Φ_I i može se riješiti metodom relaksacije uz zadan gornji i donji rubni (granični) uvjet (vidi Haltiner, 1971). Centralne razlike nije moguće primijeniti na rubne točke, pa se one zamjenjuju necentralnim (vidi Haltiner, 1971).

Sada razmotrimo dvodimenzijalan slučaj s tri zavisne varijable i dva uvjeta. Na domeni (x, y) s analitičkim vrijednostima geopotencijala Φ_A i vjetra (u_A, v_A) treba dobiti inicijalne vrijednosti Φ_I, u_I i v_I koje potpuno zadovoljavaju geostrofičke relacije i da su što je moguće bliže analitičkim poljima. Cilj postupka je postizanje geostrofičke ravnoteže između polja vjetra i geopotencijala (geostrofičko usklađivanje), s tim da se što je moguće manje promijeni analitičko

polje. Kontinuirana verzija problema može se formulirati minimizacijom funkcionala

$$I = \int_S \left\{ w_v (u_I - u_A)^2 + w_v (v_I - v_A)^2 + w_\Phi (\Phi_I - \Phi_I)^2 \right\} dS, \quad (2.147)$$

uz uvjet da je

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_I}{\partial x} - f v_I &= 0, \\ \frac{\partial \Phi_I}{\partial y} + f u_I &= 0, \end{aligned} \quad (2.148)$$

i uz pretpostavku da su težine w_v i w_Φ određene. Općenito se sustav oblika (2.147-2.148) može riješiti upotrebom Lagrangeovog multiplikatora tj. generalizacijom jedn. (E28) na dvodimenzijalni slučaj. Međutim, taj postupak ovdje nije potrebno primjenjivati, jer se zamjenom (2.148) u (2.147) uvjetni problem s tri zavisne varijable svodi na bezuvjetni s jednom varijablom tj.

$$I = \int_S \left\{ w_v \left(\frac{1}{f} \frac{\partial \Phi_I}{\partial y} + u_A \right)^2 + w_v \left(\frac{1}{f} \frac{\partial \Phi_I}{\partial x} - v_A \right)^2 + w_\Phi (\Phi_I - \Phi_A)^2 \right\} dS. \quad (2.149)$$

Uzimanjem prve varijacije δ od I nalazimo

$$\begin{aligned} \delta I = 2 \int_S \left\{ \frac{w_v}{f} \left(\frac{1}{f} \frac{\partial \Phi_I}{\partial y} + u_A \right) \delta \left(\frac{\partial \Phi_I}{\partial y} \right) \right. \\ \left. + \frac{w_v}{f} \left(\frac{1}{f} \frac{\partial \Phi_I}{\partial x} - v_A \right) \delta \left(\frac{\partial \Phi_I}{\partial x} \right) + w_\Phi (\Phi_I - \Phi_A) \right\} dS. \end{aligned} \quad (2.150)$$

Nakon parcijalne integracije i izjednačenja varijacije integrala s nulom dobiva se

$$\int_S \left\{ w_\Phi (\Phi_I - \Phi_A) - \frac{\partial w_v}{\partial y} \frac{1}{f} \frac{\partial \Phi_I}{\partial y} + u_A \right\} - \frac{\partial w_v}{\partial x} \frac{1}{f} \frac{\partial \Phi_I}{\partial x} - v_A \left. \right\} \delta \Phi_I dS$$

$$+ \oint_\tau \left\{ \frac{1}{f} \frac{\partial \Phi_I}{\partial n} - \tau \cdot \mathbf{V}_A \right\} \delta \Phi_I d\tau = 0, \quad (2.151)$$

gdje je $\oint_\tau () d\tau$ krivuljni integral na granici područja S, $\tau \cdot \mathbf{V}_A$ je tangencijalna komponenta analitičkog (rezultantnog) vektora vjetra \mathbf{V}_A , smjer integracije obrnut je od smjera kazaljke na satu, a $\partial/\partial n$ označava derivaciju u smjeru normalnom na graničnu krivulju (pozitivan smjer prema vanjskoj strani).

Ako pretpostavimo da su w_Φ i w_v konstante, onda se iščezavanje (2.151) postiže uz

$$w_\Phi \Phi_I - \frac{w_v}{f} \nabla^2 \Phi_I = w_\Phi \Phi_A - \frac{w_v}{f} \zeta_A, \quad (2.152)$$

u unutrašnjosti područja i

$$\delta \Phi_I = 0 \quad \text{ili} \quad \frac{1}{f} \frac{\partial \Phi_I}{\partial n} = \tau \cdot \mathbf{V}_A, \quad (2.153)$$

na granici. Ovdje je $\zeta_A = \hat{\nu}_A / \hat{\alpha} - \hat{u}_A / \hat{\gamma}$ analitička vrtložnost tj. vertikalna komponenta rotacije⁸ analitičkog polja vjetra (vidi Haltiner i Martin, 1957).

Granični uvjet $\delta \Phi_I = 0$ traži da se Φ_I specificira na granici domene i poznat je pod nazivom *Dirichletov* uvjet. Drugi uvjet iz jedn. (2.153) je tzv. *J. von Neumannov* uvjet (specificira normalni geostrofički gradijent). Jedn. (2.152) je diferencijalna jednadžba drugog reda slična *Poissonovoj* ($\nabla^2 \Phi = G$; G-poznata funkcija), uz granične uvjete (2.153) predstavlja eliptičku dvodimenzijalnu jedn. *Helmholtzovog* tipa, sličnu jednodimenzijalnim jedn. (2.138) i (2.145), i može se riješiti metodom relaksacije (vidi Haltiner, 1971; Daley, 1991).

⁸ Najčešće korišteni matematički simboli za rotaciju vektorskog polja \mathbf{V} jesu: $\text{rot } \mathbf{V}$ ili $\nabla \times \mathbf{V}$.

Ako je $w_\phi \gg w_v$ onda se inicijalni geopotencijal i vjetar ravnaju prema analitičkom geopotencijalu, a ako je $w_v \gg w_\phi$ tada se oni ravnaju prema analitičkom vjetru. Dakle, može se dati veća težina jednom od polja.

Uvjeti diskutirani u ovom odlomku su jednostavni i linearni. Općenito, međutim, cilj varijacijske analize je uvođenje što realističnijih uvjeta, kao što je nelinearna jednadžba ravnoteže (vidi npr. Haltiner, 1971), ali to prelazi okvire udžbenika. Uostalom, usklađivanje polja ovisi i o tipu atmosferskog modela koji se primjenjuje na njih, što zadire u pitanje njihove inicijalizacije, koje će biti razmatrano u drugom udžbeniku posvećenom prognozi vremena. Konačno, zadani uvjeti ne moraju u potpunosti biti zadovoljeni, pa se govori o "slabim uvjetima" (eng. weak constraints; vidi Daley, 1991).

2.4.5 Metode interpolacije na gustu mrežu

Prethodna analiza imala je za cilj izračunavanje vrijednosti meteoroloških polja na "standardnim" mrežama točaka čiji koraci (razmaci između pojedinih točaka) ovise o uporabi takve analize. Nekada su razmaci između točaka mreže bili i do nekoliko stotina kilometara (oko 300 km), a u novije se vrijeme smanjuju jer se rezolucija modela povećava. Međutim, takve rezolucije još uvijek su nedovoljne da bi se računalski mogle konstruirati izoplete meteoroloških elemenata. U tu svrhu koristi se metoda bilinearne ili bikubne interpolacije (vidi Radinović, 1969).

Bilinearna interpolacija (u matematici termin nije posve prihvaćen) spada u polinomnu metodu prilagodbe, a oslanja se na vrijednosti iz točaka "rijetke" mreže. Postupak se sastoji u izmjeničnom izvođenju linearne interpolacije u dva uzajamno okomita smjera. Razmotrimo primjer interpolacije geopotencijalnih visina $Z(x,y)$ izobarne plohe izraženih u geopotencijalnim metrima, koje se mogu dobiti iz polja geopotencijala $\Phi(x,y)$ (vidi Dodatak A). Tada je navedeno ekvivalentno opisu ovisnosti $Z(x,y)$ unutar svakog "kvadrata" mreže (većinom se primjenjuje za kvadratne mreže) koja se može izraziti jednadžbom drugog stupnja

$$Z(x,y) = c_{00} + c_{10}x + c_{01}y + c_{11}xy, \quad (2.154)$$

koja je linearna u odnosu na koordinate x i y posebno. Jednadžba opisuje hiperboloid lineariziran u smjeru ploha (x,Z) i (y,Z) . Ako se pretpostavi jedinična udaljenost između točaka mreže i ishodište koordinatnog sustava postavi u donji lijevi kut "kvadratne stanice" mreže (slika 2.33) tada su koeficijenti polinoma (2.154) dani s

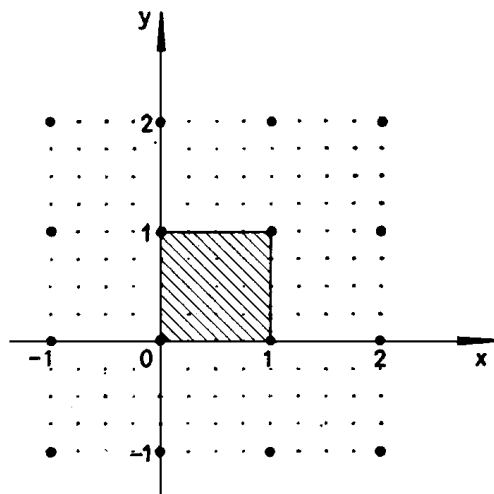
$$\begin{aligned}
 c_{00} &= Z_{00} \\
 c_{10} &= Z_{10} - Z_{00} \\
 c_{01} &= Z_{01} - Z_{00} \\
 c_{11} &= Z_{11} + Z_{00} - Z_{10} - Z_{01}.
 \end{aligned}
 \tag{2.155}$$

Indeksi uz Z označavaju koordinate točaka mreže.

Zamjenom koeficijenata (2.155) u jedn. (2.154) ona poprima oblik

$$Z(x, y) = Z_{00}(1-x)(1-y) + Z_{10}x(1-y) + Z_{01}y(1-x) + Z_{11}xy. \tag{2.156}$$

Koordinate se mogu dati kao vrijednosti omjera m/n , gdje je n broj točaka fine (guste) mreže unutar grube (rijetke), a m redni broj točke guste mreže od 0 do n u kojoj se interpolira vrijednost $Z(x, y)$.



Slika 2.33 Odnos između rijetke i guste mreže točaka (Radinović, 1969; str. 239).

U praksi se pokazalo da bilinearna interpolacija ne zadovoljava, naročito u području naglih promjena tj. frontalnih zona. Zbog toga se pribjegava složenijim metodama kao što je bikubna interpolacija. Pri tom se, osim četiri točke mreže "središnjeg" kvadrata mreže, koristi još dvanaest točaka oko tog kvadrata, dakle

sve točke prikazane na slici 2.33. Ovdje se ovisnost opisuje polinomom šestog stupnja

$$Z(x, y) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 c_{ij} x^i y^j. \quad (2.157)$$

Uz uvjet da jedn. (2.157) zadovoljava u svih 16 točaka mreže određuje se konačna interpolacijska jednadžba tj. koeficijenti iz (2.157). Na graničnim kvadratima mreže, zbog nemogućnosti primjene bikubne koristi se bilinearna interpolacija. U ovom slučaju, ako se koriste m/n jedinice za koordinate, m može biti veći od n . Naravno, ne isključuju se i druge metode klasične interpolacije, kao što je na primjer već spomenuta Lagrangeova metoda (Dodatak D).

2.4.6 Grafičko predstavljanje rezultata numeričke interpolacije

Posljednji korak u objektivnoj analizi jest grafičko predstavljanje rezultata interpolacije, tj. njihova vizualizacija. Najčešće se ti rezultati predstavljaju izopletama.

Povijesno gledano, navedeni prikazi su bili kombinacija računalnih i manualnih postupaka. Na primjer, numerički rezultati interpolacije mogli su biti ispisivani pokraj točaka mreže ucrtanih na geografsku kartu. Nakon toga izoplete se mogu "subjektivno" konstruirati (slika 2.34).

Vremenom se težilo uvođenju potpuno automatiziranog postupka prikazivanja izopleta. U početku izoplete su prikazivane posebnim skupinama istovrsnih znakova, na primjer brojčanih znamenki, u kombinaciji s prazninama. Na primjer, za apsolutnu topografiju izobarne plohe 500 hPa, uvjetima

$$\begin{aligned} 500 < Z < 504 &\rightarrow 1, & 504 < Z < 508 &\rightarrow \text{prazno}, \\ 508 < Z < 512 &\rightarrow 2, & 512 < Z < 516 &\rightarrow \text{prazno itd.}, \end{aligned}$$

zadaju se izmjenično područja brojki i praznina. Rezultat tog postupka ilustriran je na slici 2.35. Najveći nedostatak ovog postupka je nemogućnost istovremenog prikaza više meteoroloških polja. Konačno, treći i najpogodniji način prikaza temelji se na traženju vrijednosti bliskih izopletama prema uvjetu

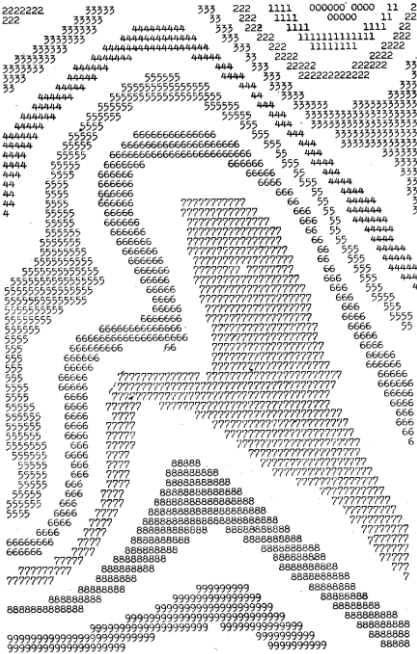
$$\begin{aligned} Z_0 + k \Delta Z - \delta < Z < Z_0 + k \Delta Z + \delta, \\ k = 0 \pm 1 \pm 2 \pm \dots \end{aligned} \quad (2.158)$$

METEOROLOŠKA MOTRENJA I ASIMILACIJA PODATAKA

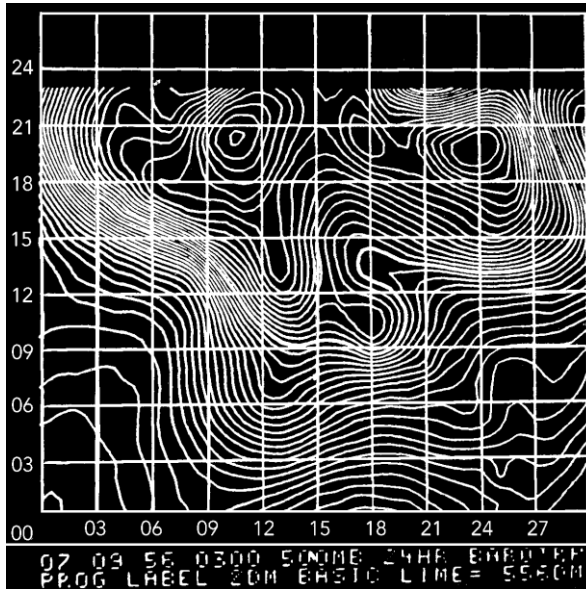
```

FUNA WEC 270000Z
63556 02700 00036 82228 00500
PART 1 NORTH AMERICA
11225 82300 74809 72311 69287 69739 65527 62749 7401 39537
11224 80718 75645 71831 72111 70908 67877 62443 67199 05366
11223 79038 75345 74345 74533 72421 70461 67982 68199 87197
11222 77148 73433 73948 75655 78533 72616 70706 67550 43729
11221 75329 72433 74558 77688 77148 73134 73114 70304 04600
11220 75634 73348 76681 79203 80270 75443 74226 70679 11639
11219 78877 71183 79812 80229 84698 74055 76114 70684 75409
11218 83627 82528 83339 84649 84628 79781 78753 71654 70400
11217 87671 84866 86364 86669 86884 83117 80586 74488 17060
11216 89088 89185 87875 87880 88175 88444 82400 78475 17400
11215 91048 89688 88376 87688 88186 87666 84603 86417 11035
11214 90801 89386 88069 87183 89088 88169 85646 83834 21236
11213 90691 88886 87863 85971 87878 87366 84938 83133 09606
11212 88383 88585 88063 85156 86159 85441 83312 81336 80124
11211 87483 88888 88371 85848 84643 83420 80793 72533 18400
11210 88593 89898 89383 88433 84338 82820 81523 84111 95871
11209 90807 90806 88955 88369 85849 84338 83945 69990 19345
11208 91515 91717 91308 90881 88175 88384 86676 89155 33459
11207 92220 92018 91817 91104 90083 88886 89100 91017 55032
11206 92322 91818 92020 91815 91106 90306 91015 92022 56324
11205 92320 91820 92323 92523 92220 92020 92223 92527 37884
11204 92322 92323 92527 92828 92727 92525 92727 92828 18884
    
```

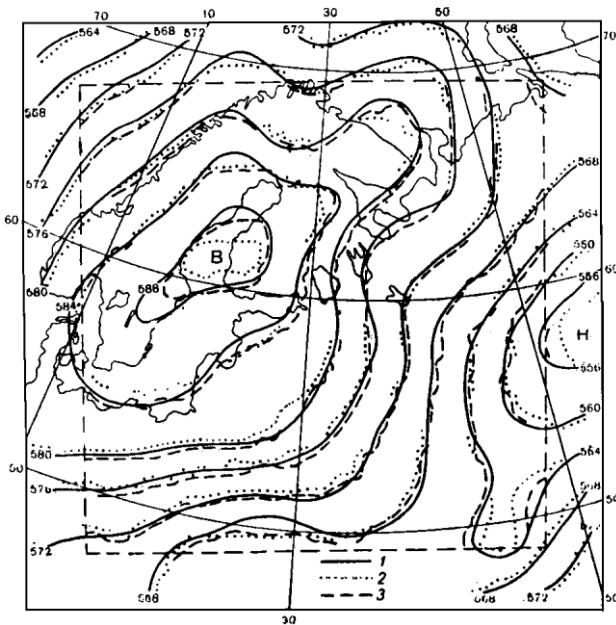
Slika 2.34 Tablični prikaz rezultata objektivne analize sa subjektivno ucrtanim izopletama (Radinović, 1969; str. 240).



Slika 2.35 Ilustracija prikaza meteoroloških polja zonama istih znamenki i praznina (Radinović, 1969; str. 241).



Slika 2.36 Konfiguracija izohipsa AT 500 hPa dobivena metodom objektivne analize (Radinović, 1969; str. 243).



Slika 2.37 Karta AT 500 hPa od 25. srpnja 1958. u 03 h. Izohipse izvučene na osnovi: 1-subjektivne analize, 2 - bilinearne interpolacije, 3 - bikubne interpolacije (prema Gandin, 1963; Radinović, 1969; str. 244).

gdje je Z_0 početna vrijednost, k broj koji odvaja jednu izopletu od druge i δ - interval o čijem izboru ovisi debljina izoplete. U slučaju geopotencijala, tj. AT 500 hPa, odabir za $Z_0 = 504$ i $\Delta Z=8$ može biti prihvatljiv. Rezultat ovakvog postupka prikazan je na slici 2.36.

Na kraju se može postaviti pitanje kakva je razlika između subjektivne i objektivne metode konstrukcije izopleta vrijednosti meteoroloških polja? Iskustvo pokazuje da se ne može govoriti o velikoj nadmoći jedne nad drugom u smislu točnosti (slika 2.37).

Međutim, može se govoriti o prednosti i nedostacima s praktične točke gledišta. Na primjer, prednost subjektivne analize leži u neposrednijem kontaktu prognostičara s razvojem vremena što se može pozitivno odraziti na vrlo kratkoročne prognoze vremena (eng. nowcasting), dok je nedostatak u dugotrajnosti postupka. Nasuprot tome, prednost objektivnih metoda leži u brzini izvođenja postupka i priskrbliivanju podataka na magnetnom mediju za daljnju upotrebu, tj. numeričku prognozu vremena (Uccellini et al., 1992).

3. DIJAGNOZA ATMOSFERSKIH SUSTAVA I POLJA

U prethodnom poglavlju bilo je govora o prikupljanju meteoroloških informacija, njihovoj kontroli i načinu prikaza pogodnom za analizu. U ovom poglavlju bit će naglasak na proučavanju dijelova meteoroloških polja karakteriziranim posebnim obilježjima. Oni mogu biti *homogeni* sektori tih polja. Takve posebno karakterizirane formacije u atmosferi nazivaju se atmosferskim sustavima. U te sustave mogu se ubrojiti: *zračne mase*, *atmosferske fronte*, *barički sustavi* (ciklone, anticiklone, grebeni i doline). Svi zajedno čine opći cirkulacijski atmosferski sustav.

3.1 Zračne mase

U atmosferi katkad postoje razmjerno oštro odvojena područja različitih svojstava. Takva područja nazivaju se *zračnim masama*. U tom smislu može se govoriti o: *toplim i hladnim*, *suhim i vlažnim*, *stabilnim i nestabilnim*, *stacionarnim ili pokretnim zračnim masama*. Njihove horizontalne dimenzije dosežu tisuće kilometara, a vertikalne tek nekoliko kilometara. Kao najvažnija odlika zračnih masa ipak se smatraju njihova *termičko-higrična* svojstva i *stratifikacija*.

Uniformnost zračne mase može se odrediti veličinom gradijenta meteoroloških elemenata, na primjer, temperaturnog horizontalnog gradijenta ili pak gradijenta potencijalne (pseudopotencijalne) temperature. Prema *Bergeronu* zračna se masa može smatrati *kompaktnom* sve dotle dok su horizontalni gradijenti navedenih veličina u granicama:

$$0 \leq \frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial \theta}{\partial x}, \frac{\partial \theta_e}{\partial x}; \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial \theta}{\partial y}, \frac{\partial \theta_e}{\partial y} \leq 1^\circ \text{C}/100\text{km}, \quad (3.1)$$

gdje su: T apsolutna temperatura zraka, θ i θ_e potencijalna odnosno ekvivalentna potencijalna temperatura dani izrazima

$$\theta = T \left(\frac{1000}{p} \right)^{R/c_p} \quad \text{odnosno} \quad \theta_e = \theta \exp \left(\frac{Lw_s}{c_p T} \right),$$

w_s je omjer miješanja zasićenog zraka definiran formulom

$$w_s = \frac{0.622 e_s}{p - e_s},$$

te p tlak zraka, e_s tlak vodene pare zasićenog zraka, L latentna toplina isparavanja, R plinska konstanta za vlažni zrak i c_p specifična toplina zraka uz konstantni tlak (vidi Radinović, 1969; Wallace i Hobbs, 1977). Međutim, u području koje je prijelazna zona između dvije zračne mase, koje se naziva i *frontalnom zonom*, navedeni gradijenti su u granicama

$$1^\circ \text{C} / 100 \text{km} \leq \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial \theta}{\partial y}, \frac{\partial \theta_e}{\partial y} \leq 1^\circ \text{C} / 1 \text{km}, \quad (3.2)$$

gdje je pretpostavljeno zonalno pružanje (zapad-istok) frontalne zone. Kako u jedn. (3.1), tako i (3.2), pretpostavljeno je povećanje promatranih veličina u pozitivnom smjeru promatranih koordinatnih osi. U protivnom bi trebalo promatrati apsolutne vrijednosti navedenih gradijenata ili dodati nove uvjete ovisno o predznaku promjena navedenih varijabli.

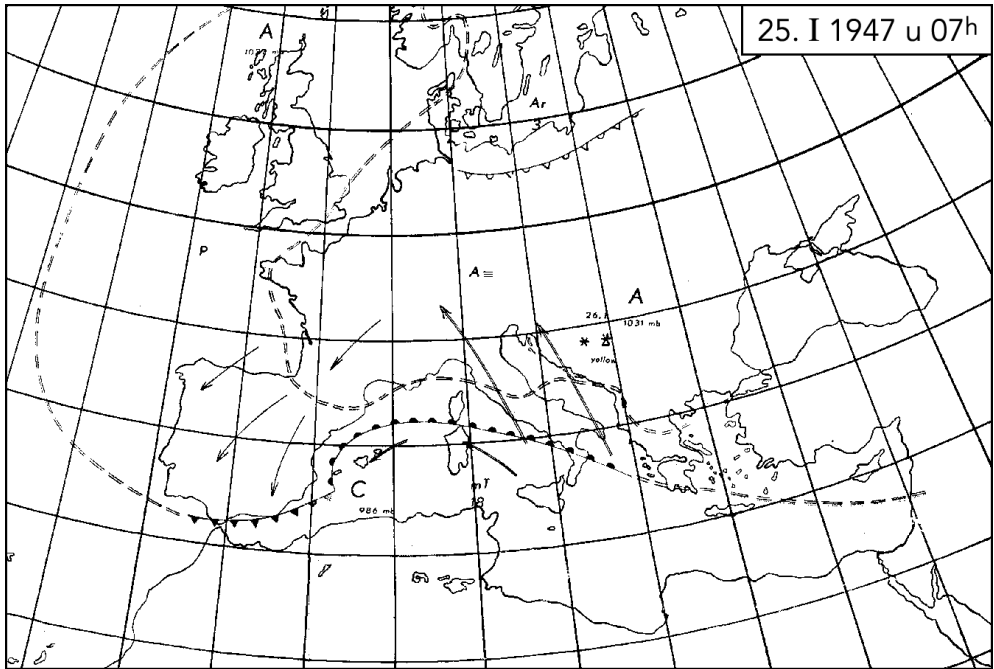
Da bi se formirala zračna masa potreban je njen dulji boravak iznad uniformne površine, kao što su oceanska i ledena prostranstva. Povoljni uvjeti za to javljaju se u slabo pokretnim anticiklonama. Područja gdje se zračne mase formiraju nazivaju se njihovim *izvorištima*. Svojstva zračne mase uvelike ovise o podlozi na kojoj se ona formira. Tako, zračne mase koje nastaju iznad mora bit će većinom vlažnije od onih čija su izvorišna područja iznad kopna, dok će one koje se generiraju iznad pustinja sadržati povećane koncentracije prašine itd.

Nakon napuštanja izvorišta postupno se mijenjaju svojstva zračnih masa. Za praćenje njihove transformacije pogodno je promatrati individualne promjene njenih *konzervativnih* (sporopromjenjivih) svojstava, kao što je potencijalna ili ekvivalentna potencijalna temperatura (vidi Vernić, 1952). Prva je konstantna za suhoadijabatske, a druga i za vlažnoadijabatske procese. Individualna promjena potencijalne temperature dana je izrazom

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\theta}{c_p T} Q, \quad (3.3)$$

koji slijedi iz prvog principa termodinamike i u kojem je Q promjena količine topline po jedinici mase zraka u jedinici vremena (vidi Bluestein, 1992). Što su izraženije promjene, na primjer, potencijalne temperature opisane s jednačbom

(3.3), to je jača transformacija zračne mase i obrnuto, a kada se one približavaju nuli transformacija zračne mase prestaje.

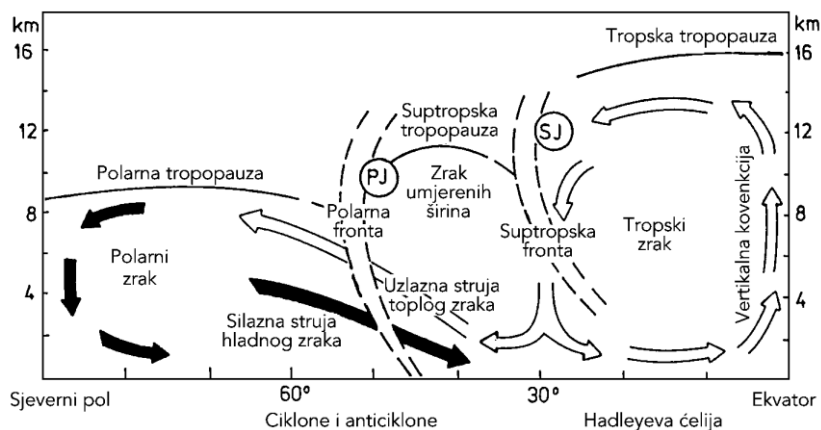


Slika 3.1 Primjer tradicionalne analize zračnih masa. Granice između arktičke (A), polarne (P) i maritimne tropske (mT) zračne mase označene su simbolima za fronte odnosno dvostrukim isprekidanim crtama. Središta ciklona označena su s C, a anticiklona s povećanim A. Situacija je rezultirala pojavom blatnog snijega u Hrvatskoj i šire na Balkanu (Vernić, 1952).

Tradicionalno se zračne mase dijele na četiri tipa, prema četiri geografska termička područja na Zemlji: *arktičku* (antarktičku), *polarnu* (ustvari umjerenih širina), *tropsku* (ustvari subtropsku) i *ekvatorijalnu*. Kao što se vidi iz priloženog, dva od četiri naziva su pogrešna. Usprkos tome, u određenoj mjeri, oni su se zadržali sve do danas. Doduše, navedena nekonzistentnost u nazivlju može se djelomično objasniti povijesnim razlozima. Naime, tijekom 19. i početkom 20. stoljeća u uporabi je bila podjela zračnih masa na polarnu i tropsku, kao što je slučaj u "teoriji ciklogeneze na polarnoj fronti" koja će biti razmatrana kasnije. Ovisno o podlozi na kojoj se zračna masa formira (ocean, kontinent) razlikuju se *maritimni* odnosno *kontinentalni* podtipovi. Primjer tradicionalne analize zračnih masa na području Europe i Sjevernog Atlantika prikazan je na slici 3.1 koju je

priređio Vernić (1952). Na karti se uočava sukob tropske maritimne (mT), polarne (P) i arktičke (A) zračne mase na relativno uskom području Sredozemlja. Situacija se odnosi na 25. siječnja 1947. godine koja je rezultirala blatnim snijegom dan kasnije zabilježenim u hrvatskim gradovima: Gospiću, Lipiku, Đakovu i Vinkovcima. Pojava blatnog snijega ukazuje na prodor dijela tropske zračne mase čije je izvorište bilo najvjerojatnije u Sahari⁹. Više detalja o tradicionalnoj podjeli, podrijetlu i svojstvima zračnih masa koje stižu u Europu bit će izneseno u potpoglavlju 4.1.

U opticaju su i nešto modificirane podjele zračnih masa u odnosu na tradicionalnu. Jednu takvu podjelu opisuje Kurz (1998) pozivajući se na Palmena i Newtona (1969). On opisuje globalnu podjelu zračnih masa na sjevernoj polutki u suglasju s općom atmosferskom cirkulacijom. Prema njegovu opisu, tropski i polarni zrak odvajaju promjenljiva zona zračne mase umjerenih širina (slika 3.2).

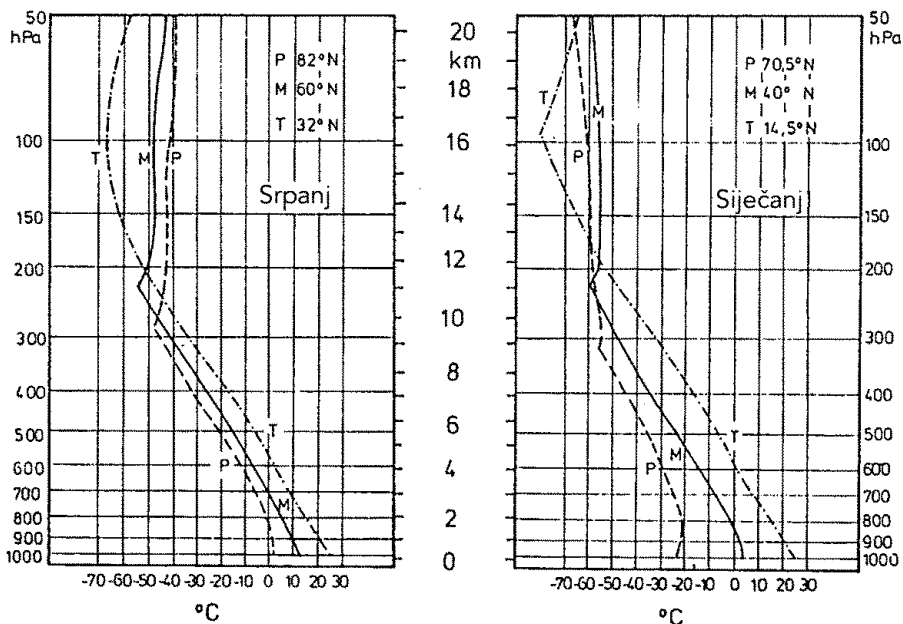


Slika 3.2 Razdioba zračnih masa, frontalnih zona i mlaznih struja za vrijeme zime na sjevernoj polutki, predočena na vertikalnom presjeku. PJ (Polar Jet Stream) označava polarnu, a SJ (Subtropical Jet Stream) suptropsku mlaznu struju (Kurz, 1998; str. 44).

Naime, sjeverna granica te zračne mase varira od 40° do 70° , a južna od 30° do 45° , ovisno o godišnjem dobu (niže geografske širine zimi, a više ljeti). Frontalna zona između tropske i zračne mase umjerenih širina (suptropska frontalna zona) uočljiva je samo u srednjoj i višoj troposferi. To je posljedica

⁹ Vernić (1952) koristi u svom radu podjelu zračnih masa na: arktičku (A), polarno-arktčku (P_A), polarno-tropsku (P_T) i tropsku (T).

divergentnih procesa u nižim slojevima subtropskog pojasa. Nasuprot tome, polarna frontalna zona izraženija je u prizemnim nego u višim slojevima. To je posljedica prevladavajućih konvergentnih procesa u tom području.

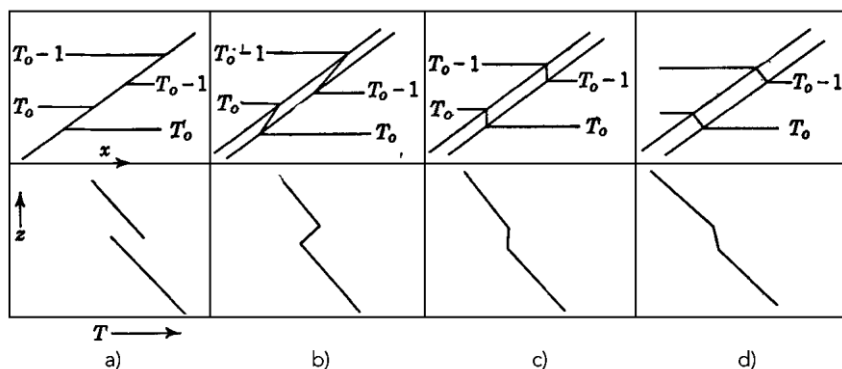


Slika 3.3 Karakteristični vertikalni profili temperature za tri osnovne zračne mase na sjevernoj polutki (prema Defant i Moerth, 1978). *P* (Polar) označava polarnu, *M* (Mid-latitude) zračnu masu umjerenih širina i *T* (Tropical) tropsku zračnu masu (Kurz, 1998; str. 45).

Prema Defantu (1978), razlika temperature u troposferi triju gore navedenih zračnih masa iznosi desetak stupnjeva Celziusovih tijekom ljeta i dvadesetak tijekom zime (slika 3.3). Ta je razlika veća pri tlu nego na visini. Iz slike 3.3 je vidljivo da je polarni zrak stabilniji (vidi Dodatak F) od onog u preostala dva tipa zračnih masa koji pripadaju posljednjoj podjeli.

3.2 Atmosferske fronte

Kao što je već rečeno, *frontalne zone* su relativno uske prijelazne zone između dviju zračnih masa s izraženim horizontalnim gradijentima meteoroloških elemenata (na primjer, temperature zraka; vidi jedn. 3.2). One su pod određenim kutem u odnosu na horizontalu (obično odvajaju niži hladniji, odnosno gušći zrak od onog na većoj visini koji je topliji i lakši). U idealiziranom slučaju frontalne zone mogu se predočiti *frontalnom plohom* na kojoj je skokovit prijelaz iz jedne u drugu zračnu masu. Primjer takve frontalne plohe prikazan je na slici 3.4a (gore). Na vertikalnom profilu meteorološkog elementa, u ovom slučaju temperature zraka, uočljiv je diskontinuitet (slika 3.4a; dolje). Taj diskontinuitet naziva se diskontinuitetom nultog reda. Takvi prikazi mogu biti korisni za određena teoretska istraživanja. U stvarnosti, frontalne zone su ograničene *frontalnim plohamama* s diskontinuitetom gradijenata meteoroloških veličina tj. diskontinuitetom prvog reda¹⁰. Širina frontalne zone, odnosno razmak između frontalnih ploha, ovisi o izraženosti kontrasta između zračnih masa. Na slikama 3.4b, 3.4c i 3.4d (gore) ilustrirana su tri različita tipa realnih frontalnih zona.



Slika 3.4 Prezentacija *frontalne zone* u polju temperature zraka pomoću jedne (a) i dvije frontalne polohe za tri slučaja: jakog (b), umjerenog (c) i slabog (d) temperaturnog kontrasta između zračnih masa. Na gornjem dijelu slike je prikaz frontalne zone na vertikalnom presjeku, a na donjem vertikalni profil temperature zraka na kojem je uočljiv redom slijeva na desno: diskontinuitet temperature, inverzija, izotermija i područje smanjenog temperaturnog gradijenta u frontalnoj zoni (Haltiner i Martin, 1957; str. 300).

¹⁰ Katkad se frontalna ploha definira kao diskontinuitet nultog reda s obzirom na neke elemente, na primjer temperaturu zraka, a kao diskontinuitet prvog reda s obzirom druge, na primjer na tlak zraka.

Na vertikalnom profilu temperature zraka (iste slike; dolje), u prvom slučaju u frontalnoj zoni je inverzija, u drugom izotermija, a u trećem umanjen vertikalni gradijent temperature u odnosu na susjedne slojeve. Katkad se frontalna ploha specificira kao toplija strana frontalne zone (vidi Huschke, 1986). U literaturi se susreću prikazi frontalnih zona kako s jednom tako i s dvije frontalne plohe, što će biti slučaj i u ovom udžbeniku. *Prizemna atmosferska fronta* je linija (pruga) presjeka frontalne plohe (zone) sa zemljinom površinom, a *visinska fronta* je odgovarajući presjek frontalne plohe (zone) s izobarnom plovom. Fronte se uvijek označavaju jednom, ali podebljanom linijom. Kompleks pojmova i procesa vezanih za atmosferske fronte može se objediniti nazivom *frontalni sustav*.

Pojam atmosferske fronte uveo je *Jacob Bjerknes* (1897-1975) potkraj druge dekade 20. stoljeća, inače sin već spominjanog *Vilhelma Bjerknesa*, koji je poznat po cirkulacijskom teoremu (oba znanstvenika su iz tzv. *Bergenske škole*). Činjenica je, međutim, da su linije diskontinuiteta zapažene znatno prije, često označavane linijama nestabilnosti (vidi Kutzbach, 1979). Tako, još 1841. godine, američki meteorolog *Elias Loomis* (1811-1889) skicira *konceptualni model* (pretpostavljenu shemu) frontalnog sustava na vertikalnom presjeku (slika 3.5). Model je načinjen temeljem logičkog rezoniranja bez visinskih mjerenja.



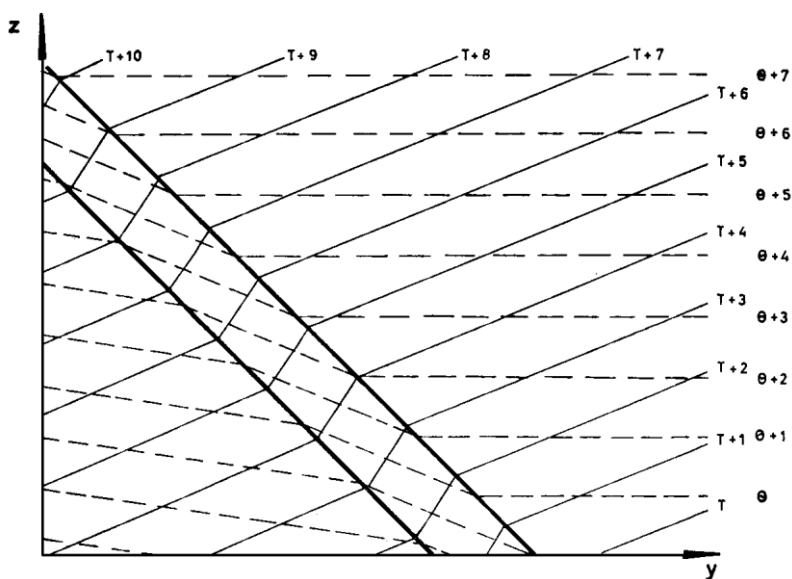
Slika 3.5 Susret toplije jugoistočne i hladnije sjeverozapadne zračne struje prema Loomisu (1841). Loomisov dijagram predstavlja prvi vertikalni presjek frontalnog sustava danas poznat kao *hladna fronta* (Kutzbach, 1979; str. 30).

Problemom *nagiba* ploha diskontinuiteta bavili su se *Hermann von Helmholtz* (1821-1894) i *Max Margules* (1856-1920), također u razdoblju koje je prethodilo objavi rezultata J. Bjerknesa. Oni zaključuju da na rotirajućoj Zemlji mogu egzistirati u "*dinamičkoj ravnoteži*"¹¹ zračne mase (gornja toplija od donje) odvojene plovom diskontinuiteta pod određenim kutem u odnosu na horizontalu. O nagibu frontalnih ploha bit će još govora u narednom odlomku.

¹¹ U mehanici, stanje u kojem je vektorska suma svih sila jednaka nuli. U hidrodinamici takvo stanje odgovara stacionarnom strujanju. Ravnoteža može biti *stabilna* ili *nestabilna* s obzirom na pomak česti zraka kao što je slučaj s hidrostatičkom ravnotežom (vidi Dodatak F).

3.2.1 Nagib frontalne plohe i klasifikacija fronti

Da bi se uspostavila *dinamička ravnoteža*, tj. postigao minimum potencijalne energije, hladniji zrak postavlja se u *obliku klina* ispod toplijeg (slika 3.6). To nije statičan sustav, nego naprotiv, zbog *diskontinuiteta*¹² meteoroloških elemenata, on je prilično dinamičan te predstavlja i *energetsku zonu* (vidi Dodatak F).



Slika 3.6 Vertikalni presjek izotermnih i izentropskih ploha u frontalnoj zoni (Radinović, 1969; str.108).

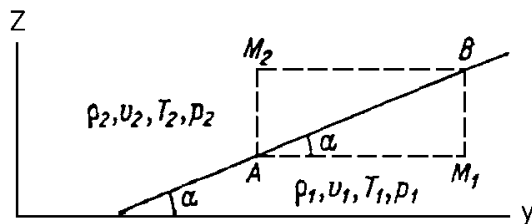
Na samoj frontalnoj plohi tlak zraka nema diskontinuitet, inače bi se stvarali beskonačni gradijenti tlaka odnosno brzine vjetera, pa ne bi mogle postojati stabilne plohe. Dakle, tlakovi s jedne i druge strane (idealizirane) frontalne plohe su jednaki tj. $p_1 = p_2$, odnosno $dp_1 = dp_2 = 0$ (slika 3.7). Prema tome, za slučaj zonalno položene frontalne plohe vrijedi (vidi Zverev, 1977)

¹² Nije riječ o stvarnom *diskontinuitetu*, nego o svojevrsnoj idealizaciji. Naime, u prirodnim uvjetima ne postoje skokovite promjene meteoroloških veličina, ali se područja naglih promjena "sažimaju" na užu prostor tj. prikazuju kao linije (plohe) diskontinuiteta neovisno o tome da li se radi o diskontinuitetu nultog ili prvog reda.

$$dp_1 = \frac{\partial p_1}{\partial y} dy + \frac{\partial p_1}{\partial z} dz = dp_2 = \frac{\partial p_2}{\partial y} dy + \frac{\partial p_2}{\partial z} dz, \quad (3.4)$$

iz čega slijedi izraz za kut nagiba α frontalne plohe u odnosu na horizontalu tj.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dz}{dy} = \left(\frac{\partial p_2}{\partial y} - \frac{\partial p_1}{\partial y} \right) / \left(\frac{\partial p_2}{\partial z} - \frac{\partial p_1}{\partial z} \right). \quad (3.5)$$



Slika 3.7 Shematski prikaz frontalne plohe na vertikalnom presjeku u svrhu izračunavanja njenog nagiba (kut nagiba preuveličan), (Zverev, 1977; str. 221).

Korištenjem hidrostatske, odnosno geostrofičke jedn., tj. $\partial p / \partial z = -g\rho$ i $\partial p / \partial y = f\rho v$, gdje je g akceleracija sile teže, ρ gustoća zraka, f Coriolisov parametar i v zonalna komponenta vjetra, slijedi

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{f}{g} \frac{\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2}{\rho_1 - \rho_2} = \frac{f}{g} \frac{T_2 v_1 - T_1 v_2}{T_2 - T_1}. \quad (3.6)$$

Ovo je poznata *Margulesova formula* za nagib plohe diskontinuiteta. Ona se može pojednostaviti ako se stavi da je:

$$\begin{aligned}
 T_1 &= T_m - \Delta T / 2, & T_m &= (T_1 + T_2) / 2; \Delta T = T_2 - T_1, \\
 T_2 &= T_m + \Delta T / 2, \\
 v_1 &= v_m + \Delta v / 2, & v_m &= (v_1 + v_2) / 2; \Delta v = v_1 - v_2, \\
 v_2 &= v_m - \Delta v / 2.
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

Nakon uvrštavanja (3.7) u (3.6) dobiva se

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{f}{g} \frac{\Delta v}{\Delta T} T_m + \frac{f}{g} v_m \approx \frac{f}{g} \frac{\Delta v}{\Delta T} T_m,
 \tag{3.8}$$

jer je T_m obično za red veličine veće od v_m , a $\Delta v / \Delta T \approx 1$.

Kako je $f \approx 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ i $g \approx 10 \text{ ms}^{-2}$, uz $T_m = 280 \text{ K}$, slijedi

$$\operatorname{tg} \alpha = 0.0028 \frac{v_1 - v_2}{T_2 - T_1}.
 \tag{3.9}$$

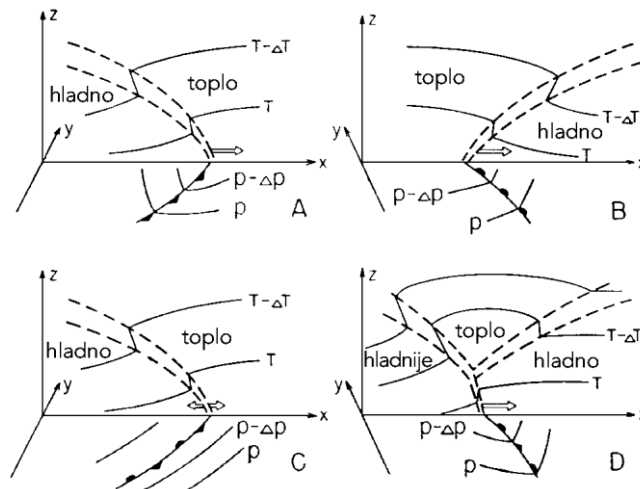
Ako se u ovu formulu uvrste motrene vrijednosti, onda se dobiva raspon vrijednosti rezultata od $1/300$ do $1/50$, odnosno u prosjeku oko $1/150$. Uzevši u obzir činjenicu da je za male kuteve $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$, tada je očito da je riječ o vrlo malom kutu nagiba frontalne plohe u odnosu na horizontalu (slika 3.8). Veći kut nagiba znači veću raspoloživu potencijalnu energiju frontalnog sustava (vidi Kutzbach, 1979).



TLO

Slika 3.8 Ilustracija nagiba frontalne plohe (crtkano) u odnosu na horizontalu ("tlo"; sjenčano) u realnim razmjerima (Zverev, 1977; str. 221).

Ako fronta ne mijenja položaj u prostoru naziva se *stacionarnom frontom*. Ovisno o tome da li hladniji zrak potiskuje topliji i obrnuto, razlikuju se *hladne* i *tople* atmosferske fronte. One se obično pojavljuju u paru, u sklopu ciklonalnog sustava, o kojem će biti govora kasnije. Između njih je topliji zrak u odnosu na onaj ispred tople i iza hladne fronte. Kako se hladna fronta najčešće giba brže od tople, ona ju sustiže. Tada se topliji zrak istisne uvis, pa nastaje *fronta okluzije*. Postoje dva tipa fronte okluzije: prvi, "tipa hladne fronte" (hladna okluzija) kada je zrak iza hladne fronte hladniji od onog ispred tople fronte pa ga potisne uvis, i drugi, "tipa tople fronte" (topla okluzija) kada je zrak ispred tople fronte hladniji od onog iza hladne fronte, koji je potisnut uvis. Svi navedeni tipovi fronti, osim posljednjeg, prikazani su shematski na slici 3. 9.



Slika 3.9 Struktura osnovnih tipova atmosferskih fronti: hladne (A), tople (B), stacionarne (C) i okludirane (D). Frontalna zona je prikazana na vertikalnim presjecima omeđena frontalnim plohami (crtkane linije) zajedno s izotermama označenim s T . Prizemne fronte su prikazane uobičajenim sinoptičkim simbolima, zajedno s izobarama označenim s p (Pettersen, 1956 (Vol I); str. 198).

3.2.2 Frontogeneza i frontoliza

Proces stvaranja i jačanja fronte naziva se *frontogeneza*, a proces slabljenja odnosno raspada fronte naziva se *frontoliza*. Što su gradijenti meteoroloških veličina na fronti veći to je ona jača. Stoga, *frontogenetička funkcija* F za skalarno

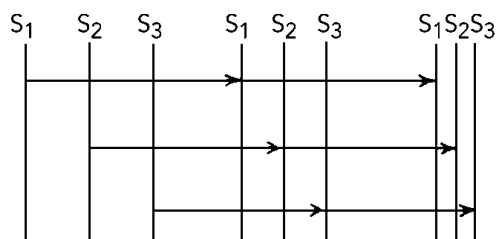
svojstvo S može se definirati kao individualna (totalna) promjena apsolutne vrijednosti gradijenta tog svojstva tj.

$$F = \frac{d}{dt} |\nabla S|, \quad (3.10)$$

gdje je

$$\nabla S = \frac{\partial S}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial S}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial S}{\partial z} \mathbf{k}, \quad (3.11)$$

i $|\nabla S|$ apsolutna vrijednost gradijenta^{13a} svojstva S . Ako je $F > 0$ riječ je o frontogenezi, a ako je $F < 0$ o frontolizi. U dvodimenzijalnom prostoru linija maksimalne vrijednosti od F naziva se *frontogenetičkom linijom* (slika 3.10). U trodimenzijalnom prostoru odgovarajuće maksimalne vrijednosti od F leže na *frontogenetičkoj plohi*.



Slika 3.10 Ilustracija frontogeneze u horizontalnom polju svojstva S . Razmaci izopleta svojstva S , u tri uzastopna vremenska trenutka (s lijeva na desno), ilustriraju frontogenezu (Haltiner i Martin, 1957; str. 287).

^{13a} U meteorologiji se često veličina ∇S naziva *ascendentom* od S dok se $-\nabla S$ naziva *gradijentom* od S , iako se to u matematici ne prakticira (vidi Kurepa, 1975; Huschke, 1986; Kurz, 1998; Bluestein, 1992). U ovom udžbeniku koristit će se naziv *gradijent* za veličinu ∇S što je uobičajeno u matematici i u općoj fizici. U slučaju definicije frontogenetičke funkcije to nije bitno jer je apsolutna vrijednost obiju veličina jednaka. *Hamiltonov diferencijalni operator* $\nabla = \mathbf{i}\partial / \partial x + \mathbf{j}\partial / \partial y + \mathbf{k}\partial / \partial z$ naziva se *nabla* ili *del* prema W.R. Hamiltonu (1805-1865).

Navedeno svojstvo S može biti, na primjer: *gustoća, temperatura ili potencijalna temperatura zraka*. Posljednja dva se najčešće razmatraju. Zbog očuvanja u adijabatskim procesima posebno je zanimljiva potencijalna temperatura^{13b} θ . U tom slučaju jedn. (3.10) poprima oblik

$$F = \frac{d|\nabla\theta|}{dt} = \frac{1}{2|\nabla\theta|} \frac{d(\nabla\theta \cdot \nabla\theta)}{dt} = \mathbf{n}_\theta \cdot \frac{d(\nabla\theta)}{dt}, \quad (3.12)$$

gdje je $\mathbf{n}_\theta = \nabla\theta / |\nabla\theta|$ jedinični vektor u smjeru $\nabla\theta$. Kako je

$$\begin{aligned} \frac{d(\nabla\theta)}{dt} &= \frac{\partial(\nabla\theta)}{\partial t} + u \frac{\partial(\nabla\theta)}{\partial x} + v \frac{\partial(\nabla\theta)}{\partial y} + w \frac{\partial(\nabla\theta)}{\partial z} \\ &= \nabla \left(\frac{\partial\theta}{\partial t} \right) + \nabla \left(u \frac{\partial\theta}{\partial x} \right) + \nabla \left(v \frac{\partial\theta}{\partial y} \right) + \nabla \left(w \frac{\partial\theta}{\partial z} \right) \\ &\quad - \frac{\partial\theta}{\partial x} \nabla u - \frac{\partial\theta}{\partial y} \nabla v - \frac{\partial\theta}{\partial z} \nabla w \\ &= \nabla \left(\frac{d\theta}{dt} \right) - \left(\frac{\partial\theta}{\partial x} \nabla u + \frac{\partial\theta}{\partial y} \nabla v + \frac{\partial\theta}{\partial z} \nabla w \right), \end{aligned} \quad (3.13)$$

gdje su u, v i w komponente vektora vjetera: $u = dx/dt$, $v = dy/dt$ i $w = dz/dt$, tada iz (3.12) i (3.13) slijedi

$$F = \mathbf{n}_\theta \cdot \nabla \left(\frac{d\theta}{dt} \right) - \mathbf{n}_\theta \cdot \left(\frac{\partial\theta}{\partial x} \nabla u + \frac{\partial\theta}{\partial y} \nabla v + \frac{\partial\theta}{\partial z} \nabla w \right). \quad (3.14)$$

Ovo je općeniti trodimenzijalni oblik frontogenetičke funkcije koji se može odvojeno analizirati na vertikalnom presjeku i horizontalnoj ravnini.

^{13b} Umjesto potencijalne temperature katkad se promatra apsolutna temperatura zraka T . U tom je slučaju frontogenetička funkcija definirana izrazom $F_T = d|\nabla T|/dt$. Ona se općenito razlikuje od frontogenetičke funkcije (3.12) definirane s obzirom na potencijalnu temperaturu zraka. Jednake su jedino tamo gdje je tlak zraka jednak 1000 hPa (vidi jedn. F3).

3.2.2.1 Frontogeneza na vertikalnom presjeku

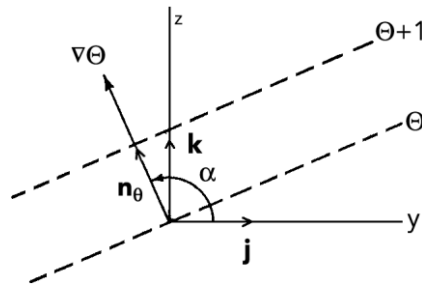
Da bi se analiza frontogenetičke funkcije svela na analizu u vertikalnoj ravni, odnosno na vertikalnom presjeku, pretpostavlja se da je os x usmjerena paralelno s izentropskim linijama u horizontalnoj ravni, a os y prema nižim vrijednostima od θ . Dakle, $\partial\theta/\partial x = 0$ i $\partial\theta/\partial y < 0$. Osim toga, prema slici 3.11 slijedi

$$\mathbf{n}_\theta = \mathbf{j}\cos\alpha + \mathbf{k}\sin\alpha, \quad (3.15)$$

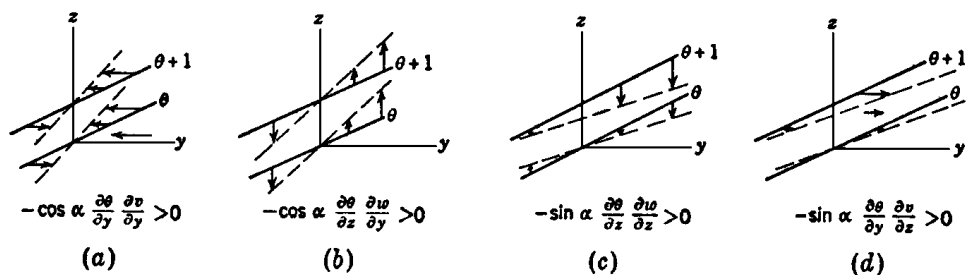
gdje je α (≤ 180) kut između pozitivnog smjera osi y i \mathbf{n}_θ . Ako se pretpostavi očuvanje potencijalne temperature, tj. adijabatičnost, proizlazi $d\theta/dt=0$. Zamjenom (3.15) u (3.14) slijedi da frontogenetička funkcija za vertikalni presjek ima oblik

$$F = -\left(\frac{\partial\theta}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial\theta}{\partial z}\frac{\partial w}{\partial y}\right)\cos\alpha - \left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial\theta}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial z}\right)\sin\alpha. \quad (3.16)$$

Utjecaj pojedinih članova u jedn. (3.16) na frontogenezu može se ilustrirati odgovarajućim utjecajem na raspodjelu potencijalne temperature uporabom dijagrama (vertikalnih presjeka) prikazanih na slici 3.12. Smicanje vjetra je odabrano tako da je $F > 0$. Prva dva člana utječu na promjenu horizontalne komponente gradijenta potencijalne temperature, što je posljedica rotacije izentropskih ploha oko vertikalne osi. Druga dva člana utječu na promjenu vertikalne komponente navedenog gradijenta, što je posljedica zbližavanja



Slika 3.11 Prikaz odnosa jediničnog vektora \mathbf{n}_θ , gradijenta potencijalne temperature i osi y (Haltiner i Martin, 1957; str. 288).



Slika 3.12 Doprinosi frontogenezi pojedinih članova iz jedn. (3.16). Pune, odnosno crtkane, linije predstavljaju položaj izentropskih ploha prije, odnosno nakon djelovanja polja vjetra prikazanog strelicama. (Haltiner i Martin, 1957; str. 289)

izentropskih ploha u vertikalnom smjeru. Treba spomenuti da u slučaju (c) (slika 3.12), zbog silaznih gibanja, može doći do razbijanja naoblake, što narušava predodžbu da fronte uvijek nose "loše vrijeme" tj. oblake i oborinu (vidi Haltiner i Martin, 1957).

3.2.2.2 Pojednostavljeni primjer frontogeneze u horizontalnom polju vjetra

Neka je svojstvo zraka potencijalna temperatura i pretpostavljeno horizontalno polje s vektorima vjetra paralelnim s y osi. Ako se u jedn. (3.16) ukine i koordinata z , odnosno formalno odabere $\alpha=180$ ($\cos 180=-1$), dobiva se pojednostavljeni izraz za frontogenetičku funkciju oblika

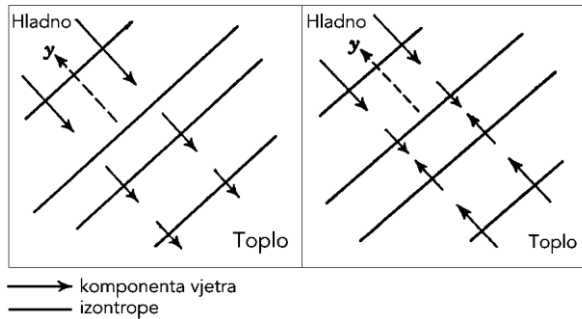
$$F = \frac{d}{dt} \left(-\frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = \frac{\partial \theta}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y}, \quad (3.17)$$

gdje je y okomito na izentrope u horizontalnoj ravnini, kao i u prethodno razmatranom slučaju. Ako je promjena potencijalne temperature $\partial \theta / \partial y < 0$, a da bi bilo $F > 0$ tj. frontogeneza, treba biti također negativna promjena vjetra duž y -osi, odnosno $\partial v / \partial y < 0$. Dva primjera s gornjim odlikama prikazana su na slici 3.13.

Ako se pretpostavi da je vjetar geostrofički, tj. $v = v_g$ (odstranjuje se divergencija u polju vjetra, a zadržava deformacija; vidi Dodatak G i potpoglavlje 3.2.2.3), uz uvjet da je $-\partial v_g / \partial y$ pozitivno (to je ekvivalentno geostrofičkoj

konfluenciji; vidi na primjer Huschke, 1986) i konstantno u vremenu, tada nakon integracije po vremenu od početnog trenutka $t=0$ do konačnog t dobiva se izraz

$$\left(-\frac{\partial \theta}{\partial y}\right)_t = \left(-\frac{\partial \theta}{\partial y}\right)_0 \exp\left[\left(-\frac{\partial v_g}{\partial y}\right)t\right]. \quad (3.18)$$



Slika 3.13 Idealizirani primjeri frontogeneze u horizontalnom polju vjetra (Haltiner i Martin; 1957; str. 290).

Tako, početni horizontalni gradijent potencijalne temperature rast će eksponencijalno e puta za vrijeme od $(-\partial v_g / \partial y)^{-1}$, što je reda veličine 10^5 sekundi tj. jedan dan (vidi Bluestein, 1993). Drugim riječima, potrebno je 2.5 dana da početni horizontalni gradijent temperature naraste za red veličine tj. $e^{2.5}$ puta. Izraz (3.18) samo je početno ispravan i daje grubu procjenu vremenskih dimenzija razvoja sustava fronte, tj. razdoblje od nekoliko dana. Zbog uvođenja geostrofičke aproksimacije ovaj slučaj frontogeneze naziva se i kvazigeostrofičkom frontogenezom. U praksi se pokazalo da se katkad gradijent potencijalne temperature poveća za red veličine i u razdoblju od samo jednog dana. Dakle, očigledno jedn. (3.18) ne uzima u obzir sve relevantne procese koji uvjetuju frontogenezu, osobito tzv. *sekundarnu cirkulaciju*¹⁴ koja utječe na vremensku promjenu geostrofičke konfluencije, koja je ovdje pretpostavljena konstantnom.

¹⁴ Terminima kao što su: *primarna, sekundarna ili tercijarna cirkulacija* razlikuju se katkad dimenzije atmosferskih strujanja. Tako se strujanja planetarnih razmjera nazivaju *primarnim*, a sinoptičkih razmjera *sekundarnim* (vidi Huschke, 1986). Najčešće se terminom "*sekundarne cirkulacije*" imenuje polje vertikalnih gibanja vezano za divergentno (konvergentno) horizontalno strujanje koje se većinom javlja kao posljedica trenja ili baroklinosti atmosfere tj. povećanih horizontalnih temperaturnih gradijenata (vidi Holton, 1979 i Bluestein, 1993).

3.2.2.3 Frontogenetički i frontolitički sektori u kvazihorizontalnom polju vjetra (na izobarnoj plohi)

Razmotrimo sada općenitiji slučaj od prethodnog. Za tu svrhu mogu poslužiti izlaganja o diferencijalnim svojstvima linearnog horizontalnog (u našem slučaju kvazihorizontalnog) polja vjetra iz Dodatka G. Kao što je u spomenutom dodatku navedeno, treba imati u vidu u kojem se koordinatnom sustavu obavlja analiza. Tradicionalno je to koordinatni sustav, čija se apscisna os poklapa s osi dilatacije, odnosno kontrakcije, u polju čiste deformacije vjetra. Osi tog koordinatnog sustava označene su s x' (apscisa) odnosno y' (ordinata) u Dodatku G, ali zbog jednostavnosti ovdje će crtice biti izostavljene uz napomenu da su divergencija i vrtložnost invarijantni na rotaciju koordinatnog sustava (vidi također Dodatak G).

Uz pretpostavku adijabatičnosti, tj. $d\theta/dt=0$, jed. (3.14) na izobarnoj plohi poprima oblik

$$F = -\mathbf{n}_\theta \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x} \nabla_p u + \frac{\partial}{\partial y} \nabla_p v \right). \quad (3.19)$$

Ako je β kut između osi x i $\nabla_p \theta$ tada je

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_\theta &= \mathbf{i} \cos \beta + \mathbf{j} \sin \beta, \\ \frac{\partial}{\partial x} &= |\nabla_p \theta| \cos \beta, \quad \frac{\partial}{\partial y} = |\nabla_p \theta| \sin \beta, \end{aligned} \quad (3.20)$$

gdje su \mathbf{i} i \mathbf{j} jedinični vektori u smjeru osi x odnosno y (slika 3.14).

Upotrebom relacija (3.19), (3.20) i (G19) nalazimo

$$F = -\frac{1}{2} |\nabla_p \theta| [D \cos 2\beta + \delta]. \quad (3.21)$$

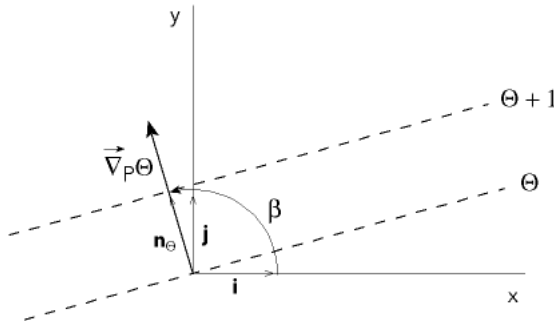
Treba nadalje primijetiti da u horizontalnom linearnom polju vjetra samo *divergencija* i *deformacija* mogu doprinijeti frontogenezi odnosno frontolizi. Očigledno da negativna divergencija (konvergencija; $\delta < 0$) podržava frontogenezu, a pozitivna ($\delta > 0$) frontolizu. S druge strane, deformacija može doprinijeti

frontogenezi (frontolizi) ovisno o orijentaciji izentropa prema osi dilatacije, što je određeno kutem β .

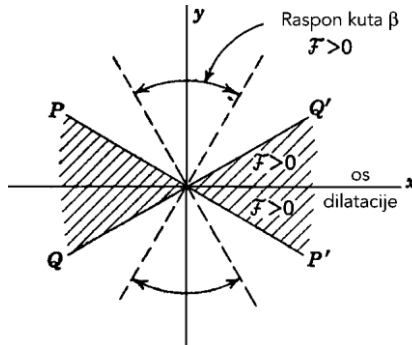
Jedn. (3.21) pokazuje da u slučaju $|\nabla_p \theta| > 0$, za bilo koje polje vjetra, za koje je $|\delta| \leq |D|$ (uvjet proizilazi iz definicije funkcije *kosinus* čije su vrijednosti u rasponu od -1 do 1), postoji kritični kut β_k za koji je $F=0$.

$$D \cos 2\beta_k + \delta = 0 \quad \text{ili} \quad \beta_k = \frac{1}{2} \cos^{-1} \left(-\frac{\delta}{D} \right). \quad (3.22)$$

Raspon kuta β za koji je $F > 0$ može se ilustrirati grafički kao što je prikazano na slici 3.15.

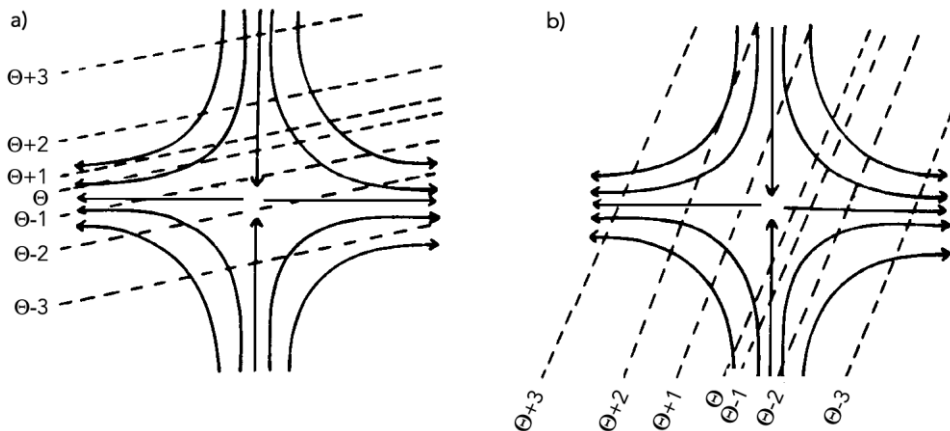


Slika 3.14 Geometrijski prikaz odnosa osi dilatacije (kontrakcije) tj. osi x i gradijenta potencijalne temperature $\nabla_p \theta$ (vidi tekst), (Bluestein, 1993 (Vol. II); str. 252).



Slika 3.15 Grafička ilustracija frontogenetičkih (sjenčano) i frontolitičkih (bijelo) sektora u linearnom polju vjetra (Haltiner i Martin, 1957; str. 294).

U slučaju da je $\delta=0$ frontogenetički i frontolitički sektori su jednaki, što slijedi iz jedn. (3.22). Tada orijentacija izentropa unutar 45° od osi x rezultira frontogenezom, a ona izvan tog raspona frontolizom (slika 3.16). Ako je $\delta>0$ (divergencija) frontogenetički sektor je manji od frontolitičkog ili ako je $\delta<0$ (konvergencija) vrijedi obrat.



Slika 3.16 Primjeri: a) frontogeneze i b) frontolize u polju deformacije (Bluestein, 1993 (Vol. II); str. 252)

3.2.2.4 Frontogenetički vektor

Poopćimo koncept frontogenetičke funkcije tako da se osim individualne promjene *intenziteta* kvazihorizontalnog gradijenta potencijalne temperature uključi i promjena njegovog *smjera*. Simbolički

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt} (\nabla_p \theta), \quad (3.23)$$

gdje se \mathbf{F} može nazvati *frontogenetičkim vektorom* ili *vektorskom frontogenetičkom funkcijom* (vidi Bluestein, 1993). Kao vektorska veličina \mathbf{F} se može prikazati u različitim koordinatnim sustavima. Ako se odabere smjer s duž

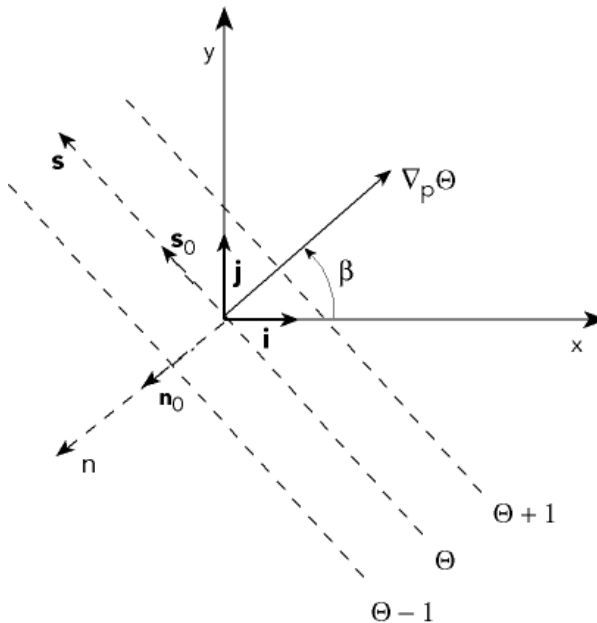
izentropa te smjer n prema negativnom gradijentu potencijalne temperature koji je okomit na s (tzv. *prirodni koordinatni sustav*), tada je

$$\mathbf{F} = F_s \mathbf{s}_0 + F_n \mathbf{n}_0, \quad (3.24)$$

gdje su \mathbf{s}_0 i \mathbf{n}_0 jedinični vektori u smjeru osi s odnosno n , a F_s i F_n komponente frontogenetičkog vektora u smjeru tih osi. Os x polaznog sustava može biti usmjerena duž osi dilatacije (kontrakcije), kao što je prethodno navedeno (slika 3.17).

U tom sustavu jed. (3.23), čiji je razvijeni trodimenzionalni oblik prikazan jednadžbom (3.13), uz pretpostavku adijabatičnosti u kvazihorizontalnom polju vjetra, poprima oblik

$$\mathbf{F} = - \left[\frac{\partial \theta}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial u}{\partial y} \mathbf{j} \right) + \frac{\partial \theta}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial v}{\partial y} \mathbf{j} \right) \right]. \quad (3.25)$$



Slika 3.17 Prikaz "prirodnog" sustava za fontogenetički vektor.

Kako je

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_s &= \mathbf{F} \cdot \mathbf{s}_0; \quad \mathbf{F}_n = \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}_0, \\
 \mathbf{s}_0 &= -(\mathbf{i} \sin \beta - \mathbf{j} \cos \beta), \\
 \mathbf{n}_0 &= -(\mathbf{i} \cos \beta + \mathbf{j} \sin \beta), \\
 \frac{\partial \theta}{\partial x} &= |\nabla_p \theta| \cos \beta, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = |\nabla_p \theta| \sin \beta,
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

gdje je β kut između pozitivnog smjera osi x i gradijenta potencijalne temperature, uz korištenje jedn. (G19) slijedi

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_s &= \frac{1}{2} |\nabla_p \theta| [D \sin 2\beta + \zeta], \\
 \mathbf{F}_n &= \frac{1}{2} |\nabla_p \theta| [D \cos 2\beta + \delta].
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

Iz jedn. (3.21) i (3.27) proizilazi jednakost

$$F = -\mathbf{F}_n, \tag{3.28}$$

što znači da komponenta \mathbf{F}_n označava individualnu promjenu apsolutne vrijednosti gradijenta potencijalne temperature, a \mathbf{F}_s odgovarajuću promjenu njegova smjera. Zanimljivo je da se u \mathbf{F}_s javlja i vrtložnost ζ kao "*frontogenetički*" faktor. Ona direktno ne utječe na frontogenetičku funkciju, ali može utjecati na rotaciju izentropa u odnosu na polje strujanja, što pak utječe na frontogenezu.

3.2.2.5 Frontogeneza i vektor \mathbf{Q}

Ako se pretpostavi da je polazni koordinatni sustav (x,y) ujedno i prirodni (n,s) , tada je analog jed. (3.14) u kvazihorizontalnom polju vjetra (uz geostrofičku aproksimaciju) oblika

$$\mathbf{F} = \left(-\frac{\partial \theta}{\partial n} \frac{\partial \mathcal{N}_{gn}}{\partial s} \right) \mathbf{s}_0 + \left(-\frac{\partial \theta}{\partial n} \frac{\partial \mathcal{N}_{gn}}{\partial n} \right) \mathbf{n}_0, \tag{3.29}$$

gdje je V_{gn} geostrofička komponenta vjetra u smjeru osi n . U jedn. (3.29) može se uvesti vektor¹⁵ \mathbf{Q} u prirodnim koordinatama (vidi npr. potpoglavlje 3.4.6 i Bluestein, 1993) na način da je

$$\mathbf{F} = \frac{\sigma}{R} \frac{p}{\left(\frac{p_0}{p}\right)^{R/c_p}} \mathbf{Q}, \quad (3.30)$$

gdje je $\sigma = -T \partial \ln \theta / \partial p$ parametar statičke stabilnosti čija se kvazihorizontalna promjenljivost zanemaruje (vidi Bluestein (1992) i Dodatak F). Kako je $\mathbf{n}_0 = -\left(\nabla_p \theta / |\nabla_p \theta|\right)$, uz uporabu (3.26) dobiva se

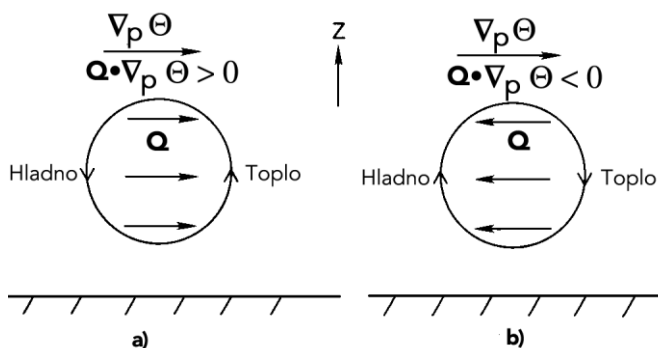
$$F_n = -\frac{\sigma}{R} \frac{p}{|\nabla_p \theta|} \left(\frac{p_0}{p}\right)^{R/c_p} (\nabla_p \theta \cdot \mathbf{Q}), \quad (3.31)$$

odnosno prema jedn. (3.28)

$$F = \frac{\sigma}{R} \frac{p}{|\nabla_p \theta|} \left(\frac{p_0}{p}\right)^{R/c_p} (\nabla_p \theta \cdot \mathbf{Q}). \quad (3.32)$$

Prema jedn. (3.32), frontogenetička funkcija je proporcionalna skalarnom produktu gradijenta potencijalne temperature i vektora \mathbf{Q} . Dakle, u situacijama kada je atmosfera statički stabilna i $\nabla_p \theta \cdot \mathbf{Q} > 0$ odvijat će se frontogeneza, a u slučaju kada je $\nabla_p \theta \cdot \mathbf{Q} < 0$ frontoliza, uz iste uvjete stabilnosti. Za statički nestabilnu atmosferu vrijedi obrat, dok za statički neutralnu atmosferu veza (3.32) nije definirana, što je nedostatak tog prikaza. Uzevši još u obzir tumačenje vektora \mathbf{Q} iz potpoglavlja 3.4.6 i navedeno te pretpostavku da je atmosfera statički stabilna, slijedi da su frontogenetički procesi prisutni kod tzv. *direktno* termalne cirkulacije tj. u slučaju kada se topliji zrak diže i hladniji spušta, a frontolitički kod tzv. *indirektno* termalne cirkulacije — topliji zrak se spušta i hladniji diže (slika 3.18).

¹⁵ Izvorno je vektor \mathbf{Q} definiran prilikom dijagnoze tzv. ω -jednadžbe koja će biti razmatrana u poglavlju 3.4.6. Treba spomenuti da se katkad definicija navedenog vektora razlikuje za konstantu ovisno o autoru.



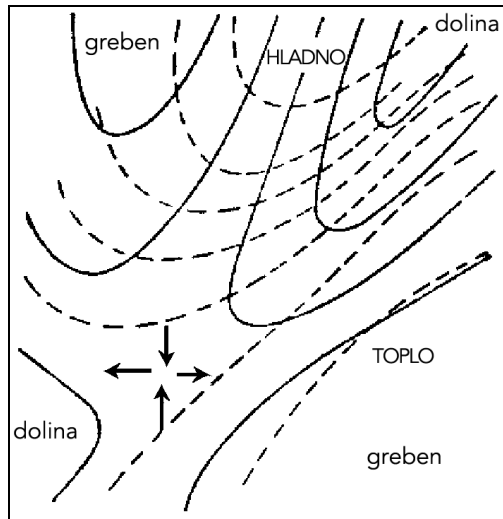
Slika 3.18 Primjeri odnosa gradijenta potencijalne temperature i vektora \mathbf{Q} za slučajeve: a) direktne i b) indirektna termalne cirkulacije (Bluestein, 1992 (Vol. I); str. 368).

Prema Kutzbach (1979), direktna cirkulacija se javlja osobito u početnoj fazi razvoja baričkih atmosferskih sustava tj. ciklona i anticiklona. U prvim se topliji zrak diže, a u drugima hladniji spušta. Međutim u njihovoj zrelijoj fazi može doći do obrata tj. do "prisilnog" dizanja hladnijeg zraka u cikloni i spuštanja toplijeg u anticikloni.

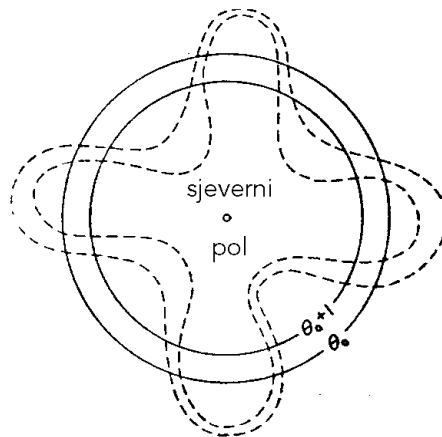
3.2.2.6 Frontogeneza u "prirodnim" uvjetima

Najčešće frontogeneza i frontoliza nisu idealne kao u teorijskim prikazima, nego nastaju kombinacijom različitih utjecaja kao što su: *divergencija*, *deformacija* i *vrtložnost* u horizontalnom polju strujanja uz vertikalno smicanje vjetra (*baroklinost*), uključujući *vertikalna gibanja*, te naravno raspodjelu temperature. Teško je iscrpiti sve moguće kombinacije koje se mogu pojaviti u prirodnim uvjetima. Jedna od najčešćih situacija pogodnih za frontogenezu prikazana je na slici 3.19 (vidi Petterssen, 1956). Na toj slici uočava se povoljan položaj *izentropa* (približno *izoterma*) u polju vjetra s izraženom komponentom *deformacije*.

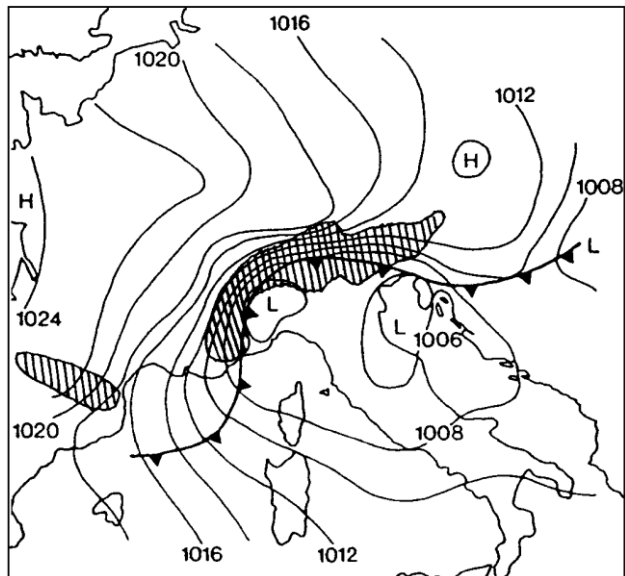
Osim navedenih utjecaja, pretežno *sinoptičkih* razmjera, frontogenetički procesi su izloženi i utjecajima *globalne cirkulacije* i lokalnim utjecajima kao što je topografija terena. Naime, poremećaji u globalnoj cirkulaciji mogu intenzivirati proces frontogeneze, dok visoke planine, osim što modificiraju polje strujanja, mogu zadržati, usporiti ili modificirati frontalnu zonu. Na slici 3.20 ilustriran je globalni poremećaj u polju izentropa. Uz pretpostavku bezdivergentnog strujanja



Slika 3.19 Ilustracija jednog od najčešćih tipova frontogenetičkog polja (Petterssen, 1956 (Vol. I); str. 205).



Slika 3.20 Ilustracija veze između frontogeneze i poremećaja u sustavu izentropa. Pune crte predstavljaju neporemećeni (početni) zonalni položaj izentropa, a crtkane poremećene izentropne (Petterssen, 1956 (Vol. I); str. 212).



Slika 3.21 Deformacija hladne fronte (—▲▲—) na alpskom masivu. Pune crte su izobare s rezolucijom 2 hPa. Situacija se odnosi na 26.07.1987. u 12h UTC (Buzzi, 1992; str. 5).

vrijedi princip očuvanja površine između izentropa (vidi Petterssen, 1956). Tako svako izduženje izentropa uvjetuje njihovo zbližavanje tj. frontogenezu.

Na slici 3.21, pak, ilustriran je utjecaj alpskog planinskog lanca na hladnu frontu (Buzzi, 1992). Na slici je uočljivo zadržavanje fronte na području Alpa. To zadržavanje uzrokuje sekundarnu ciklogenezu u zavjetrini Alpa, o čemu će biti govora kasnije u potpoglavlju 3.4.8.2.

3.2.3 Procjena brzine gibanja fronti

Uz pretpostavku da se fronta nalazi u sustavu koji se giba brzinom c (u smjeru okomitom na frontu), vremenska se promjena nekog njenog svojstva S u tom suatavu može izraziti relacijom (Petterssen, 1955)

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\partial S}{\partial t} + \mathbf{c} \cdot \nabla S, \quad (3.33)$$

gdje je \mathcal{S}/\mathcal{a} lokalna promjena tog svojstva u fiksnom sustavu (npr. sustavu karte) i ∇S njegov gradijent u istom sustavu. Pretpostavimo da je promatrano svojstvo razlika tlaka zraka s dviju strana fronte $p_1 - p_2$ (vidi sliku 3.7). Kako je na samoj fronti $p_1 - p_2 = 0$, slijedi

$$\frac{d(p_1 - p_2)}{dt} = 0. \quad (3.34)$$

Uzevši u obzir jedn. (3.33) i (3.34) dobiva se

$$c = -\left(\frac{\partial p_1}{\partial x} - \frac{\partial p_2}{\partial x}\right) \Big/ \left(\frac{\partial p_1}{\partial y} - \frac{\partial p_2}{\partial y}\right), \quad (3.35)$$

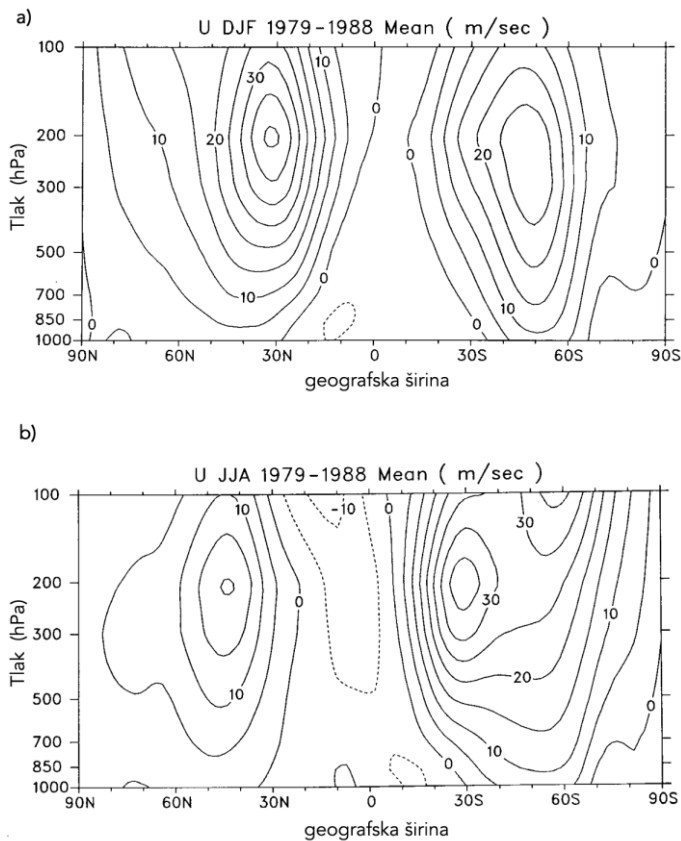
uz pretpostavku da je os y orijentirana okomito na frontu. Iz jedn. (3.35) je vidljivo da se fronta giba u smjeru veće tendencije tlaka zraka uz pretpostavku da je član iz nazivnika pozitivan. Dakle, vrlo jednostavnom jednadžbom omogućena je dijagnoza gibanja fronti, ali samo za kraća razdoblja (nekoliko sati unaprijed).

3.3 Mlazne struje

Mlazna struja (eng. jet stream) je područje relativno jakog vjetra koncentrirano duž kvazihorizontalne osi, obično u višoj troposferi ili stratosferi, i karakterizirano jakim vertikalnim i horizontalnim gradijentima vjetra. Slične pojave u nižoj troposferi nazivaju se *niskim mlaznim strujama* (eng. low-level jet). *Os* (eng. axis) mlazne struje je linija maksimalne brzine vjetra u njoj, a *jezgra mlazne struje* (eng. jet streak) je područje oko maksimalne brzine vjetra u čitavoj struji. Po konvenciji, maksimalna brzina vjetra na osi mlazne struje treba biti najmanje 30 m/s (vidi Bluestein, 1993).

3.3.1 Empirijski rezultati

Da je mlazna struja realnost najbolje ilustrira globalni vertikalni presjek razdiobe zonalne komponente strujanja prikazan na slici 3.22. Iz slike je vidljivo



Slika 3.22 Vertikalni presjek srednje zonalne komponente vjetra u (m/s) za: a) sjevernu hemisferu zimi te južnu ljeti i b) sjevernu hemisferu ljeti te južnu zimi. Oznake DJF i JJA su konstruirane od početnih slova engleskih naziva mjeseci December (prosinac), January (siječanj) i February (veljača) odnosno June (lipanj), July (srpanj) i August (kolovoz), (Bluestein, 1993 (Vol. II); str. 379).

da prosječna zonalna komponenta u zimskim mjesecima, koja je inače dominantna u odnosu na meridionalnu, prelazi 30 m/s na nekim mjestima u višim slojevima troposfere.

Maksimum brzine se javlja na visini oko izobarne plohe 200 hPa tj. oko deset kilometara iznad morske razine odnosno, blizu tropopauze. To potvrđuju i analize visinskog vjetra iznad Zagreba (vidi Sajko, 1996). U literaturi se navode dvije prepoznatljive mlazne struje: *polarna* i *suptropska*. Prva je na polarnoj fronti ($40 - 60^\circ$ g.š.) i druga na suptropskoj fronti ($20 - 35^\circ$ g.š.).

3.3.2 Analitički aspekt

Pored brzine na *osi* mlazne struje, njena važna odlika je i smicanje vjetra u smjeru okomitom na *os* pa čak i u svim smjerovima oko glavnog maksimuma brzine odnosno u *jezgri* mlazne struje. Tako se intenzitet mlazne struje čija je *os* usmjerena duž *x-osi* koordinatnog sustava, praktično je to zonalni smjer, može izraziti s dvodimenzijalnim *laplaceanom*, tj. $\nabla_x^2 u = \partial^2 u / \partial y^2 + \partial^2 u / \partial z^2$. Analogno, intenzitet jezgre mlazne struje može se izraziti trodimenzijalnim *laplaceanom* $\nabla^2 u = \partial^2 u / \partial x^2 + \partial^2 u / \partial y^2 + \partial^2 u / \partial z^2$. U oba slučaja meridionalna komponenta vjetra je zanemarena u odnosu na zonalnu označenu s *u*. Na *osi* mlazne struje općenito vrijedi

$$\nabla_x^2 u < 0, \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \text{ i } \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad (3.36)$$

a u centru jezgre

$$\nabla^2 u < 0, \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \text{ i } \frac{\partial u}{\partial z} = 0. \quad (3.37)$$

Može se pratiti *individualna* promjena gornjih operatora tj. definirati genetičke funkcije za mlaznu struju (eng. jetogenetical functions) na vertikalnom presjeku i u jezgri:

$$J = \frac{d}{dt}(-\nabla_x^2 u) \quad (3.38)$$

i

$$J_s = \frac{d}{dt}(-\nabla^2 u). \quad (3.39)$$

Definicije funkcija (3.38) i (3.39) analogne su Petterssenovoj definiciji frontogenetičke funkcije. One se mogu pisati i drukčije, ako se pretpostavi uniformnost $\nabla_x u$ odnosno ∇u u susjedstvu promatrane česti (vidi Bluestein, 1993), tj. kao

$$J = -\nabla_x^2 \left(\frac{du}{dt} \right), \quad (3.40)$$

$$J_s = -\nabla^2 \left(\frac{du}{dt} \right). \quad (3.41)$$

Gornje jednadžbe nisu pogodne za dijagnostičke svrhe. Ako je akceleracija česti posljedica, na primjer, triju sila: Coriolisove (fv), sile gradijenta tlaka ($-1/\rho)(\partial p/\partial x)$ i sile trenja (F_x), tada vrijedi relacija

$$\frac{du}{dt} = fv - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + F_x = fv_a + F_x, \quad (3.42)$$

uz definiciju *ageostrofičke* komponente meridionalnog vjetra v_a kao

$$v_a = v - v_g, \quad (3.43)$$

gdje je v stvarna meridionalna brzina vjetra i v_g geostrofička (vidi Kurz, 1998). Za mali y može se pretpostaviti da je

$$fv_a \approx f_0 v_a, \quad (3.44)$$

gdje se f_0 odnosi na položaj $y=0$. Uzevši ovo u obzir, jedn. (3.40) i (3.41), na osi mlazne struje odnosno u njenoj jezgri gdje je $y = 0$, prelaze u

$$J = -f_0 \nabla_x^2 v_a - \nabla_x^2 F_x, \quad (3.45)$$

$$J_s = -f_0 \nabla^2 v_a - \nabla^2 F_x. \quad (3.46)$$

Prema tome, iako je meridionalna komponenta vjetra zanemarena kod određivanja intenziteta mlazne struje, njen utjecaj je dominantan kod promjene intenziteta parametara mlazne struje. Nadalje, ako se zanemari trenje, što je opravdano u višim slojevima atmosfere, genetička funkcija za mlaznu struju je

pozitivna tamo gdje se javlja lokalni maksimum ageostrofičkog meridionalnog vjetra na vertikalnom presjeku okomitom na os mlazne struje za slučaj jedn. (3.45) i gledano prostorno za jedn. (3.46).

U nižim slojevima troposfere, tj. u graničnom sloju, drugi članovi u jedn. (3.45) i (3.46) mogu utjecati na genezu niske mlazne struje. Istraživanja pokazuju, da su varijacije intenziteta ovih struja vezane za dnevnu varijaciju utjecaja trenja u graničnom sloju koji je obično izraženiji tijekom dana nego noći pa su niske mlazne struje izraženije noću nego danju.

3.4 Barički cirkulacijski sustavi

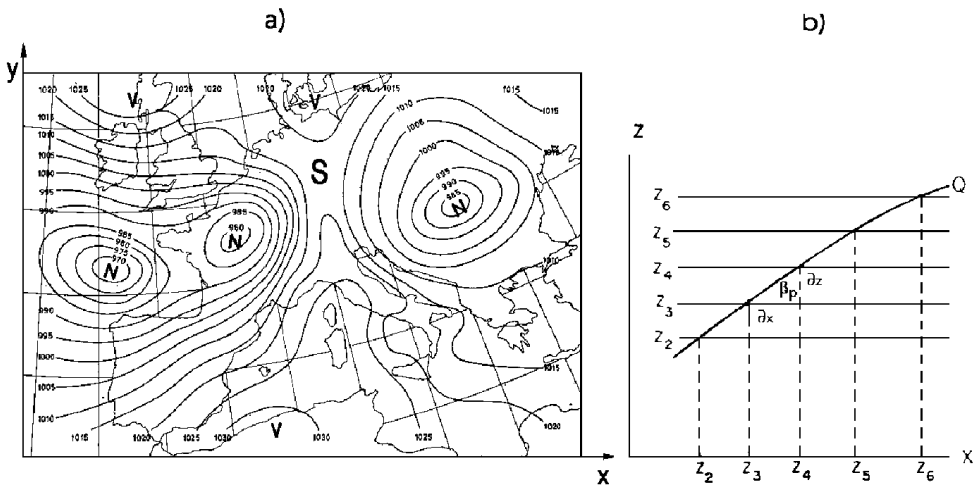
Pod *baričkim cirkulacijskim sustavima* podrazumijevaju se specifični oblici unutar polja tlaka zraka koji su popraćeni odgovarajućim zračnim strujanjem. Posljedica tog strujanja su i ostale posebnosti koje se očituju kroz elemente vremena: *naoblaku, oborine, grmljavinu* itd. Oni su, pored opisanih atmosferskih fronti, odlučujući čimbenik u kreiranju lokalnog vremena. Tako je tlak zraka i njegova raspodjela, kako u prošlosti tako i danas, ključni parametar u dijagnozi i prognozi vremena.

3.4.1 Uobičajeni način prikaza polja tlaka zraka

Polje tlaka zraka najčešće se analizira na dva načina: prikazom njegove raspodjele na *plohama konstantne visine* ili *visinama izobarne plohe*. Obično se prva metoda koristi za analizu tlaka na morskoj razini, dok se na visini analiziraju topografije izobarnih ploha. Vertikalni presjeci izobarnih ploha se rijetko koriste, jer su nagibi izobarnih ploha mali u odnosu na horizontalu (vidi Saucier, 1955).

Razdioba vrijednosti polja tlaka zraka prikazuje se pomoću *izopleta*, tj. *izobara* ili *izohipsa*, ovisno o tome je li riječ o prvom ili drugom gore spomenutom načinu prikaza. Izobare (izohipse) valovitog oblika (otvoreni oblici) mogu opasivati čitavu Zemlju na određenom širinskom pojasu ili biti zatvoreni na manjem prostoru od globalnog (zatvoreni oblici). Najpoznatiji zatvoreni oblici u polju tlaka na prvom prikazu, koje obično prate *ciklone* i *anticiklone* (određenija

definicija navest će se kasnije), formiraju se oko *stacionarnih točaka*¹⁶ s obzirom na tlak zraka (prva derivacija tlaka po horizontalnim koordinatama iščezava) odnosno *singularnih točaka* u polju strujanja (smjer vjetera je u tim točkama neodređen tj. prva derivacija smjera vjetera po horizontalnim koordinatama ne postoji; vidi Huschke, 1986). U ovom slučaju stacionarne točke su i lokalni ekstremi u polju tlaka tj. minimumi odnosno maksimumi u tom polju. Stacionarna točka s minimalnim tlakom označava se s *N* (Nizak; eng. L - Low; njem. T - Tief), a ona s maksimalnim tlakom označava se s *V* (Visok; eng. H - High; njem. H - Hoch). Treba spomenuti da postoje stacionarne točke unutar polja tlaka koje nisu ekstremi (vidi Dodatak E), a koje su u sastavu tzv. *sedla* (eng. saddle) i označavaju se sa *S*. Primjeri navedenih oblika prikazani su na slici 3.23a, dok je na slici 3.23b prikazano polje tlaka na vertikalnom presjeku (x i y su osi Kartezijevog koordinatnog sustava u horizontalnoj ravnini, a z u vertikalnom smjeru).



Slika 3.23 Analiza polja tlaka: a) u horizontalnoj ravnini i b) na vertikalnom presjeku (Radinović, 1969; str. 23 i Saucier, 1955; str. 104).

¹⁶ Pojam stacionarnosti je u širokoj uporabi u meteorologiji. Kaže se tako da je neki atmosferski sustav stacionaran ili kvazistacionaran ako ne mijenja ili zanemarivo malo mijenja svoj položaj u prostoru kao i da je atmosfersko strujanje stacionarno ako ne mijenja oblik kroz vrijeme. Vremenski niz meteoroloških podataka je stacionaran ako njegova statistička svojstva ne ovise o razdoblju iz kojeg je uzet uzorak za njihovu procjenu. Očigledno pojam stacionarnosti je vezan za vrijeme kao nezavisnu varijablu odnosno za slučaj kada lokalna derivacija zavisne varijable po vremenu iščezava. Međutim, naziv *stacionarna točka* prihvaćen je u matematici za one točke u kojima derivacija zavisne varijable iščezava uključujući i derivacije po prostornim nezavisnim varijablama (vidi Dodatak E i Kurepa, 1975).

Središte ciklone karakterizirano je uvjetima

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} > 0, \text{ i } \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} > 0, \quad (3.47)$$

a središte anticiklone

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} < 0, \text{ i } \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} < 0. \quad (3.48)$$

Za sedlo pak, vrijedi

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} < 0, \text{ ali } \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} > 0. \quad (3.49)$$

Na vertikalnom presjeku u x - z ravnini, međutim, može se promatrati nagib izobarne plohe dan relacijom

$$\operatorname{tg} \beta_p = \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_p, \quad (3.50)$$

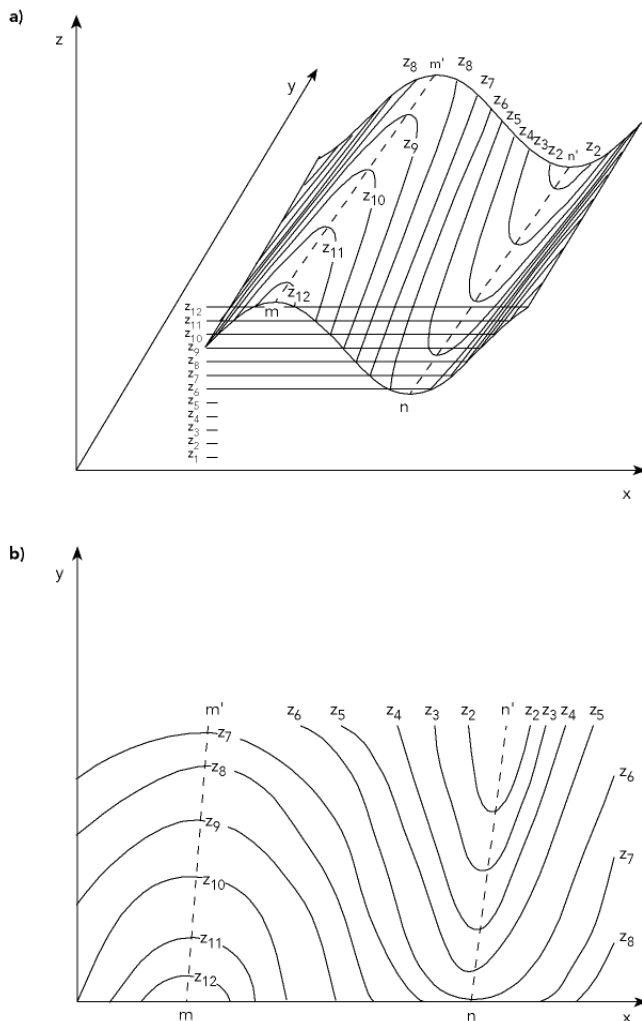
gdje je ∂z prirast visinske razlike na izobarnoj plohi, a ∂x odgovarajući prirast duž x osi. Nagib izobarne plohe je, kako pokazuju istraživanja, vrlo mali, pa ovaj način nije pogodan za analizu polja tlaka na vertikalnom presjeku kao što je već spomenuto. Za takva istraživanja postoje alternativne metode, koje imaju manje-više samo povijesno značenje, pa se u to ovdje neće ulaziti (vidi Saucier, 1955).

Ako se polje tlaka analizira pomoću visina izobarnih ploha, matematički opis atmosferskih procesa postaje spretniji, osobito zato jer jednadžbe gibanja poprimaju jednostavniji oblik¹⁷. U protivnom bi se u tim jednadžbama, zbog blagog nagiba geopotencijalnih ploha prema polovima, pojavili dodatni članovi, što nije poželjno (vidi Haltiner i Martin, 1957 ili Holton, 1979). Kako se visine izobarnih ploha izražavaju obično u jedinicama geopotencijala (na primjer, u geopotencijalnim metrima) može se govoriti o vrijednostima polja geopotencijala na njima.

¹⁷ To pojednostavljenje prvenstveno je vezano za jednostavniji prikaz sile gradijenta tlaka zraka. Naime, vrijedi jednakost $\frac{1}{\rho} \nabla_z p = g \nabla_p z = 9.8 \nabla_p Z = \nabla_p \Phi$, gdje je ρ gustoća zraka, p tlak zraka, $\Phi (=g z)$ geopotencijal, g

akceleracija sile teže, z geometrijska i $Z (= \Phi / 9.8)$ geopotencijalna visina izobarne plohe izražena u geopotencijalnim metrima (vidi Dodatak A). Dakle, nelinearni prikaz sile gradijenta tlaka zamijenjen je linearnim (vidi Haltiner i Martin, 1957; Wallace i Hobbs, 1977).

U razdiobi geopotencijalnih visina izobarnih ploha postoje također karakteristične točke, linije i oblici. Za njih vrijede analogni uvjeti izloženi prethodno za razdiobu tlaka na plohi konstantne visine. Međutim, prema većim visinama sve su češći oblici otvorenog tipa, tj. doline (eng. trough) i grebeni (eng. ridge), nego zatvoreni koji prate *visinske* ciklone i anticiklone. Analog središta zatvorenih sustava su *osi* dolina i grebena. Trodimenzijalni i dvodimenzijalni prikaz grebena i dolina dan je na slici 3.24.



Slika 3.24 Shema dolina i grebena u trodimenzijalnom (a) i dvodimenzijalnom prikazu (b). S oznakama z_1, z_2, \dots, z_{12} su označene izohipse izobarnih ploha, a s dužinama mm' i nn' osi grebena odnosno doline (Radinović, 1969; str. 25).

3.4.2 Definicija i intenzitet ciklona i anticiklona

Na poteškoće u vezi poimanja ciklone već je ukazano u potpoglavlju 1.1. Nažalost, one nisu u potpunosti otklonjene sve do danas. Nešto je manja raznolikost poimanja anticiklone, kao neke vrsti antipoda cikloni. Na navedeno utječu mnogi čimbenici: povijesni, geografski, jezični itd.

Djelomično kao posljedica nabrojanih oblika u polju tlaka, javljaju se vrtložna područja u polju vjetra. Ona mogu biti različitih dimenzija, ovisno o geografskom položaju. Kao mjera za horizontalno vrtložno gibanje može poslužiti vertikalna komponenta rotacije (vrtložnost) ζ izražena relacijom

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (3.51)$$

gdje su u i v komponente vektora vjetra (vidi Dodatak G). Po definiciji, vrtložnost je na sjevernoj polutki pozitivna ako je rotacijska komponenta vrtloga u smjeru suprotnom od kazaljke na satu, a negativna ako je ta komponenta strujanja u smjeru kazaljke na satu. Na južnoj polutki za isti tip rotacije predznaci su suprotni. U ovom udžbeniku većina analiza odnosi se na sjevernu Zemljinu polutku.

Sada se može prijeći na definicije ciklone i anticiklone. *Ciklona* je zračni vrtlog srednjih (mezo) ili sinoptičkih razmjera oko središta niskog tlaka s pozitivnom vrtložnošću. *Anticiklona* je zračni vrtlog srednjih ili sinoptičkih razmjera oko središta visokog tlaka s negativnom vrtložnošću.

U anglosaksonskoj literaturi, razlikuju se izvantropske ciklone (srednjih ili sinoptičkih razmjera) od tropskih koje su srednjih razmjera (horizontalne dimenzije manje od 1000 km). Kako su procesi u tropskim vrtlozima intenzivniji, u nekim jezicima, kao što je hrvatski, oni se imenuju terminom *ciklon*, koji je muškog roda. Katkad se za istu pojavu rabi naziv *tropski ciklon*. Treba međutim naglasiti da su uvjeti nastanka i održanja tropskih i izvantropskih vrtloga s pozitivnom vrtložnošću veoma različiti, pa je i to jedan od razloga ove podjele. Naime, kao što će se detaljnije izložiti kasnije, ciklone u većini slučajeva prate frontalni sustavi (asimetrični topli i hladni sektori), dok to nije slučaj s tropskim ciklonima. Osim navedenih, postoje i vrtlozi subsinoptičkih razmjera, kao što su: tornada (eng. tornado), vodna pijavica (eng. waterspout) ili prašinski vrtlog (eng. dust devil). Iako su i oni praćeni niskim tlakom u središtu, nisu nužno "*ciklonalnog*" smjera, što do sada nije u potpunosti objašnjeno (vidi Houghton, 1985). U ovoj knjizi uglavnom će biti razmatrani vrtlozi sinoptičkih razmjera u izvantropskim širinama tj. ciklone i anticiklone.

Vrtložnost, kao mjeru intenziteta zračnog vrloga, prvi je iskoristio *Sutcliffe* u teoriji ciklogeneze, koja će biti opisana nešto kasnije. Zanimljivo je da je

vtložnost iz (3.51) proporcionalna tradicionalnoj mjeri intenziteta ciklone koja je izražena relacijom

$$I = \nabla_z^2 p, \quad (3.52)$$

odražavajući raspored izobara u polju tlaka. Gornja konstatacija proizilazi iz definicije vrtložnosti (vidi Dodatak G) koja se uz pretpostavku *geostrofičnosti* približno izražava preko razdiobe tlaka tj.

$$\zeta_g \approx \frac{1}{f\rho} \nabla_z^2 p, \quad (3.53)$$

uz uvjet da se horizontalne promjene faktora $1/\rho f$ mogu zanemariti (vidi Zverev, 1977).

Katkad se koriste i druga obilježja za ocjenu "intenziteta" ciklona i anticiklona, kao što je iznos tlaka zraka u njihovom centru. Tako, povremeno se u praksi rabe izrazi kao što su *plitka* i *duboka* ciklona, *produblјavanje* ili *popunjavanje* ciklone itd. Može se još napomenuti da se u različitim oblicima mogu pojaviti centri sniženog (depresija) ili povišenog (kompresija) tlaka zraka koji nemaju razvijeno vrtloženje, pa se ne mogu svrstati niti u jednu gore navedenu skupinu.

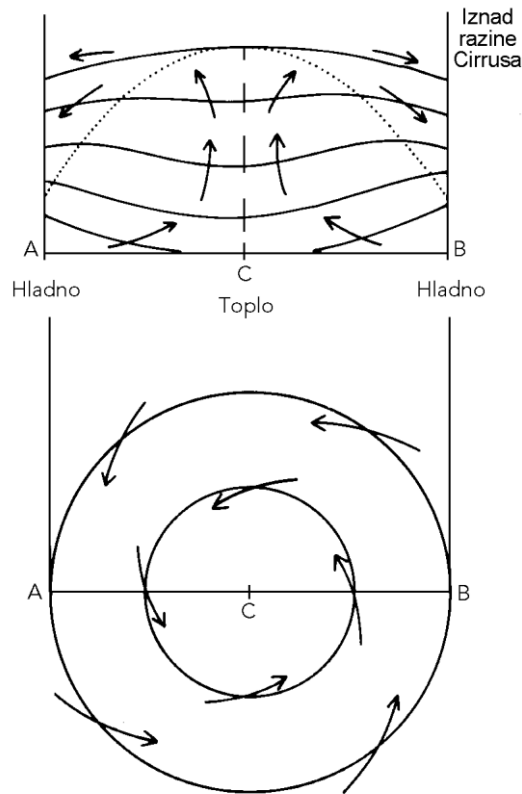
3.4.3 Klasične teorije razvoja ciklona (ciklogeneza)

Podjela teorija razvoja ciklona (ciklogeneze) na klasične i suvremene je uglavnom kronološkog karaktera. Naime, u prvu grupu svrstane su teorije koje su bile dominantne u 19. i u prvoj polovini 20. stoljeća. One se dakle odnose na predinformatičko razdoblje s nedostatnim visinskim mjerenjima. Bez obzira na to mnoga saznanja iz tog doba jednako su vrijedna suvremenima, čak štoviše nerijetko su i njihov temelj.

3.4.3.1 Termalna teorija ciklona

Pod *termalnom teorijom ciklona* najprije se podrazumijevala tzv. konvektivna teorija, koja objašnjava formiranje i održanje ciklonalnog sustava na osnovi termodinamičkih procesa vezanih za dizanje toplog zraka i kondenzaciju vodene pare. Prve principe ove teorije daje američki znanstvenik *James Pollard Espy*

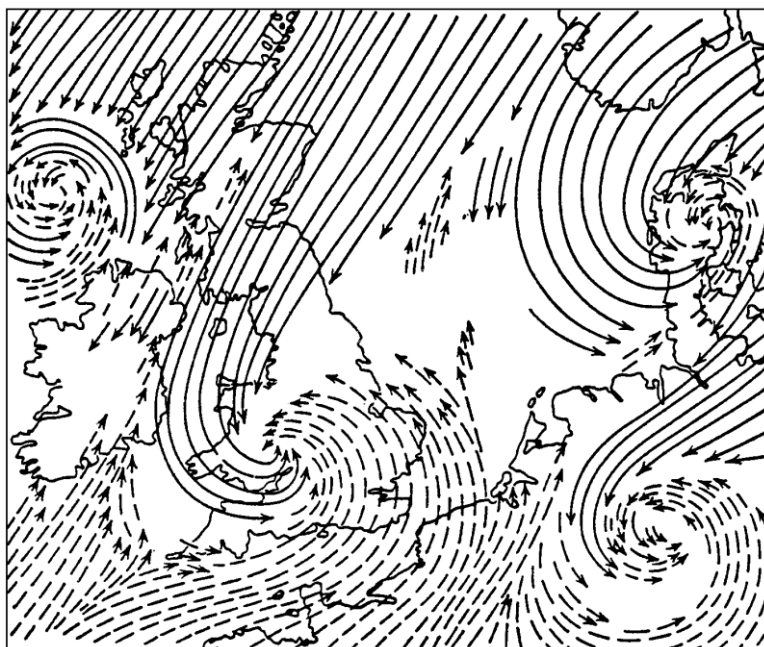
(1785-1860). Njegova tumačenja podvrgnuta su empirijskim istraživanjima tek nekoliko desetljeća kasnije tj. 1860-tih odnosno 1870-tih godina, zahvaljujući intenzivnijim motrenjima (slika 3.25). Trodimenzijalna mjerenja iz 1880-tih pokazala su, međutim, da latentna toplina kondenzacije nije dovoljna za održanje ciklonalnog sustava.



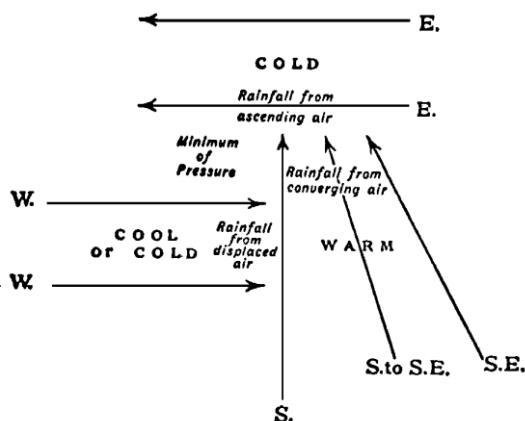
Slika 3.25 Shematska ilustracija termalne teorije (modela) ciklone (1860-tih i 1870-tih godina). Horizontalni (dolje) i vertikalni (gore) presjek; posljednji uzet duž spojnice AB koja prolazi središtem ciklone C. Pune crte su izobare, a strelice označavaju smjer strujanja. Crtkana linija predstavlja vertikalnu os ciklone, duž koje je zrak najtopliji i vertikalni razmak izobara najveći. Cirkulacija je ciklonalna ispod točkaste linije i anticiklonalna iznad nje. Termodinamički procesi povezani s dizanjem toplog i vlažnog zraka i kondenzaciju vodene pare, prema termalnoj teoriji iniciraju i održavaju ciklonalnu cirkulaciju (Kutzbach, 1998; str. 92).

S druge strane, usporedo "izvornoj" termalnoj teoriji, postojalo je tumačenje ciklonalnog vrtloga kao posljedice "sukoba" dviju zračnih masa, koje je međutim zanemarivalo pretvorbu termalne energije u mehaničku i obrnuto. Ilustrativan primjer takvog shvaćanja je *konceptualni* model Fitzroya iz 1963. godine koji je prikazan na slici 3.26. Ovaj način shvaćanja ciklonalnog vrtloga potiče na zaključak da je drugi izvor topline koja pristiže u ciklonu upravo horizontalna advekcija toplijeg zraka obično na prednjoj strani ciklone. Na taj način dolazi do termičke asimetrije unutar ciklonalnog sustava koju su identificirala empirijska istraživanja. Štoviše, termalni gradijenti uvjetuju promjenu geostrofičkog vjeta po visini (Ferell, 1878), odnosno *sekundarnu cirkulaciju* prema V. Bjerknesovom cirkulacijskom teoremu iz 1897. godine (vidi Dodatak F). Ukratko, prema ovome, područje mogućeg nastajanja ciklone je baroklina zona, što će biti pokazano kasnije.

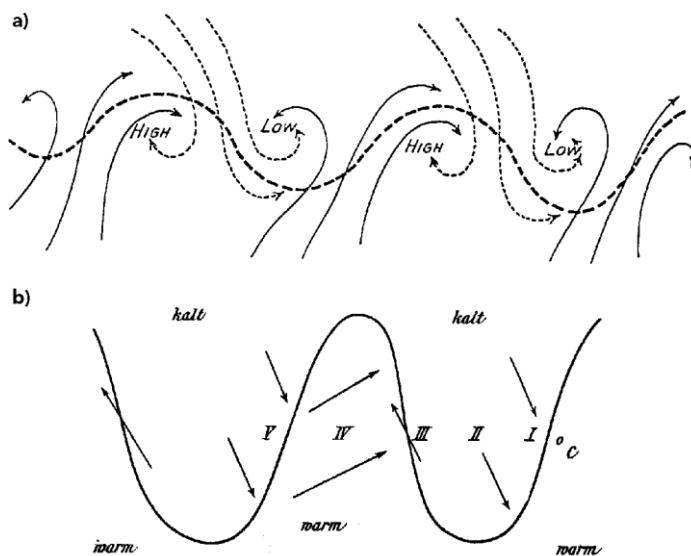
Konačno, Margules (1906) upozorava na važnost ploha diskontinuiteta (frontalnih ploha) za pretvorbu potencijalne energije termičkih kontrasta u kinetičku. Pri tome ukazuje na razliku između pokretnih i stacionarnih ciklona, tj. na faze njenog životnog ciklusa. Na takvu mogućnost ukazuju i empirijska



Slika 3.26 Fitzroyev model ciklone iz 1863. godine koji ilustrira susret polarnih i tropskih struja. Vjerojatno je to shematska ilustracija "oluje" od 26. listopada 1859. godine koja je uzrok uništenja britanskog plovila "Royal Charter" (Kurz, 1998; str. 92).



Slika 3.27 Shawov model ciklone iz *Forecasting Weather* (1911). Ova shema temelji se na mnogobrojnim analizama prizemnih sinoptičkih situacija. Strelice označavaju smjer strujanja s uobičajenim oznakama za njega. Opis slike je na engleskom jeziku kao izvorniku (cool = studen, cold=hladan; warm=topao; rainfall=oborine; pressure = tlak, air = zrak, from = iz, displaced = istisnut, ascending = uspinjući, converging = konvergirajući, minimum = minimum), (Kutzbach, 1979; str. 183).

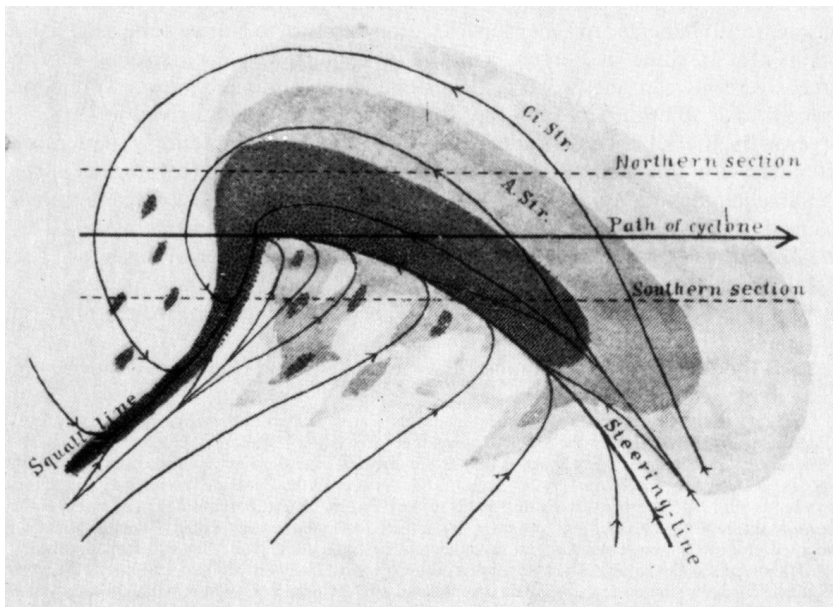


Slika 3.28 Valni karakter atmosferskih strujanja i razdiobe rubova zračnih masa: a) Bigelowov model strujanja u ciklonama i anticiklonama (iz *Mon. Wea. Rev.*, 1902). Tople struje su prikazane punim crtama sa strelicama, a hladne isprekidanim. Puna isprekidana crta označava sinusoidalno strujanje na visini od oko 7620 m (3000 in). Opis slike je na engleskom jeziku kao izvorniku (High=visok; Low=nizak); b) Fickerov model prolaska toplih i hladnih valova preko područja sjeverne Azije (iz *Sitzber. Ak. Wien.*, 1911). Granica između toplog i hladnog zraka predstavljena je izotermom (debeli crta). Strujanje je anticiklonalno u hladnom području, a ciklonalno na granici "jezika" hladnog i toplog zraka. Rimski brojevi označavaju slijed prolazaka hladnih i toplih sektora vala na jednoj meteorološkoj postaji. Opis slike je na njemačkom jeziku kao izvorniku (kalt=hladan; warm=topao), (Kutzbach, 1979; str. 175-a i 205 -b).

istraživanja Shawa i Lempferta (1906). Njihov model ciklone (poznat kao Shawov model) prikazan na slici 3.27 približava se po izgledu tzv. frontalnom modelu ciklone *Bergenske škole*, koji će biti opisan u slijedećem potpoglavlju. U prilog modelu te škole svakako idu rezultati američkog meteorologa Bigelowa (1903) i austrijskog meteorologa Fickera (1911), koji ukazuju na valoviti karakter smjene niskog i visokog tlaka, odgovarajućeg polja vjetra te "jezika" toplog i hladnog zraka koji su sastavnica ciklonalnog vrtloga (slika 3.28).

3.4.3.2 Ciklogeneza kao valni poremećaj na fronti

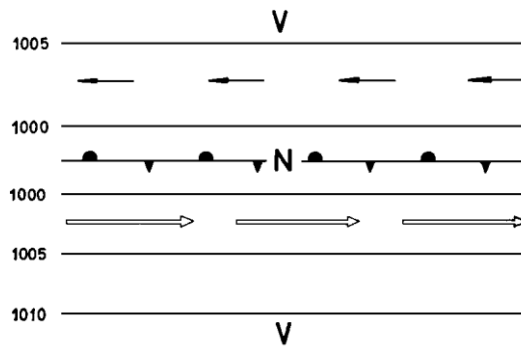
Na valoviti karakter atmosfere cirkulacije ukazano je već u prethodnom potpoglavlju. Takav način promatranja usvojen je i u okviru *Bergenske škole*. Naime, *J. Bjerknes* (1919), zajedno s definiranjem atmosfere fronti, definira frontalni konceptualni model ciklone valnog karaktera, koji je postao kamen temeljac sinoptičke meteorologije desetljećima. Originalna shema tog modela prikazana je na slici 3.29.



Slika 3.29 Horizontalni presjek originalnog Bjerknesovog modela frontalne ciklone (iz "The structure of moving cyclones"; *Geofysiske Publikasjoner*, 1, 1919). Slika prikazuje strujnice i dvije konvergentne linije koje odvajaju "topli sektor" ciklone od "hladnog". Najtamnija područja označavaju najniže oblake dok svjetlija označavaju srednje i visoke oblake. Opis slike je na engleskom jeziku (path=staza; northern=sjeverni, section=presjek, southern=južni, squall line=linija maha, steering line=linija konvergencije). Vertikalni presjeci nisu prikazani, premda su na slici crtkano označeni njihovi položaji (vidi sliku 4.12), (Bjerknes, 1919; str. 4).

Nekoliko godina kasnije, 1922. godine, *J. Bjerknes* zajedno sa svojim također mladim kolegom *Solbergom* objavljuje proširenu teoriju frontalnog modela ciklone. Pri tome promatraju razvoj ciklone kao *val na polarnoj fronti* kroz nekoliko faza razvoja, uključujući i okluziju kao završnu fazu u životnom ciklusu ciklone.

Prema ovoj teoriji (izvantropske) ciklone razvijaju se na polarnoj fronti. Jedna od mogućnosti početne raspodjele tlaka i strujanja u blizini polarne fronte ilustrirana je na slici 3.30. Međutim, neporemećena situacija prikazana na toj slici nije postojana (vidi Radinović, 1969). Zbog trenja vjetar skreće prema fronti. Kako komponente vjetra koje su okomite na frontu nisu jednake dolazi do nejednolikog poremećaja (deformacije) na fronti. Tako se na njoj stvaraju valovi, pri čemu su jezici toplog zraka usmjereni prema sjeveru, a hladnog zraka prema jugu. Duljina ovih valova je u rasponu od nekoliko stotina do nekoliko tisuća kilometara. Kako su ovi valovi položeni u smjeru strujanja na visini, razvoj njihove amplitude ovisi o *hidrodinamičkoj stabilnosti atmosfere*¹⁸ (vidi Dodatak I). Ako je val stabilan (valovi kraći od 1000 km pri stabilnoj stratifikaciji zračnih masa) neće doći do intenzifikacije vala nego do povratka na prvobitni položaj. Ako je duljina vala na fronti velika (preko 1000 km), a nagib frontalne plohe prema horizontali relativno velik, postoje preduvjeti da se mali poremećaj na fronti pretvori u val velike amplitude (nestabilan val).

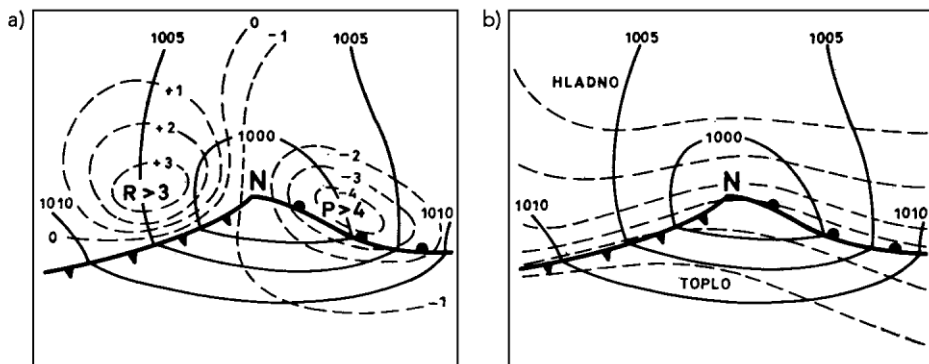


Slika 3.30 Stacionarna fronta u neporemećenom polju strujanja. U sredini je uobičajeni znak za stacionarnu frontu, izobare (svakih 5 hPa) označene su tankim crtama, istočno strujanje tanjim a zapadno debljim strelicama. Pretpostavlja se da je hladniji zrak sjeverno, a topliji južno od fronte (Radinović, 1969; str. 126).

¹⁸ Ako amplituda malog poremećaja (vala) u zonalnoj struji vremenom raste kaže se da je atmosfera *hidrodinamički nestabilna* (vidi Holton, 1979).

Takav, hidrodinamički nestabilan val, premješta se duž fronte u smjeru strujanja na visini, pri čemu se njegova amplituda povećava. Pri tome se na prednjem dijelu vala topli zrak diže iznad hladnog (topla fronta), praćen padom tlaka. Na zadnjem dijelu vala hladni zrak u vidu klina prodire ispod toplijeg (hladna fronta). Tlak se u tom dijelu povećava zbog povećanja stupca hladnijeg zraka (slika 3.31a). Tijekom vremena poremećaj zahvaća sve više slojeve atmosfere tako da već nakon prvog stadija, na primjer, izohipse na plohama AT 500 hPa i RT 500/1000 hPa poprimaju valovit oblik (slika 3.31b).

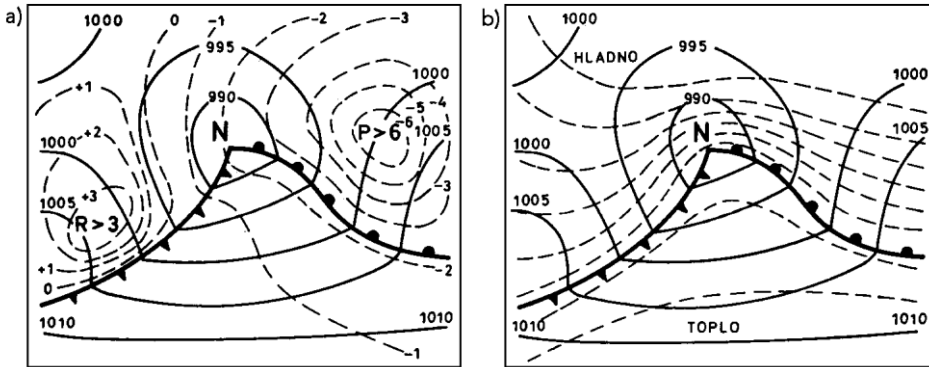
Prema valnoj teoriji, po prilici nakon jednog dana, nastupa tzv. stadij *mlade ciklone* koji je shematski prikazan na slici 3.32. Njegova bitna karakteristika je dobro razvijen topli sektor između tople i hladne fronte te dolina na relativnoj topografiji iza hladne fronte. Ciklona u ovom stadiju vrlo je slična *Bjerknesovom* modelu ciklone prikazanom na slici 3.29.



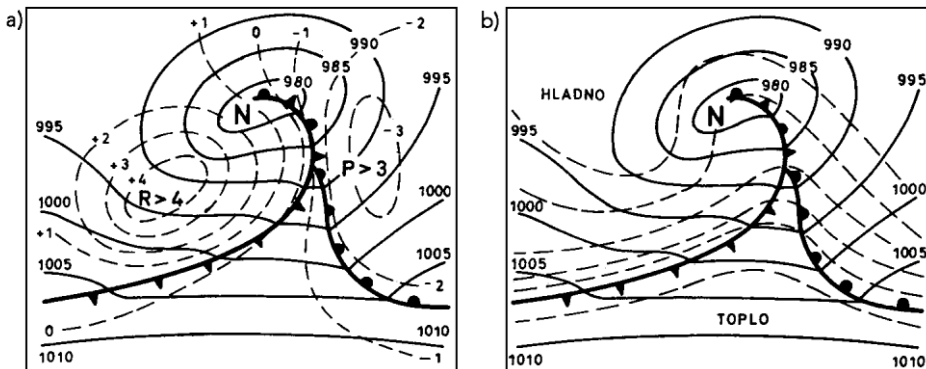
Slika 3.31 Shematski prikaz prvog stadija razvoja ciklone — val na fronti: a) pored fronti i izobara (hPa) prikazane su izalobare (linije iste promjene tlaka; hPa/3h) crtkanom linijom i b) crtkano označene pretpostavljene izohipse relativne topografije (na primjer 500/1000 hPa) uz fronte i izobare (Radinović, 1969; str. 126).

Treći stadij razvoja ciklone predstavlja stadij njene najveće razvijenosti (slika 3.33). U tom stadiju dolazi do zatvaranja izohipsi apsolutne topografije u donjoj troposferi. Zbog razlike u brzini gibanja fronti (hladne se gibaju brže), hladniji zrak počinje istiskivati topliji tj. počinje proces *okluzije* (lat. *occludere*=*zatvoriti*). Topli sektor se sve više sužava, a područje najvećih temperaturnih gradijenata premješta se iz središnjeg dijela prema periferiji ciklone u blizini fronti. U okludiranom dijelu ciklone nestaje termičke asimetrije i sve veće područje zauzima

istorodna zračna masa. Termička asimetrija je također sve više potisnuta prema periferiji i u visinu. Maksimum rasta tlaka pomiče se prema središtu ciklone, a oslabljeni maksimum pada tlaka odmiče prema njenoj periferiji.



Slika 3.32 Drugi stadij razvoja ciklone — mlada ciklona. Ostalo isto kao na slici 3.31 (Radinić, 1969; str. 127).

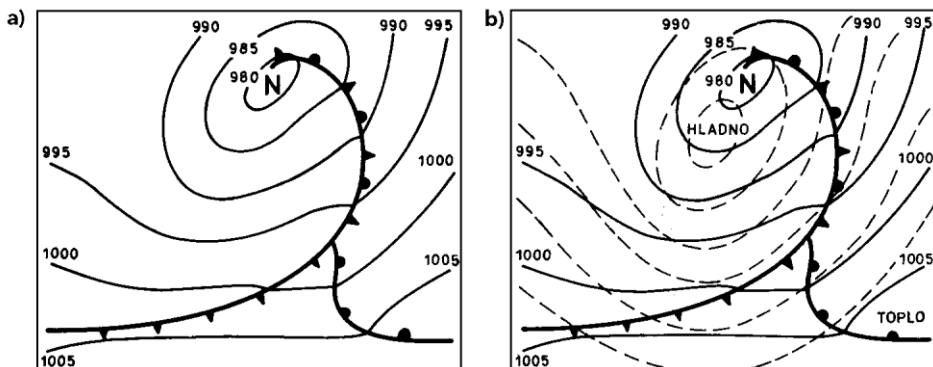


Slika 3.33 Treći stadij razvoja ciklone — stadij okludiranja. Ostalo kao na slici 3.31 (Radinić, 1969; str. 128).

Na slici 3.34 prikazan je četvrti, odnosno zadnji, stadij razvoja ciklone. U ovom stadiju hladni zrak je gotovo na cijelom području djelovanja ciklone. Centar ciklone se približno poklapa s centrom hladnog zraka. Na taj način ciklona postaje

termički simetričan sustav s hladnijim zrakom u većem dijelu troposfere. Ciklona u zadnjem stadiju razvoja predstavlja neku vrstu *kaplje hladnog zraka* u atmosferi. U tom stadiju dolazi do porasta tlaka na čitavom području ciklone, a zbog trenja do slabljenja cirkulacije i konačno do iščezavanja ciklonalnog vrtloga. Cijeli ciklus traje u prosjeku nekoliko dana.

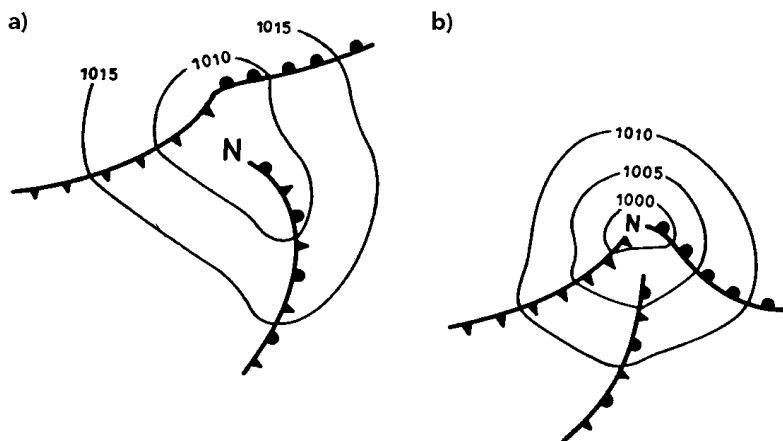
Iskustvo pokazuje da ciklone u četvrtom stadiju mogu ponovo početi jačati. Ta pojava naziva se *regeneracijom* ciklona. Ona je vezana uz povećanje termičke asimetrije unutar ciklone, što znači mogućnost pretvaranja termalne potencijalne energije u kinetičku. Do povećanja termičke asimetrije, tj. regeneracije ciklone, može doći na nekoliko načina.



Slika 3.34 Četvrti stadij razvoja ciklone — okludirana ciklona. Ostalo kao na slici 3.31 (Radinović, 1969; str. 128).

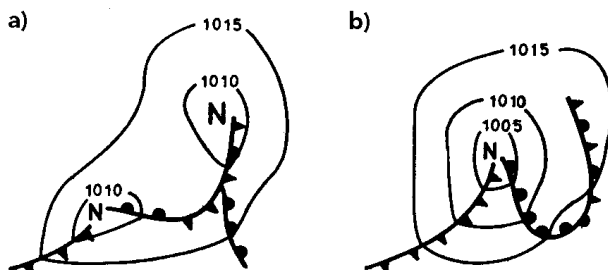
Tipičan primjer regeneracije ciklone je dolazak nove fronte u stari sustav. Tada, pod utjecajem postojeće cirkulacije, dolazi do deformacije frontalne plohe, tako da se formiraju dijelovi tople i hladne fronte (slika 3.35a). Stvaranje novog frontalnog vala je praćeno padom tlaka i tako otpočinje razvoj nove ciklone na području stare (slika 3.35b).

Regeneracija je intenzivnija što je nadolazeći hladni zrak hladniji od onog u staroj cikloni. U umjerenim širinama do ovakve pojave dolazi u slučaju kada arktička fronta, odnosno arktički zrak, prodire u područje ciklone.



Slika 3.35 Regeneracija ciklone dolaskom nove hladne fronte u područje stare ciklone: a) početna faza i b) razvijena faza (Radinović, 1969; str. 140).

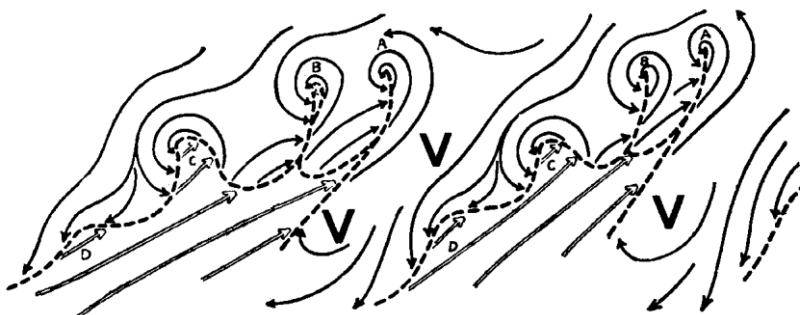
Drugi tip regeneracije predstavlja slučaj razvoja nove ciklone na dijelu hladne fronte stare ciklone (slika 3.36a). Ova nova ciklona obično se giba po hladnoj fronti u smjeru središta stare. Kad se ti centri susretnu dolazi do pada tlaka u središtu stare ciklone (slika 3.36b). Zbog novih zaliha potencijalne energije dolazi do intenzifikacije cirkulacije unutar sustava. Katkad se nova ciklona unutar stare naziva *sekundarnom*, bez obzira na uzroke njenog nastanka, a stara *primarnom*.



Slika 3.36 Regeneracija ciklone razvojem vala na hladnoj fronti: a) početna faza i b) razvijena faza (Radinović, 1979; str. 141).

Najzad, do regeneracije, odnosno ponovne intenzifikacije, ciklone može doći u slučaju kada ona dolazi u dodir s bitno različitom zračnom masom. Takav slučaj se događa tijekom zime kada se ciklona koja putuje Sjevernim Atlantikom približava znatno hladnijem europskom kopnu. Kada se ona dovoljno približi kopnu hladni zrak biva uvučen u cirkulaciju što ima za posljedicu njenu intenzifikaciju. Slične posljedice izaziva uvlačenje razmjerno toplijeg zraka s područja Sahare "hladnijim" ciklonama koje putuju Sredozemljem.

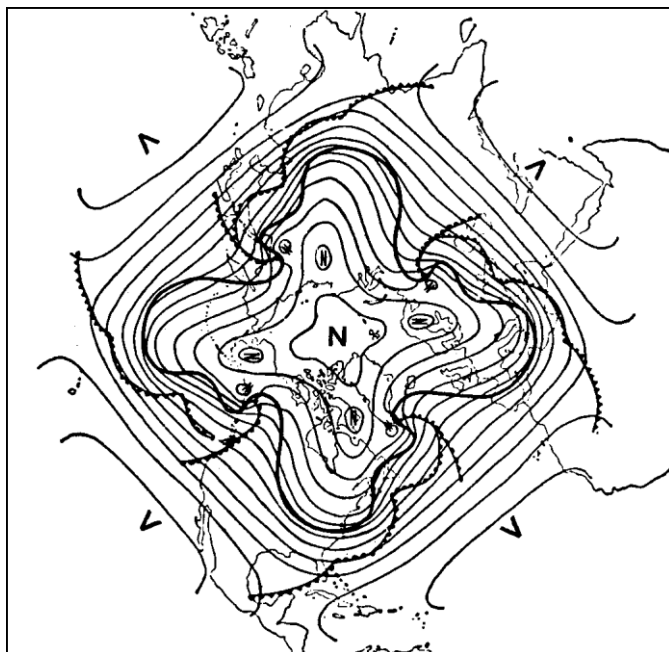
Konačno, kao što je već spomenuto u jednom od tipova regeneracije, na dijelu hladne fronte unutar postojećeg ciklonalnog sustava može doći do razvoja novog poremećaja (vala), odnosno razvoja nove ciklone. Ta nova ciklona je obično južnije od već postojeće. Taj proces se može ponoviti i nekoliko puta, pa nastaje serija od 3-5 ciklona, koja nosi naziv *familija ciklona* (slika 3.37). Ovu pojavu prvi je uočio još Fitzroy sredinom 19. stoljeća, da bi ju detaljnije istražili J. Bjerknes i Solberg šezdesetak godina kasnije. Prema njima, prolazak jedne familije ciklona iznad određenog mjesta traje 5-6 dana.



Slika 3.37 Model ciklonske serije po J. Bjerknesu i Solbergu. Crtkane linije predstavljaju fronte, pune tanke linije sa strelicom označavaju prodor hladnog, a dvostruke toplog zraka (Bjerknes i Solberg, 1922; str.13).

Kasnije je pokazano da su serije ciklona usko vezane s baroklinom nestabilnošću zonalne struje i frontalne plohe u umjerenim širinama. Tu vezu najbolje izražava Palmen (1951), svojim shematskim prikazom izloženim na slici 3.38. Sa slike je vidljivo da manji valovi na visini odgovaraju pojedinim ciklonama iz familije, dok jedan dugi val odgovara cijeloj familiji. U zadnjem dijelu dugog vala postoje uvjeti za razvoj anticiklone, koja prekida familiju ciklona. Takva anticiklona naziva se pratećom anticiklonom. Treba naglasiti da je prikaz na navedenoj slici idealiziran, jer u stvarnosti jači razvoj jedne od ciklona u seriji

može narušiti opću sliku familije. O povezanosti visinskih valova i prizemnih sustava bit će još govora kasnije, i to s analitičkog aspekta.



Slika 3.38 Model odnosa familija ciklona i visinskih valova. Tanke crte predstavljaju izohipse, debljom crtom označen je prosječni visinski val, a nazubljena debela crta predstavlja prizemne fronte (Palmen, 1951, str. 606)

Iako opisana teorija ciklogeneze na fronti ima svoju potvrdu, jer su takvi slučajevi česti, postoji nekoliko teorija ciklogeneze koje objašnjavaju nastanak ciklona i u područjima gdje početno nema fronte. Neke od njih bit će izložene u slijedećim potpoglavljima.

3.4.3.3 Sutcliffeova teorija razvoja ciklona

Kako vertikalna komponenta rotacije vektorskog polja strujanja (vrtložnost), definirana jedn. (3.51), označava "intenzitet" horizontalnog kvazikružnog gibanja, može se upotrijebiti kao mjera "intenziteta" ciklone, kao što je već rečeno, a njena

vremenska promjena kao mjera razvoja ciklone. Takvo razmišljanje slijedio je Sutcliffe (1947) pa prema njemu ova teorija razvoja nosi naziv. On polazi od pojednostavljene kvazigeostrofičke aproksimacije¹⁹ jednadžbe vrtložnosti u izobarnom sustavu tj.

$$\frac{d(\zeta_g + f)}{dt} = \frac{\partial \zeta_g}{\partial t} + \mathbf{V}_g \cdot \nabla_p (\zeta_g + f) = -f \nabla_p \cdot \mathbf{V}, \quad (3.54)$$

gdje \mathbf{V} označava horizontalnu komponentu strujanja (najčešće deklariranom kao vjetar), a f je Coriolisov parametar. Jedn. (3.54) je za sinoptičku ljestvicu dobra aproksimacija kompletne jednadžbe vrtložnosti koja ja izložena u mnogim dostupnim udžbenicima iz meteorologije (vidi Holton, 1979; Bluestein, 1992). Kompletna jednadžba vrtložnosti bit će razmatrana i u udžbeniku za prognozu vremena. Gornja se jednadžba može primijeniti na dva nivoa, na primjer izobarne plohe 500 i 1000 hPa, te načiniti razlika, tako da je

$$(\nabla_p \cdot \mathbf{V} - \nabla_p \cdot \mathbf{V}_0) = -\mathbf{V}_g \cdot \nabla_p (\zeta_g + f) + \mathbf{V}_{g_0} \cdot \nabla_p (\zeta_{g_0} + f) - \frac{\partial}{\partial t} (\zeta_g - \zeta_{g_0}), \quad (3.55)$$

gdje indeks o označava izobarnu plohu 1000 hPa, a veličine bez indeksa odnose se na plohu 500 hPa. Primjenom geostrofičke aproksimacije, koja se odnosi samo na desnu stranu jedn. (3.55), slijedi da je

$$\zeta_g = f^{-1} \nabla_p^2 \Phi \approx gf^{-1} \nabla_p^2 z \text{ i } \zeta_{g_0} = f^{-1} \nabla_p^2 \Phi_0 \approx gf^{-1} \nabla_p^2 z_0,$$

gdje su ϕ i ϕ_0 geopotencijalne, a z i z_0 geometrijske visine izobarnih ploha, te

$$-\frac{\partial}{\partial t} (\zeta_g - \zeta_{g_0}) = -\frac{g}{f} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla_p^2 z - \nabla_p^2 z_0) = -\frac{g}{f} \nabla_p^2 \frac{\partial h}{\partial t}. \quad (3.56)$$

Ovdje je $h = z - z_0$ debljina RT 500/1000 hPa. Uz pretpostavku da se relativne visine mijenjaju samo zbog advekcije slijedi

¹⁹ Kvazigeostrofička aproksimacija znači da se u dijagnostičkim jednadžbama vjetar aproksimira geostrofičkim, najčešće samo u pojedinim članovima, dok se u nekima zadržava s ageostrofičkom komponentom. Najčešće se ta komponenta vjetra zadržava u divergentnom članu kao što to je učinio i Sutcliffe u svojoj teoriji razvoja, jer je divergencija geostrofičkog vjetra iščezava (vidi Pedlosky, 1987; Bluestein, 1992).

$$\frac{\partial h}{\partial \alpha} = -\mathbf{V}_g \cdot \nabla_p h, \quad (3.57)$$

gdje je ovdje \mathbf{V}_g geostrofički vjetar na gornjem nivou. Uzevši ovo u obzir, kao i jedn. (3.56), dobivamo²⁰

$$gf^{-1}\nabla_p^2(\mathbf{V}_g \cdot \nabla_p h) = \mathbf{V}_{g0} \cdot \nabla_p \zeta_g - \mathbf{V}_g \cdot \nabla_p \zeta_{g0}. \quad (3.58)$$

Zamjenom ovog rezultata u jedn. (3.55) slijedi

$$\nabla_p \cdot (\mathbf{V} - \mathbf{V}_0) = -f^{-1}\mathbf{V}_T \cdot \nabla(\zeta_g + \zeta_{g0} + f) = -f^{-1}V_T \frac{\partial}{\partial s}(\zeta_g + \zeta_{g0} + f), \quad (3.59)$$

gdje je $\mathbf{V}_T = \mathbf{V}_g - \mathbf{V}_{g0}$ termalni vjetar, a s koordinatna os u smjeru izohipse debljine RT 500/1000 hPa. Nadalje, zamjenom ζ_g s $\zeta_{g0} + \zeta_T$, gdje je $\zeta_T = gf^{-1}\nabla_p^2 h$ vrtložnost termalnog vjetra, jedn. (3.59) može biti preoblikovana u formu

$$-\nabla_p \cdot \mathbf{V}_0 \approx -\frac{2}{f}V_T \frac{\partial \zeta_{g0}}{\partial s} - \frac{V_T}{f} \frac{\partial \zeta_T}{\partial s} - \frac{V_T}{f} \frac{\partial f}{\partial s}, \quad (3.60)$$

kako je $\nabla_p \cdot \mathbf{V} \approx 0$, tj. približno bezdivergentno stanje, na razini plohe 500 hPa. Nadalje, kako zbog zatvorenosti prizemnih sustava, uz pretpostavku geostrofičke aproksimacije, vrijedi $\mathbf{V}_{g0} \cdot \nabla_p(\zeta_{g0} + f) \approx 0$ (vidi sliku 3.39), iz jedn. (3.54), primjenjene na plohu 1000 hPa i (3.60) slijedi

$$\frac{\partial \zeta_{g0}}{\partial \alpha} \approx \underbrace{-2V_T \frac{\partial \zeta_{g0}}{\partial s}}_{(A)} - \underbrace{V_T \frac{\partial \zeta_T}{\partial s}}_{(B)} - \underbrace{V_T \frac{\partial f}{\partial s}}_{(C)}. \quad (3.61)$$

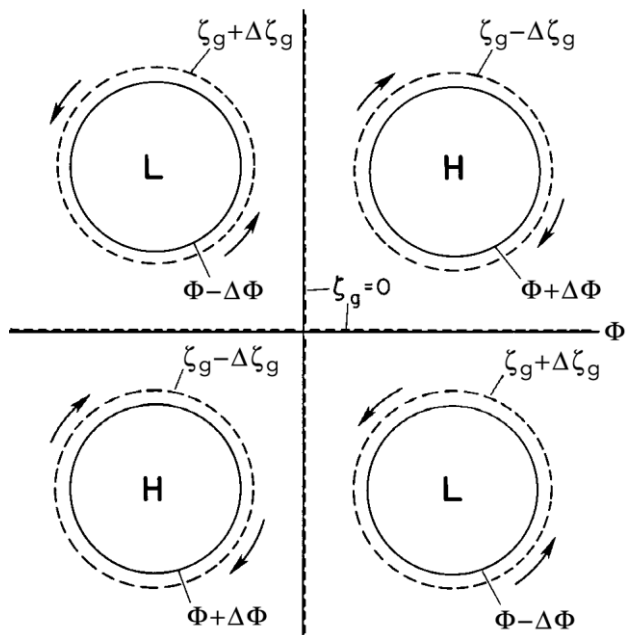
²⁰ Za dokaz jedn. (3.58) koriste se dvije relacije za Jakobijan:

$$J(F_1, F_2) = \frac{\partial F_1}{\partial x} \frac{\partial F_2}{\partial y} - \frac{\partial F_1}{\partial y} \frac{\partial F_2}{\partial x} \quad \text{i} \quad \nabla^2 J(F_1, F_2) \approx J(F_1, \nabla^2 F_2) - J(F_2, \nabla^2 F_1),$$

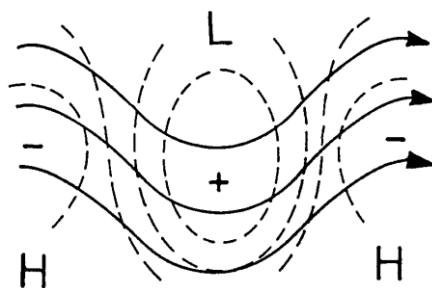
gdje su $F_1(x, y)$ i $F_2(x, y)$ dvije proizvoljne funkcije od x i y .

Dakle, pozitivna vrijednost na desnoj strani jedn. (3.61), koja je inače izražena preko iste strane jedn. (3.60), proizvodit će povećanje pozitivne vrtložnosti, odnosno ciklogenezu. Obrnuti predznak izazivat će suprotni efekt, tj. ciklolizu.

Prvi član na desnoj strani jedn. (3.60), koji je označen s (A), zove se "član termalnog upravljanja", drugi označen s (B) "član termalne vrtložnosti" i treći s oznakom (C) "širinski član". Kako je u centru (kružne) ciklone $\partial \zeta_{g0} / \partial s = 0$, tj. ζ_{g0} je maksimalan (slika 3.39), u smjeru termalnog vjetra bit će negativan gradijent vrtložnosti, što će proizvoditi ciklogenezu, a u suprotnom smjeru doći će do pojave ciklolize. Drugi član proizvodit će ciklogenezu ispred osi doline RT 500/1000 hPa, jer je maksimalna termalna vrtložnost u području osi (osno-simetrične) doline (slika 3.40). Širinski član djeluje ciklogenetički iza, a ciklolitički ispred doline RT 500/1000 hPa, ali je općenito njegov doprinos manji od doprinosa druga dva člana.



Slika 3.39 Idealizirani primjer razdiobe AT 1000 hPa (pune linije) i geostrofičke relativne vrtložnosti (crtkane linije). Sa L i H označeni su singulariteti u polju visina navedene plohe (L-minimum, H-maksimum). Zakrivljene strelice predstavljaju strujnice. Pretpostavka je da navedeni singulariteti približno koincidiraju s centrima "prizemnih" ciklona odnosno anticiklona. Izoplete geostrofičke vrtložnosti paralelne su izohipsama tj. s geostrofičkim vjetrom (Bluestein, 1992 (Vol. I); str. 304).



Slika 3.40 Shematski prikaz razdioba termalne vrtložnosti (crtkane linije) u polju RT 500/1000 hPa (pune linije). Oznaka *L* je na području osi doline, a *H* grebena promatrane razdiobe relativne topografije. (Kurz, 1998; str. 114)

Član "*termalnog upravljanja*" dominantan je nad članom "*termalne vrtložnosti*" samo u slučaju mlade ciklone, kada su izohipse relativne topografije pravocrtne i na jednakoj udaljenosti. To znači da će termalno upravljanje biti najizrazitije kod baričkih sustava koji su vertikalno nerazvijeni, kao što su mlade ciklone.

U razvijenijoj fazi ciklone, kada je troposfersko termalno polje valnog oblika, član "*termalne vrtložnosti*" postaje dominantan nad ostala dva. Deformacije u navedenom termalnom polju mogu biti potencirane nailaskom termalnog vala na drukčiju podlogu (kopno-more) ili planinsku prepreku. Za detaljniju analizu ovog člana, za nesimetričnu dolinu (greben) u polju relativne topografije, pogodno je predstaviti termalnu vrtložnost u prirodnom koordinatnom sustavu, tj.

$$\zeta_T = KV_T - \frac{\partial \mathcal{V}_T}{\partial n}, \quad (3.62)$$

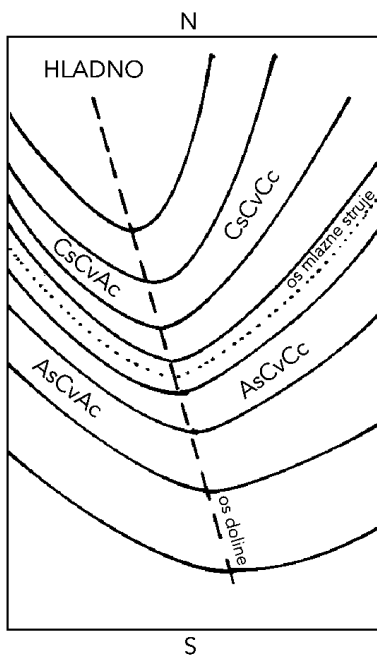
gdje je n normala na vektor termalnog vjetra (pozitivna, ako je usmjerena na lijevu stranu termalnog strujanja; vidi Holton, 1979), a K zakrivljenost izohipsi relativne topografije duž kojih se obavlja diferenciranje. U tom se slučaju upliv "*člana termalne vrtložnosti*" može pisati kao

$$\left(\frac{\partial \zeta_{go}}{\partial t} \right)_B = V_T \left[\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \mathcal{V}_T}{\partial n} \right) - K \frac{\partial \mathcal{V}_T}{\partial s} - V_T \frac{\partial K}{\partial s} \right]. \quad (3.63)$$

Iz jedn. (3.63) je vidljivo da doprinos ovog člana razvoju na plohi 1000 hPa (približno morska razina) ovisi o tri efekta: promjeni smicanja termalnog vjetra, promjeni samog termalnog vjetra duž izohipsa i promjeni zakrivljenosti izohipsa relativne topografije.

Na slici 3.41 ilustriran je primjer analize promatranog člana u slučaju difluentne doline u polju relativne topografije. Crtkano je prikazana os doline, a točkasto os "mlazne" struje u polju termalnog vjetra.

Smicanje termalnog vjetra $\partial V_T / \partial n$ je negativno sjevernije od osi mlazne struje, a ima veću vrijednost po apsolutnom iznosu na lijevoj strani doline nego na desnoj. Južno od osi mlazne struje spomenuto smicanje je pozitivno, smanjujući se prema difluentnoj strani doline. Prema tome, promjena smicanja duž izohipsa je pozitivna na lijevoj strani osi mlazne struje, a negativna na desnoj. Shodno tome, na slici 3.41 s C_s i A_s označena su područja ciklonalnog odnosno anticiklonalnog razvoja s obzirom na doprinos promjene smicanja termalnog vjetra.



Slika 3.41 Raspored efekata "člana termalnog razvoja" u difluentnoj dolini u polju relativne topografije. Punim linijama su označene izohipse relativne topografije. Ostale oznake objašnjene su u tekstu (Radinić, 1979; str. 27).

Brzina termalnog vjetera se smanjuje s lijeva na desno pa je njegova promjena duž izohipse negativna. S obzirom da je zakrivljenost izohipsa pozitivna (ciklonalna) slijedi da ovaj član doprinosi ciklonalnom razvoju na čitavom području (označeno s C_v na slici).

Kako je član $\partial K / \partial x$ pozitivan s lijeve, a negativan s desne strane osi doline (V_T uvijek pozitivan), slijedi da on doprinosi anticiklonalnom razvoju lijevo od osi doline i ciklonalnom desno od osi. Ti razvoji označeni su s A_c odnosno C_c na slici 3.41.

Kao što se vidi s navedene slike, samo se ciklogenetički procesi odvijaju desno od osi doline i sjeverno od mlazne struje. Oni također prevladavaju i lijevo od osi na navedenoj strani mlazne struje te južno od nje s desne strane osi doline. Anticiklogenetički procesi prevladavaju jedino na lijevoj strani osi doline, a južno od mlazne struje. Sve u svemu, promatrani tip doline u relativnoj topografiji prati prevladavajuća ciklogenetička aktivnost u prizemnom sloju atmosfere, ali ipak naglašenija ispred osi doline, što se slaže sa slučajem kada je ona osno-simetrična, ali i općenito.

Iako je Sutcliffeova teorija dala solidne dinamičke osnove za praćenje razvoja sinoptičke situacije, odnosno prognozu vremena, njeni rezultati su efikasni samo za kraće vrijeme. Štoviše, kasnija istraživanja su pokazala ozbiljne teškoće u tumačenju pojedinih članova jedn. (3.60). Pored ostalih, veoma kritičku analizu te jednadžbe dao je engleski meteorolog Carroll (1995).

3.4.4 Sutcliffeova teorija razvoja anticiklona (anticiklogeneza)

Anticiklone su područja povišenog tlaka s njegovim maksimalnim iznosom u njihovom središtu. Pored toga one predstavljaju cirkulacijski sustav "suprotnih" svojstava od ciklonskog. Naime cirkulacijska (kružna) komponenta strujanja u tom sustavu je na sjevernoj polutki u smjeru kazaljke na satu, dok je u cikloni suprotno. Dakle, kvazirotacijsko strujanje predstavljeno je negativnom vrtložnošću (slika 3.39).

Anticiklone su i kompezacijski sustavi ciklonama. Njihov se razvoj može također objasniti Sutcliffeovom teorijom. Za tu svrhu može se koristiti neznatno modificirani oblik jedn. (3.54) tj.

$$\frac{d(\zeta_g + f)}{dt} = -(\zeta_g + f) \nabla_p \cdot \mathbf{V},$$

koji je također aproksimacija opće jednadžbe vrtložnosti. Prema ovoj jednadžbi, povećanje apsolutne vrijednosti relativne geostrofičke vrtložnosti, koja je u

anticikloni negativna uz pozitivnu divergenciju, limitirano je Coriolisovim parametrom. U anticiklonama se i fronte rasplinjuju zbog divergentnih gibanja.

3.4.5 Jednadžba tendencije visina izobarnih ploha

Za razliku od Sutcliffeove teorije koja tretira uglavnom prizemne zatvorene baričke sustave, ovdje će se razmatrati visinski barički sustavi koji se pretpostavljaju otvorenim (doline i grebeni), kao što je to obično slučaj na srednjim i većim troposferskim visinama. Tada je, pri analizi njihovog razvoja, potrebno zadržati član advekcije vrtložnosti u jedn. (3.54), a umjesto lokalne promjene vrtložnosti može se promatrati *laplacean* tendencije visina izobarnih ploha, što, kako će se pokazati kasnije, pojednostavljuje dijagnozu. Tada vrijedi

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} \sim \nabla_p^2 \chi = f \left[-\mathbf{V}_g \cdot \nabla_p (\zeta_g + f) \right] - f^2 \nabla_p \cdot \mathbf{V}, \quad (3.64)$$

gdje je $\chi = \partial \Phi / \partial t$ i $\zeta_g = (1/f) \nabla_p^2 \Phi$. Dakle, lokalna promjena geostrofičke vrtložnosti u korelaciji je s tendencijom visina izobarne plohe. Točnije, uz pretpostavku valnog karaktera χ , porast (pad) vrtložnosti u korelaciji je s padom (porastom) geopotencijalne visine. Suprotan predznak dolazi zbog dvostruke derivacije navedenih valnih funkcija (vidi Holton, 1979; Bluestein, 1992). Uzevši u obzir kvazigeostrofičku jednadžbu prvog principa termodinamike za adijabatske procese tj.

$$-\frac{p}{R} \frac{\partial \chi}{\partial p} = -\mathbf{V}_g \cdot \nabla_p T + \omega \sigma \frac{p}{R}, \quad (3.65)$$

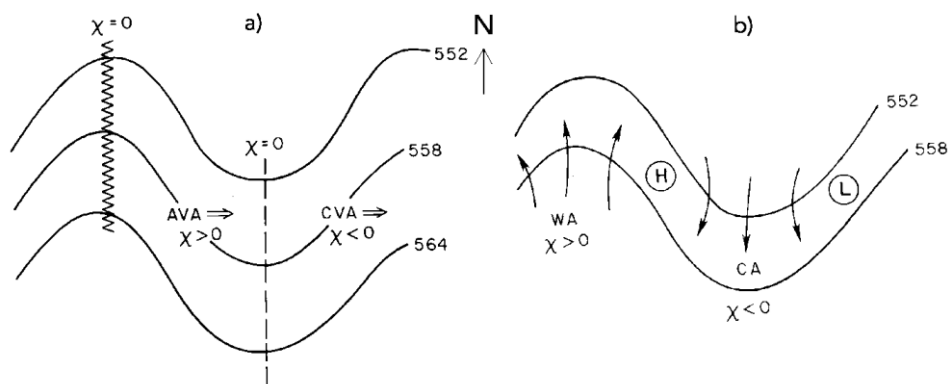
i jednadžbu očuvanja (kontinuiteta) mase u p -sustavu

$$\nabla_p \cdot \mathbf{V} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0, \quad (3.66)$$

gdje je $\omega = dp/dt$ vertikalna komponenta strujanja u p -sustavu²¹ i $\sigma = -T\partial \ln \theta / \partial \theta$ parametar statičke stabilnosti, dobiva se standardni oblik kvazigeostrofičke jednadžbe tendencije visina

$$\left(\nabla_p^2 + \frac{f}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \chi = f \left[-\mathbf{V}_g \cdot \nabla_p (\zeta_g + f) \right] - \frac{f^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{R}{p} (-\mathbf{V}_g \cdot \nabla_p T) \right]. \quad (3.67)$$

Desna strana gornje jednadžbe naziva se funkcijom prisile²² (eng. forcing function). Uz pretpostavku valnog karaktera χ kao prethodno, negativna vrijednost desne strane uvjetovat će pozitivnu vrijednost χ i obrnuto. Stoga proizilazi da advekcija pozitivne vrtložnosti kao i advekcija hladnog zraka na manjim visinama (uz uvjet da je na većim visinama slabije izražena) doprinosi negativnoj tendenciji visina tj. pozitivnoj promjeni vrtložnosti i obrnuto (slika 3.42).



Slika 3.42 Grafička interpretacija članova funkcije prisile u jednadžbi tendencije visina AT 500 hPa (pune valovite linije): a) Ilustracija efekta advekcije vrtložnosti na tendenciju polja geopotencijalnih visina. Područje advekcije ciklonalne vrtložnosti označavano je s CVA (Cyclonic Vorticity Advection) i područje advekcije anticiklonalne vrtložnosti s AVA (Anticyclonic Vorticity Advection). Označena su područja pada i rasta visna izobarne plohe s $\chi < 0$ odnosno $\chi > 0$. Na osi grebena (nazubljena linija) kao i doline (crtkana linija) advekcija vrtložnosti nema utjecaja na tendenciju visina. b) Ilustracija efekta tople (WA — Warm Advection) i hladne (CA — Cold Advection) advekcije u nižim slojevima na tendenciju visina. Područja visokog (H) i niskog (L) tlaka na nižim visinama naznačeni su na slici kao i smisao tendencije visina (Bluestein, 1993 (Vol. II); str. 56).

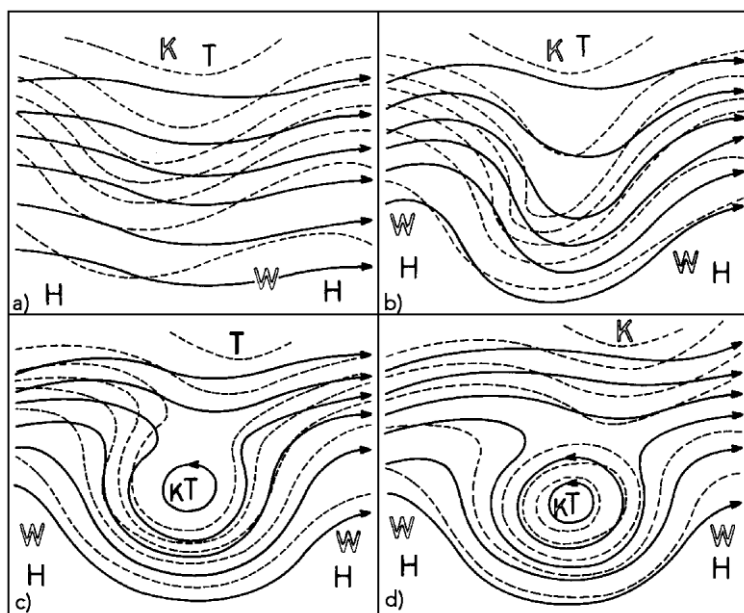
²¹ Općenito vrijedi $\omega(p) = -\rho g w(z)$. To je veza između vertikalne brzine izražene u p -sustavu i one u z -sustavu. Kao što se vidi one su suprotnog predznaka. To znači tamo gdje je $\omega < 0$ gibanja su uzlazna, a gdje je $\omega > 0$ silazna.

²² Funkcija prisile "prisiljava" zavisnu varijablu ili varijable u diferencijalnim jednadžbama da poprime odgovarajući oblik.

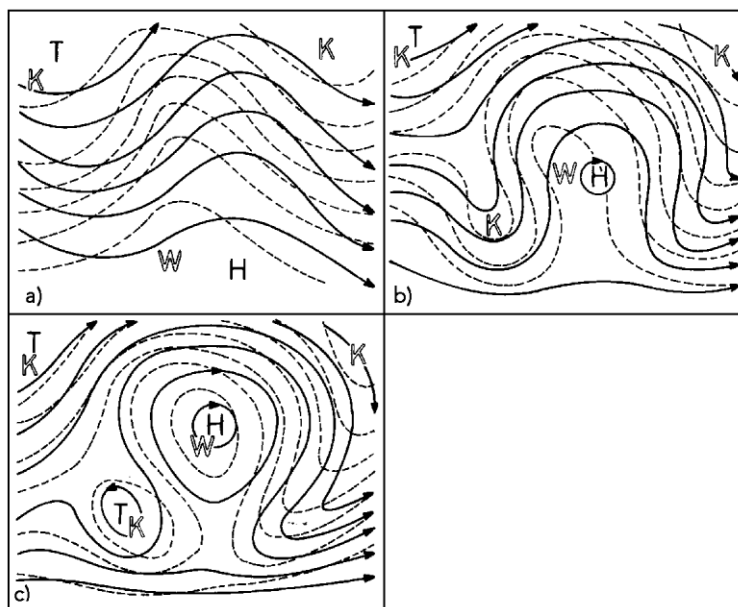
Jedn. (3.65) se može interpretirati kao promjena relativne topografije kojoj doprinose dva člana: *advekcija* i *vertikalna gibanja*. Kako je u Sutcliffeovoj teoriji promjena relativne visine (jedn. 3.57) s obzirom na doprinos vertikalnih gibanja zanemaren, iz tog (pored ostalog), slijedi da je netom razmatrana "*tradicionalna*" jednadžba tendencije (3.67) općenitiji slučaj teorije "*ciklogeneze*" ("*anti-ciklogeneze*") od Sutcliffeove.

Štoviše, postoji vrlo općenit tzv. *generalizirani oblik* jednadžbe tendencije. On se dobije na sličan način kao i prethodni s tim da se ne uvodi geostrofička aproksimacija kao ni ostale aproksimacije na polazne jednadžbe tj. jednadžbu vrtložnosti i jednadžbu prvog principa termodinamike (vidi Bluestein, 1993; str. 178-180).

U stvarnosti, u pojedinim situacijama *otvoreni* visinski sustavi katkad prijeđu u zatvorene koji se nazivaju i *visinskim* ciklonama odnosno anticiklonama. Taj proces se naziva *odvajanje* (eng. cut-off), a shematski je prikazan na slikama 3.43 i 3.44.



Slika 3.43 Razvoj izolirane visinske ciklone prikazan u nekoliko različitih stadija: početni val (a), razvijeni val (b), početak odvajanja (c) i konačni stadij (d). Pune linije predstavljaju izohipse visinske izobarne plohe u srednjoj troposferi, a crtkane izoterme na istoj plohi. T označava dolinu, H greben, K hladnije te W toplije područje, a početna su slova odgovarajućih njemačkih riječi (Kurz, 1998; str. 105).



Slika 3.44 Razvoj Ω situacije u tri faze: početni val (a), početak odvajanja (b) i konačni stadij (c). Pune linije predstavljaju *izohipse* visina izobarne plohe u srednjoj troposferi, a crtane izoterme na istoj plohi. Slovne oznake kao na slici 3.43 (Kurz, 1998; str. 106).

Uvjeti za nastanak odvajanja pojavljuju se kada je geopotencijalni visinski val dinamički nestabilan, a termički val zaostaje za njim. U tom se slučaju hladniji zrak advektira u dolinu vala, a topliji u greben. Visinska ciklona se u praksi naziva i *hladnom kapljom*, što odgovara već spomenutom zreлом stadiju ciklone (okludirana ciklona). Za vrijeme formiranja visinske anticiklone karakterističan je Ω -oblik (slika 3.44).

Nadalje, gornji sustavi su približno stacionarni i razmjerno dugotrajni (u prosjeku petnaestak dana). Osobito ako su u nizu, mogu uvjetovati *blokiranje* prolaska zonalne struje razdvajajući je na meridionalne grane. Termin *blokiranja* najčešće se odnosi na stacionarne anticiklone koje se razviju do većih visina uvjetujući gibanje slabije razvijenih prizemnih ciklona oko njih. Takve blokirajuće situacije su češće u pojedinim područjima, na primjer, na zapadnoj obali Europe nego na Pacifiku, češće u proljeće nego u jesen (vidi Radinović, 1969). O blokirajućim anticiklonama bit će još govora u potpoglavlju 4.5.2.

3.4.6 Dijagnoza ciklogeneze (anticiklogeneze) odnosno polja vertikalnih gibanja pomoću ω -jednadžbe

Pod poljem vertikalnih gibanja, kao što sam naziv kaže, podrazumijeva se komponenta strujanja zraka okomita na horizontalnu komponentu. Iako su ona većinom za red veličine slabija od horizontalnih, od izuzetne su važnosti za formiranje oblaka i oborine, a u uskoj su vezi s procesima geneze atmosferskih sustava. Posljednja veza može se uočiti, na primjer, dijagnozom Sutcliffeove jednadžbe razvoja (3.61) i jednadžbe kontinuiteta (3.66) primijenjenom na izobarnu plohu 1000 hPa. Naime, u tom slučaju ako je na primjer $\omega_{1000} < 0$, uz pretpostavku da je na samoj površini tla (mora) vertikalna brzina jednaka nuli i ploha 1000 hPa iznad tla (mora), slijedi da je $-\delta_{1000} > 0$ što znači ciklogenezu. Drugim riječima uzlazna strujanja vezana su za ciklogenezu, a silazna za ciklolizu odnosno anticiklogenezu. Povezanost oborinskog polja s vertikalnim gibanjima bit će izložena u potpoglavlju 3.5.

Do tzv. *tradicionalnog oblika ω -jednadžbe* dolazi se upotrebom jedn. (3.64)-(3.66), eliminirajući varijablu χ (vidi Bluestein, 1992). Taj oblik izgleda ovako

$$\left(\nabla_p^2 + \frac{f}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega = \frac{f}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} [\mathbf{V}_g \cdot \nabla_p (\zeta_g + f)] + \frac{R}{\sigma p} [\nabla_p^2 (\mathbf{V}_g \cdot \nabla_p T)], \quad (3.68)$$

gdje su oznake identične onima u jednadžbi tendencije visina (3.67). Prvi član na desnoj strani jedn. (3.68) predstavlja *diferencijalnu advekciju vrtložnosti*, a drugi *laplacean termalne advekcije*. Oba člana čine *funkciju prisile*. U slučaju da je ω valnog karaktera funkcija prisile je proporcionalna s ω , ali suprotnog predznaka, što znači da njena pozitivna vrijednost uzrokuje *uzlazna*, a negativna *silazna* gibanja.

Član diferencijalne advekcije vrtložnosti iz (3.68) može se predstaviti u obliku

$$\frac{f}{\sigma} \left[\frac{\partial \mathcal{N}_g}{\partial p} \cdot \nabla_p (\zeta_g + f) + \mathbf{V}_g \cdot \nabla_p \frac{\partial \zeta_g}{\partial p} \right],$$

gdje sada prvi član predstavlja advekciju apsolutne vrtložnosti s termalnim vjetrom, a drugi advekciju termalne vrtložnosti geostrofičkim vjetrom. Ako se uvažavaju definicije komponenata termalnog vjetra tj.

$$\frac{\partial u_g}{\partial p} = \frac{R}{f\rho} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_p$$

i

$$-\frac{\partial v_g}{\partial p} = \frac{R}{f\rho} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_p,$$

te definicije komponenata geostrofičkog vjetra u izobarnom sustavu (jedin. 2.75), definicija geostrofičke vrtložnosti (jedin. 3.51 za geostrofički vjetar), obave odgovarajuća regupiranja dobivenih članova, na primjer, oblika

$$-\frac{\partial v_g}{\partial p} \frac{\partial^2 u_g}{\partial x^2} = -\frac{\partial v_g}{\partial p} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(-\frac{1}{f} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) = \frac{\partial v_g}{\partial p} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\frac{1}{f} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) \approx \frac{\partial v_g}{\partial p} \frac{\partial^2 v_g}{\partial x \partial y},$$

uz zanemarenje članova s meridionalnom derivacijom Coriolosovog parametra, član s laplaceanom termalne advekcije iz (3.68) može se predstaviti u obliku (vidi Bluestein, 1992)

$$\frac{f}{\sigma} \left[\frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial p} \cdot \nabla_p \zeta_g + \left(-\mathbf{V}_g \cdot \nabla_p \frac{\partial \zeta_g}{\partial p} \right) + \left(D_2 \frac{\partial D_1}{\partial p} - D_1 \frac{\partial D_2}{\partial p} \right) \right].$$

Ovdje su D_1 i D_2 geostrofičke deformacije (vidi Dodatak G):

$$D_1 = \frac{\partial u_g}{\partial x} - \frac{\partial v_g}{\partial y}$$

$$D_2 = \frac{\partial v_g}{\partial x} + \frac{\partial u_g}{\partial y}. \quad (3.69)$$

i

Prvi novonastali član prethodne verzije člana s laplaceanom termalne advekcije iz (3.68) predstavlja advekciju geostrofičke vrtložnosti termalnim vjetrom, a drugi advekciju termalne vrtložnosti geostrofičkim vjetrom (suprotnog predznaka). Treći član predstavlja određenu kombinaciju geostrofičke deformacije oblika

$$-\frac{f}{\sigma} \mathbf{k} \cdot \mathbf{D}_g \times \frac{\partial \mathbf{D}_g}{\partial p},$$

gdje je \mathbf{k} jedinični vektor u smjeru vertikale i

$$\mathbf{D}_g = \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \end{pmatrix}. \quad (3.70)$$

Dakle, funkcija prisile ω -jednadžbe sadrži efekt "termalne deformacije" (analogno definiciji termalne vrtložnosti za vrtložnost). Hoskins et al. (1978) su pokazali da se član termalne deformacije može izraziti preko rezultantne deformacije D_g i γ_d — kuta između osi dilatacije (kontrakcije) i osi x kao (Dodatak G):

$$-\frac{f}{\sigma} \left(\mathbf{k} \cdot \mathbf{D}_g \times \frac{\partial \mathbf{D}_g}{\partial p} \right) = -\frac{2f}{\sigma} D_g^2 \frac{\partial \gamma_d}{\partial p}. \quad (3.71)$$

Prema gornjem, član termalne deformacije ovisi o veličini rezultantne deformacije i promjeni kuta orijentacije osi dilatacije (kontrakcije) po visini. Zanimljivo je da je deformacija došla do izražaja u funkciji prisile kao tradicionalno zanemarivana veličina u usporedbi s vrtložnošću i divergencijom. Inače njen utjecaj je naglašen u procesu frontogeneze koja je razmatrana u potpoglavlju 3.2.2.

Uzevši u obzir prethodno, nalazimo

$$\left(\nabla_p^2 + \frac{f^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega = \frac{f}{\sigma} \left[2 \left(\frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial p} \cdot \nabla_p \zeta_g \right) + \frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial p} \cdot \nabla_p f - 2 D_g^2 \frac{\partial \gamma_d}{\partial p} \right]. \quad (3.72)$$

Prema tome, funkcija prisile u ovoj alternativnoj formulaciji predstavljena je: *advекcijom geostrofičke vrtložnosti termalnim vjetrom, advекcijom Zemljine vrtložnosti termalnim vjetrom i efektima geostrofičke deformacije i termalne deformacije*. Ovaj alternativni oblik ω -jednadžbe naziva se *Trenberthova formulacija*.

Kako je zadnji član mali (osim u blizini fronti gdje je polje deformacije izraženije nego drugdje) kao i srednji, slijedi

$$\left(\nabla_p^2 + \frac{f^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega = 2 \frac{f}{\sigma} \left(\frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial p} \cdot \nabla_p \zeta_g \right). \quad (3.73)$$

Gornja aproksimacija osobito vrijedi u srednjoj i višoj troposferi. Ovo je koristan rezultat jer omogućuje kvalitativnu procjenu vertikalne brzine u promatranom sloju čak ako su predznaci dvaju članova u tradicionalnom obliku i suprotnog predznaka. Kako je Sutcliffe (1947) prvi ukazao na važnost advekcije geostrofičke vrtložnosti termalnim vjetrom za ciklogenezu odnosno anticiklogenezu, član na desnoj strani jedn. (3.73) naziva se katkad *Sutcliffeovom* članom.

Konačno, funkcija prisile za tradicionalni oblik (uz zanemarivanje advekcije Zemljine vrtložnosti) može se prikazati pomoću vektora \mathbf{Q} , u obliku (vidi Bluestein, 1992; Kurz, 1998)

$$\left(\nabla_p^2 + \frac{f^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega = -2 \nabla_p \cdot \mathbf{Q}, \quad (3.74)$$

gdje je

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \frac{R}{\sigma p} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{R/c_p} \left[\left(-\frac{\partial \mathcal{V}_{gn}}{\partial s} \frac{\partial \theta}{\partial n} \right) \mathbf{s}_0 + \left(-\frac{\partial \mathcal{V}_{gn}}{\partial n} \frac{\partial \theta}{\partial n} \right) \mathbf{n}_0 \right] \\ &= Q_s \mathbf{s}_0 + Q_n \mathbf{n}_0 \end{aligned} \quad (3.75)$$

vektor izražen u tzv. *prirodnim* koordinatama u odnosu na polje izentropa (izolinija potencijalne temperature θ). Naime, koordinatna os s (jedinični vektor \mathbf{s}_0) usmjerena je duž izentropskih linija, a os n (jedinični vektor \mathbf{n}_0) usmjerena je okomito na izentropu, a u smjeru suprotnom od gradijenta potencijalne temperature (potpoglavlje 3.2.2.4; slika 3.17). V_{gn} je komponenta geostrofičkog vjetra u smjeru osi n .

Kako je $Q_s \sim F_s$ i $Q_n \sim F_n$, gdje su F_s i F_n komponente *frontogenetičkog* vektora, slijedi da prva komponenta vektora \mathbf{Q} utječe na rotaciju a druga na iznos od $\nabla_p \theta$ (potpoglavlje 3.2.2.4). Dakle, u općenitom obliku, funkcija prisile ω jednadžbe također uključuje i frontogenetičke procese, što je već spomenuto prethodno u ovom potpoglavlju.

Dva jednostavna primjera strujanja prikazana na slici 3.45 pokazuju da je u navedenom koordinatnom sustavu Q_s povezana s deformacijom smicanja geostrofičkog vjetra, a Q_n s deformacijom rastezanja (u ovom slučaju sažimanja) geostrofičkim vjetrom (Hoskins et al., 1978).

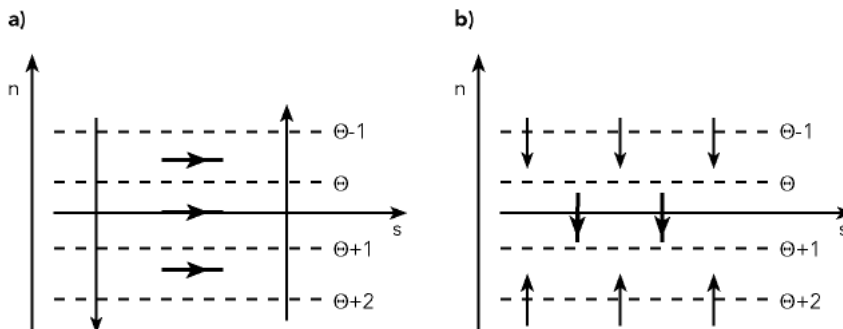
Hoskins et al. (1978) su također pokazali da se pomoću vektora \mathbf{Q} može analizirati polje vertikalnih strujanja na području *jezgre mlazne struje* (vidi potpoglavlje 3.3 i Bluestein, 1993) i u *difluentnoj dolini* u polju relativnih visina između dvije izobarne plohe. Naime, uz određene pretpostavke navedene u opisu slike 3.46a, postoje uzlazna gibanja sjeverno od osi mlazne struje, a zapadno od jezgre, kao i južno od osi na istočnoj strani jezgre. S južne strane zapadno od jezgre su silazna gibanja, a sjeverno uzlazna na istočnoj strani. Slika 3.46b ilustrira područja uzlaznih i silaznih gibanja u difluentnoj dolini.

Jedn. (3.73) koja predstavlja pojednostavljenu *Trenberthovu* formulaciju ω -jednadžbe odnosno Sutcliffeov oblik, može se skraćeno pisati kao

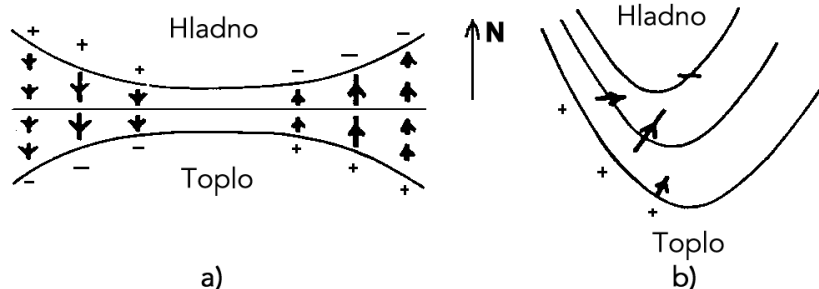
$$\left(\nabla_p^2 + \frac{f^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega = -2 \nabla_p \cdot \mathbf{Q}_{Sat.}, \quad (3.76)$$

gdje je

$$\mathbf{Q}_{Sat.} = \left(-\frac{f}{\sigma} \zeta_g \frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial p} \right) \quad (3.77)$$



Slika 3.45 Ilustracija raspodjele vektora \mathbf{Q} (deblje strelice) u polju izentropa (crtkano) i strujanja (tanke strelice) u slučaju: a) deformacije smicanja, kad je V_{gn} rastuća funkcija u smjeru osi s i b) deformacije rastezanja (u ovom slučaju sažimanja), kad je V_{gn} opadajuća funkcija u smjeru osi n (Hoskins et al., 1978; str. 35).

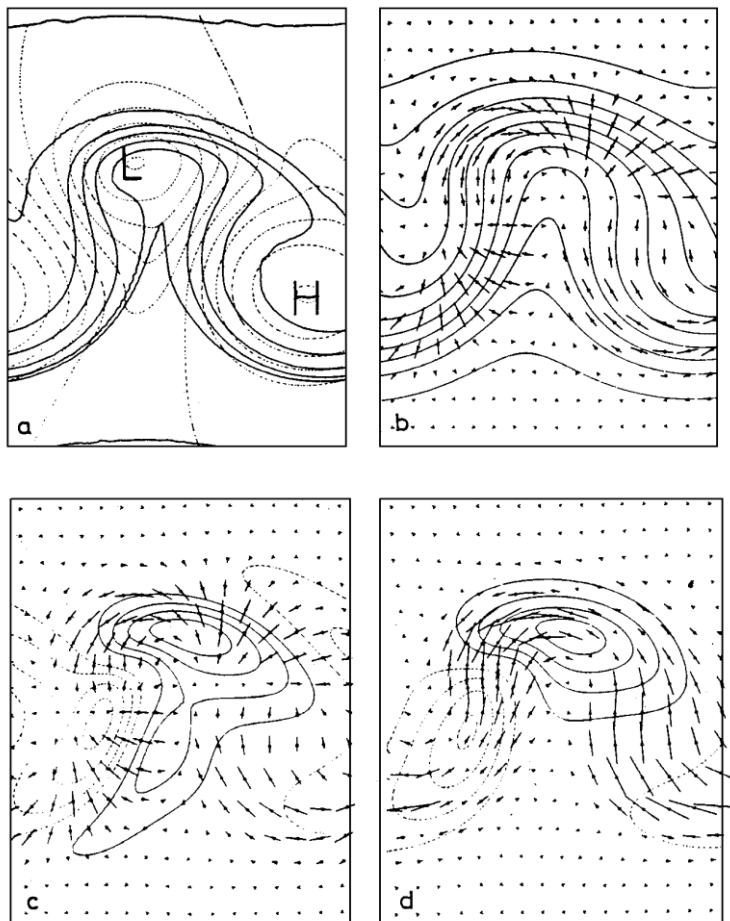


Slika 3.46 Shematski prikaz dviju standardnih sinoptičkih situacija: a) izohipse (tanke krivulje) geopotencijalnih visina i izobare plohe na području jezgre mlazne struje i b) izoterme (izohipse relativne topografije; također tanke krivulje) u difluentnoj dolini. Strelice označavaju procjenu vektora \mathbf{Q} . Područja konvergencije u polju vektora \mathbf{Q} označena su sa znakom "-", a divergentna znakom "+". Predznaci ujedno označavaju područja uzlaznih ($\omega < 0$) odnosno silaznih ($\omega > 0$) gibanja. (Hoskins et al., 1978; str. 36)

”Sutcliffeov” vektor \mathbf{Q} . Jedn. (3.77), u kontekstu jedn. (3.73), slijedi iz činjenice da je divergencija termalnog vjetra približno nula kao i geostrofičkog, dok su f i σ pretpostavljeni lokalno konstantni. Treba naglasiti da $\mathbf{Q}_{Sut.}$ nije direktna aproksimacija od \mathbf{Q} i uvijek je orijentiran duž izoterme odnosno izentropa na izobarnim plohama što nije slučaj s općim vektorom \mathbf{Q} (Hoskins i Pedder, 1980). Doduše, istraživanja su pokazala da je dominantan doprinos ”Sutcliffeov” vektor \mathbf{Q} komponenti Q_s općeg vektora \mathbf{Q} (Kurz, 1998).

Ilustrativan primjer usporedbe efekata navedenih slučajeva prikazan je na slici 3.47 iako se rezultati na toj slici odnose na odgovarajuće jednadžbe prikazane u koordinatnom sustavu s ”geometrijskom” visinom kao vertikalnom koordinatom (vidi Hoskins i Pedder, 1980). Na slici se uočava razlika u razdiobi vertikalnih brzina osobito u području hladne fronte (lijeva strana slika 3.47a i 3.47b) ovisno o primijenjenoj metodi. Naime, detaljizacija u polju vertikalnih brzina izostaje kada se uzima u obzir samo Sutcliffeov član u funkciji prisile (slika 3.47d), u odnosu na slučaj kada je uzet u obzir "cijeli" vektor \mathbf{Q} (slika 3.47c).

Različiti oblici ω -jednadžbe mogu se riješiti *numerički*, na primjer metodom *relaksacije* (vidi Carroll, 1995). Taj će postupak biti opisan u drugom udžbeniku iz sinoptičke meteorologije. Alternativno, vertikalna brzina za sinoptičke razmjere može se izračunati i drugim metodama, na primjer korištenjem jedn. (3.66). Taj postupak detaljnije je izložen u Dodatku J.

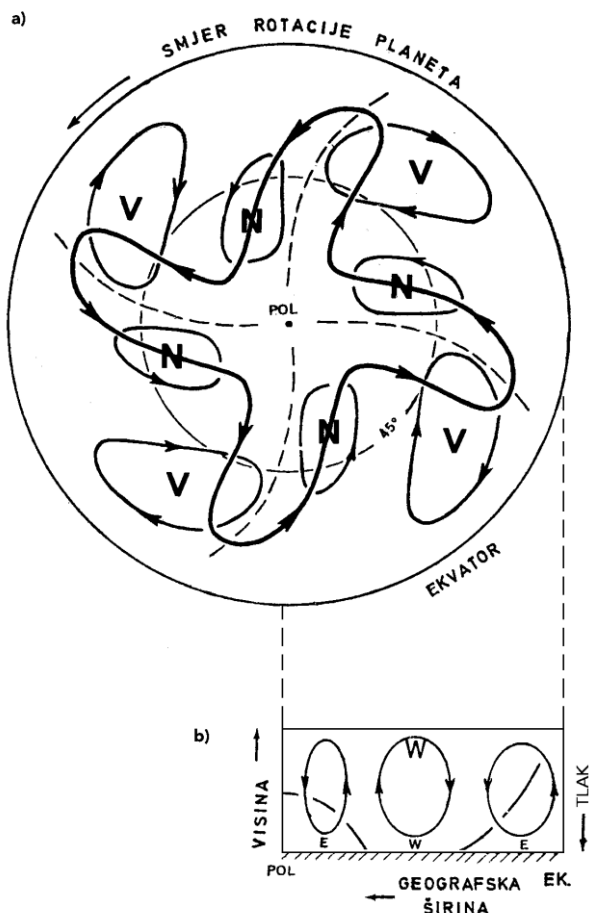


Slika 3.47 Ilustracija razvoja baroklinog vala: a) razdioba prizemne potencijalne temperature (pune linije svakih 4K) i tlaka zraka (crtkane linije svakih 6 hPa), b) razdioba potencijalne temperature (pune linije) i vektora \mathbf{Q} na visini 2.81 km, c) također na visini 2.81 km vektori \mathbf{Q} i vertikalne brzine — silazne (crtkano) i uzlazne (pune linije) u oba slučaja s prirastima 0.5 ms^{-1} , d) isto kao u slučaju (c) osim što je riječ o “Sutcliffeovom” (\mathbf{Q}_{Sut}) vektoru (Hoskins i Pedder, 1980; str. 710).

3.4.7 Prizemni barički sustavi i visinski valovi opće atmosfere cirkulacije

Pod *općom atmosferskom cirkulacijom* podrazumijeva se cjelokupnost osnovnih oblika horizontalnih i vertikalnih gibanja pomoću kojih se ostvaruje

razmjena zračnih masa, energije odnosno topline u atmosferi. Pri proučavanju opće cirkulacije pozornost se uglavnom posvećuje gibanjima većih razmjera. Dosadašnja proučavanja pokazuju da su oblici opće cirkulacije u uskoj vezi s rotacijom Zemlje i s razlikom u zagrijavanju između ekvatora i polova, a valnog su kraktera koji je s visinom sve izraženiji (vidi Dodatak I). Tako je na primjer, valni karakter jasno izražen na plohi 500 hPa (oko 5 km nadmorske visine). Ti valovi su u uskoj vezi s prizemnim baričkim sustavima tj. ciklonama i anticiklonama (slika 3.48). *Postavlja se pitanje kakve su brzine ovih valova i kakva je njihova veza s prizemnim baričkim sustavima?*



Slika 3.48 Prikaz opće atmosferske cirkulacije: a) Strujnice toka na srednjim i većim visinama (debele crte) i blizu Zemljine površine tanke crte. *N* označava središte niskog i *V* visokog tlaka. b) Vertikalni presjek koji prikazuje zonalni srednjak meridionalne cirkulacije i zonalnog vjetra. *W* označava zapadni, a *E* istočni vjetar (prema Mintz, 1961; Radinović, 1969; str. 179).

Opažanja pokazuju da su centri prizemnih anticiklona bliže ekvatoru, a centri ciklona polu. Kao posljedica takvog razmještaja prevladava istočno zonalno strujanje bliže ekvatoru i polu, a zapadno u umjerenim širinama gdje postoje "jezici" toplog i hladnog zraka koji su već spominjani. Na taj način obavlja se globalna razmjena topline u atmosferi i održava njena toplinska ravnoteža. Istovremeno se na jednom dijelu vala "topliji" zrak diže i "hladniji" spušta pri čemu se potencijalna energija pretvara u kinetičku (navodi su stavljeni jer su mogući i izuzeci u slučaju tzv. indirektno cirkulacije, što je također već spomenuto). Pri tome je dizanje praćeno hlađenjem, a spuštanje grijanjem zračne mase (vidi sliku 3.48).

Odgovor na gornje pitanje povezanosti prizemnih i visinskih baričkih formacija, može se dobiti promatranjem pojednostavljenog prikaza visinskog valnog strujanja i definicije srednje divergencije $\bar{\delta}$ preko individualne vremenske promjene horizontalne površine A tj.

$$\bar{\delta} = \frac{1}{A} \frac{dA}{dt}. \quad (3.78)$$

Naime, prva je pretpostavka da je gibanje *gradijentsko*²³ tj. da su izoplete geopotencijalnih visina (izohipse) izobarnih ploha ujedno i *strujnice*, a lokalno i *trajektorije* (Dodatak H). Dakle, vrijedi gradijentska ravnoteža

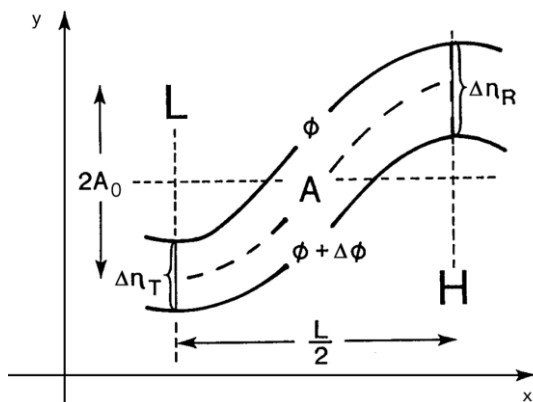
$$KV^2 = -fV + \left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta n} \right)_p, \quad (3.79)$$

gdje je V brzina vjetra, $K=1/R$ zakrivljenost trajektorije, R polumjer njene zakrivljenosti, Δn horizontalna udaljenost između izohipsa i $\Delta\Phi$ razlika geopotencijala na dvije susjedne izohipse geopotencijalnih visina (slika 3.49).

Ako su izohipse sinusoidalne tada je površina između njih na potezu os doline — os grebena

$$A = \frac{(\Delta n_R + \Delta n_T)}{2} \frac{L}{2},$$

²³ Horizontalno strujanje bez trenja uvjetovano ravnotežom sila: *gradijenta tlaka*, *Coriolisove sile* i *centrifugalne sile*. Osim navedenog, treba reći da je vektor gradijentskog vjetra uvijek tangencijalan na izohipse geopotencijalnih visina izobarnih ploha.



Slika 3.49 Dio visinskog vala u polju geopotencijalnih visina izobarne plohe (vidi tekst), (Kurtz, 1998; str. 125).

gdje su Δn_R i Δn_T udaljenosti između izohipsa na osi grebena odnosno doline, a L valna duljina promatranog vala. Uz pretpostavku da ne postoji poprečni tok slijedi da promjena površine omeđena osima doline i grebena te izohipsama mora zadovoljavati relaciju (dvodimenzionalni slučaj principa očuvanja volumena)

$$\frac{dA}{dt} = (V_R \Delta n_R - V_T \Delta n_T). \quad (3.80)$$

Indeksi na oznaci brzine vjetra odnose se na položaje osi grebena odnosno doline. Nadalje, ako se zanemari promjena brzine tj. pretpostavi da je $V_T = V_R = V$, slijedi

$$\bar{\delta}_A = \frac{4V (\Delta n_R - \Delta n_T)}{L (\Delta n_R + \Delta n_T)}. \quad (3.81)$$

Iz jedn. (3.79) proizilazi

$$\Delta n = \frac{\Delta \Phi}{V(f + KV)}. \quad (3.82)$$

Umetanjem jedn. (3.82) u jedn. (3.81) dobiva se

$$\bar{\delta}_A = \frac{4V}{L} \left[\frac{(f_T - f_R) + V(K_T - K_R)}{(f_T + f_R) + V(K_T + K_R)} \right]. \quad (3.83)$$

U koordinatnom sustavu (x,y) strujnica se može predstaviti u obliku

$$y = A_0 \sin 2\pi \left(\frac{x - ct}{L} \right), \quad (3.84)$$

gdje je A_0 amplituda i c brzina gibanja strujnice. Kako je zakrivljenost strujnice K_s definirana s $\partial^2 y / \partial x^2$, nakon deriviranja (3.84) dobiva se na valnim krijestama

$$K_s = -\frac{4\pi^2 A_0}{L^2}. \quad (3.85)$$

Prema *Blatonovoj* (vidi DodatakH) jednadžbi $K = K_s(V - c) / V$, zakrivljenost odgovarajućih trajektorija je

$$K_T = -K_R = \frac{V - c}{V} \frac{4\pi^2 A_0}{L^2}. \quad (3.86)$$

Jednakost zakrivljenosti trajektorija po apsolutnoj vrijednosti na osi doline K_T i grebena K_R slijedi iz sinusoidalnog oblika strujnice te pretpostavke da su brzine vjetra jednake na osi doline i grebena. Može se nadalje staviti $\bar{f} \approx (f_T + f_R) / 2$ kao i $f_R - f_T \approx 2A_0\beta$, gdje je $\beta = df / dy$. Koristeći ove relacije te jedn. (3.83) i (3.86) dobivamo

$$\bar{\delta}_A \approx \frac{4VA_0}{\bar{f}L} \left\{ (V - c) \frac{4\pi^2}{L^2} - \beta \right\}. \quad (3.87)$$

Može se odvojeno promatrati *bezdivergentna* razina u atmosferi tj. slučaj kada je $\bar{\delta}_A = 0$ i *divergentna* za koju vrijedi $\bar{\delta}_A \neq 0$. U prirodnim uvjetima egzistiraju istovremeno oba slučaja, ali na različitim visinama u baroklinoj atmosferi.

3.4.7.1 *Rossbyjevi valovi na bezdivergentnoj razini*

Na razini na kojoj je $\bar{\delta}_A = 0$ (približno na plohi 500 hPa) iz jedn. (3.87) slijedi da je

$$c = V_L - \frac{\beta L^2}{4\pi^2} \quad (3.88)$$

odnosno

$$c = V_L - V_c, \quad (3.89)$$

gdje je V_L brzina vjetra na bezdivergentnom nivou, a $V_c = \frac{\beta L^2}{4\pi^2}$ tzv. *kritična brzina vjetra* (slučaj kada je brzina strujnice odnosno vala jednaka nuli). Jedn. (3.89) je poznata relacija za brzinu Rossbyjevih valova. Iz iste jednadžbe slijedi da je brzina Rossbyjevih valova veća tamo gdje je navedena brzina vjetra veća. Za određenu brzinu vjetra pak, brzina valova je veća tamo gdje je valna duljina kraća. Kraći valovi, naime, teže brzini vjetra dok dugi (obično ih je 5 oko Zemlje), kako V_c sustiže V_L , imaju male brzine ili su stacionarni.

3.4.7.2 *Valovi u baroklinoj atmosferi koja uključuje razine s $\bar{\delta}_A \neq 0$*

Uvrštavanjem jedn. (3.88) u (3.87) dobiva se

$$\bar{\delta}_A \approx \frac{4VA_0\beta}{\bar{f}L} \left\{ \frac{V-c}{V_L-c} - 1 \right\}, \quad (3.90)$$

jednadžba koja opisuje odnos parametara vala i divergencije u baroklinoj atmosferi. Tipična razdioba divergencije po vertikali u baroklinoj zapadnoj struji prikazana je na slici 3.50.

Prema jedn. (3.89) na bezdivergentnoj razini brzina vjetra, na prikazanom profilu, nadmašuje brzinu valova za iznos kritične brzine vjetra V_c . Na višim nivoima je $V - c > V_L - c$, te nižim $V - c < V_L - c$ iz čega proizilazi predznak

divergencije u jedn. (3.90). Dakle, iz jedn. (3.90) slijedi da ako vjetar raste s visinom, u gornjoj troposferi je divergencija u području ispred (na desnoj strani) osi doline vala, a u donjoj konvergencija, dok za područje iza (na lijevoj strani) osi doline vrijedi suprotno. Prema jednadžbi kontinuiteta (3.66), ispred osi doline vala u donjoj troposferi gibanje mora biti uzlazno (postići maksimum na bezdivergentnom nivou), a iza osi doline silazno.

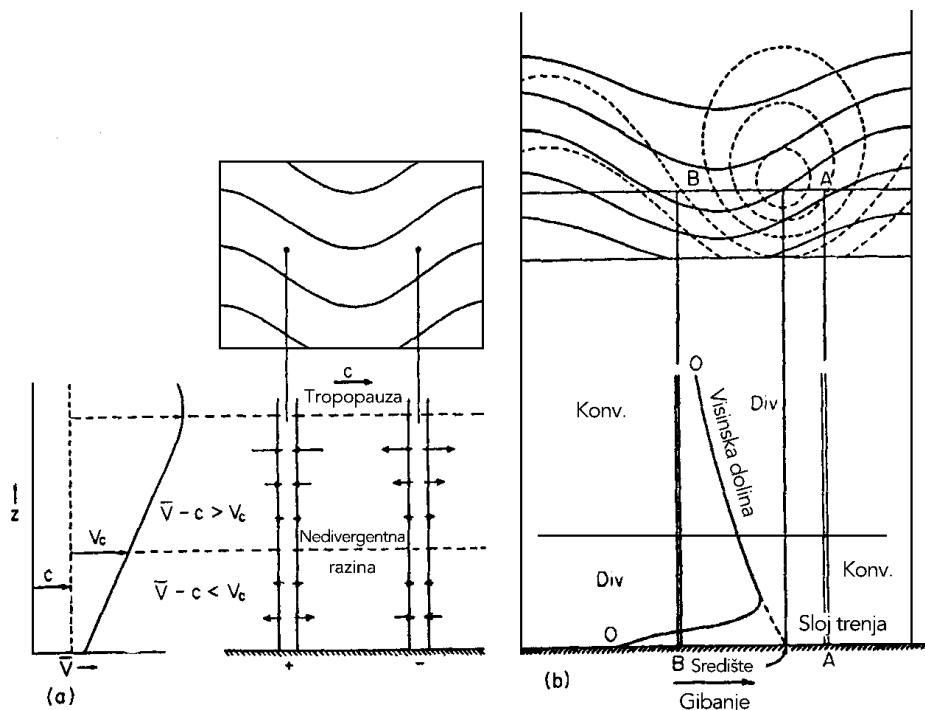
Zamjenom $(V_L - c)$ s $(\beta L^2 / 4\pi^2)$ u jedn. (3.90) dobiva se

$$\bar{\delta}_A \approx \frac{16\pi^2 A_0}{\bar{f} L^3} V(V - V_L). \quad (3.91)$$

Gornja relacija pokazuje da je divergencija gradijentskog vjetra proporcionalna amplitudi vala A_0 , brzini vjetra V te odstupanju te brzine od one na bezdivergentnom nivou tj. razlici $(V - V_L)$, a obrnuto proporcionalna valnoj duljini L .

Kako je $(V - V_L)$ najveće na mjestu maksimalnog vjetra, jedn. (3.91) kaže da divergencija postiže maksimum na razini maksimalnog vjetra. Budući da je, $(V - V_L)$ mjera vertikalnog smicanja vjetra, slijedi da veličina divergencije u višoj i srednjoj troposferi ovise o *baroklinosti atmosfere*. Zbog ovih razloga, pokretne ciklone i anticiklone koje su karakterizirane znatnom divergencijom i vertikalnim gibanjima, zapažaju se u blizini baroklinih područja mlazne struje polarne fronte i ne postižu veće intenzitete drugdje (vidi Palmen i Newton, 1969).

Prethodna analiza zasniva se na pretpostavci da su valovi *sinusnog* oblika pa tako vrijedi za višu i srednju troposferu. Međutim, u prizemlju je situacija nešto drugačija s obzirom na zatvorenost izohipsa u baričkom sustavu. Mada je pretežito i u tom slučaju, prema Bjerkneseu i Holmboeu (1944), konvergencija na istočnoj, a divergencija na zapadnoj strani ciklone na sjevernoj hemisferi. Osobito u početnom stadiju razvoja ciklona, zbog prisustva hladnijeg zraka na stražnjoj strani ciklone, spojnica osi dolina po visini nagnuta je prema zapadu (slika 3.50b). Međutim, u prizemnom sloju zbog trenja dolazi do konvergencije na širem području ciklone pa se razdjelnica između divergencije i konvergencije u tom sloju ne poklapa sa spojnicom osi dolina (vidi opet sliku 3.50b). Iako je opisana teorija aproksimativna, dobro ilustrira odnose prizemnih baričkih sustava i visinskih valova opće atmosferske cirkulacije.



Slika 3.50 Grafička interpretacija jednadžbe (3.90): a) Na lijevoj strani profil visinskog vjetra; na vrhu (desno) visinska karta, a ispod nje su vertikalne kolone divergencije i konvergencije ; b) Pune linije na vrhu predstavljaju visinski val, a crtkane prizemni barički sustav, dok je ispod njih vertikalna razdioba divergencije (konvergencije), (Palmen i Newton, 1969; str. 145).

3.4.8 Zavjetrinska ciklogeneza

Orografske prepreke modificiraju atmosferske procese na različitim vremensko-prostornim ljestvicama. Ovdje ćemo se ponovo zadržati na sinoptičkim razmjerima tj. na utjecaju orografije na ciklogenetičke procese. Dosadašnja istraživanja pokazuju da se utjecaj orografije na ciklogenezu manifestira na više različitih načina što ovisi o dimenzijama prepreka, smjeru zračne struje u odnosu na prepreku te vrsti zračnih masa. S tim u vezi, jedna od teorija zaniva se na principu očuvanja potencijalne vrtložnosti prilikom prelaska preko orografske prepreke, a druga na usporu hladnijeg zraka na prepri.

3.4.8.1 Zavjetrinska ciklogeneza kao posljedica očuvanja potencijalne vrtložnosti u zapadnoj struji

Zakon očuvanja apsolutne potencijalne vrtložnosti slijedi iz *Bjerknesovog* cirkulacijskog teorema primijenjenog na izentropsku plohu odnosno barotropni fluid tj,

$$\frac{d}{dt}(C + 2\Omega A \sin \varphi) = 0,$$

gdje je C cirkulacija u polju strujanja \mathbf{V} definirana krivuljnim integralom po krivulji l

$$C = \oint \mathbf{V} \cdot d\mathbf{l},$$

gdje je A površina zatvorena krivuljom l , Ω kutna brzina Zemlje i φ geografska širina (vidi Holton, 1979). Nadalje, vertikalna komponenta cirkulacije odnosno vrtložnost može se u prevladavajuće horizontalnom strujanju definirati izrazom

$$\zeta = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{C}{A}.$$

Ako se promatra čest zraka mase M između dviju izentropskih ploha koje su na udaljenosti Δz , tada, uz konstantnu gustoću zraka ρ vrijedi odnos

$$A = \frac{M}{\rho \Delta z} = \frac{const.}{\Delta z}.$$

Uzevši gornje u obzir te oznaku za Coriolisov parametar $f = 2\Omega \sin \varphi$, slijedi jedan od mogućih prikaza zakona očuvanja apsolutne potencijalne vrtložnosti tj.

$$\frac{\zeta + f}{\Delta z} = const. \quad (3.92)$$

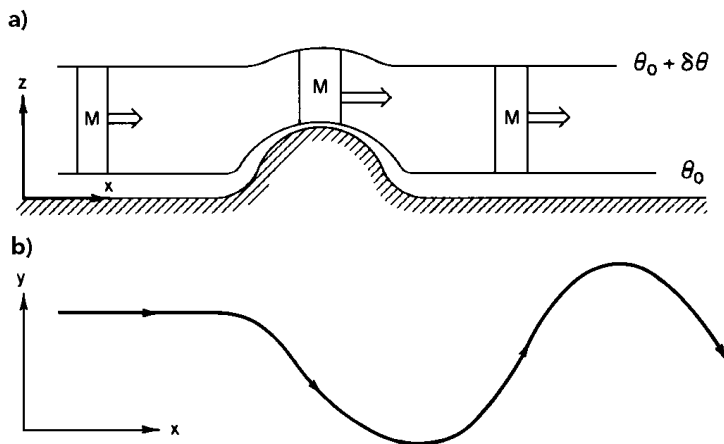
Kao posljedica tog zakona je pojava ciklogeneze u zavjetrini planina pri zapadnoj struji. Takav slučaj prikazan je na slici 3.51a, gdje je na vertikalnom presjeku

predočen prelazak zraka u zapadnoj struji preko prepreke orijentirane u smjeru sjever-jug.

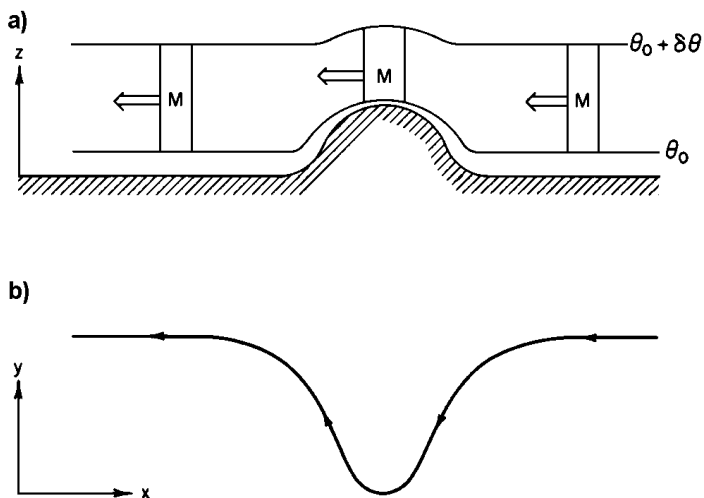
Pretpostavlja se da je zapadno od prepreke čisto zonalno strujanje tako da je $\zeta = 0$. Ako je strujanje adijabatsko onda stupac zraka (na slici 3.51a označen s M) između dviju izentropskih ploha θ_o i $\theta_o + \delta\theta$ ostaje između istih ploha kada zrak naiđe na prepreku. Pri tom, izentropske plohe bliže tlu više prate oblik podloge nego one na većim visinama. Tako se visina stupca zraka Δz smanjuje kada on nailazi na prepreku. U tom slučaju, iz jedn. (3.92) slijedi da relativna vrtložnost ζ treba postati manja (u promatranom primjeru i negativna). Prema tome, zrak će u horizontalnoj ravnini zakretati anticiklonalno tj. prema jugu kako je to prikazano na slici 3.51b. Nadalje, kako se stupac zraka spušta niz istočni obronak planine, on poprima prethodne dimenzije. Istovremeno, čest zraka pomakla se južnije u odnosu na početni položaj pa je Coriolisov parametar f postao manji, što se treba nadoknaditi pozitivnom relativnom vrtložnošću tj. zakrivljenost trajektorije zraka treba biti ciklonalna. Kad se stupac zraka vrati na polaznu geografsku širinu još uvijek će imati komponentu strujanja prema sjeveru poprimajući postupno anticiklonalnu zakrivljenost. Nakon izvjesnog vremena doći će do promjene smjera prema jugu itd. Tako se, u zapadnoj struji, na istočnoj strani prepreke, stvara ciklonalni vrtlog s nizom dolina i grebena dalje od prepreke.

Situacija u slučaju istočnog strujanja preko prepreke je sasvim različita nego u slučaju zapadnog. Pretpostavimo da je strujanje uniformno ispred navjetrine prepreke. U tom slučaju, prilikom prelaska preko prepreke strujanje bi trebalo zakretati anticiklonalno da bi se održala potencijalna vrtložnost. Na taj način, čest zraka bi krenula prema većim širinama, a porast Coriolisovog parametra uvjetovao bi još jaču negativnu vrtložnost radi očuvanja potencijalne vrtložnosti. Kao posljedica toga moglo bi biti vraćanje česti zraka prema istoku što bi dovelo u pitanje stacionarnost strujanja uz očuvanje potencijalne vrtložnosti (vidi Holton, 1979).

Zbog navedenih razloga, za razliku od zapadnog, istočno strujanje "*mora osjećati*" prepreku i prije nego na nju naiđe (vidi također Holton, 1979). Kako je naznačeno na slici 3.52a, stupac zraka zakreće ciklonalno prije dolaska na prepreku. Ova ciklonalna zakrivljenost nastaje kao rezultat strujanja po izobarama polja tlaka nastalim zbog djelovanja prepreke. Ova pozitivna vrtložnost uravnotežena je smanjenjem Coriolisovog parametra u cilju očuvanja potencijalne vrtložnosti. Kako stupac zraka prilazi vrhu prepreke nastavlja se gibati prema ekvatoru tako da se smanjenje njegove visine kompenzira smanjenjem od f . Konačno, kako se čest spušta niz prepreku prema zapadu, proces je obrnut pa stupac zraka dopijeva na polaznu geografsku širinu i nastavlja gibanje prema zapadu (slika 3.52b). Tako, u slučaju zapadnog strujanja u zavjetrini ono prelazi u valovito dok to izostaje u slučaju istočnog strujanja.



Slika 3.51 Ilustracija zapadnog strujanja preko orografske prepreke: a) visina Δz stupca zraka (M) između izentropskih ploha θ_0 i $\theta_0 + \delta\theta_0$ duž koordinatne osi x ; b) trajektorija česti (stupca) zraka u (x,y) ravnini (Holton, 1979; str. 89).



Slika 3.52 Isto kao na slici 3.51, osim za istočnu zračnu struju (Holton, 1979; str. 90).

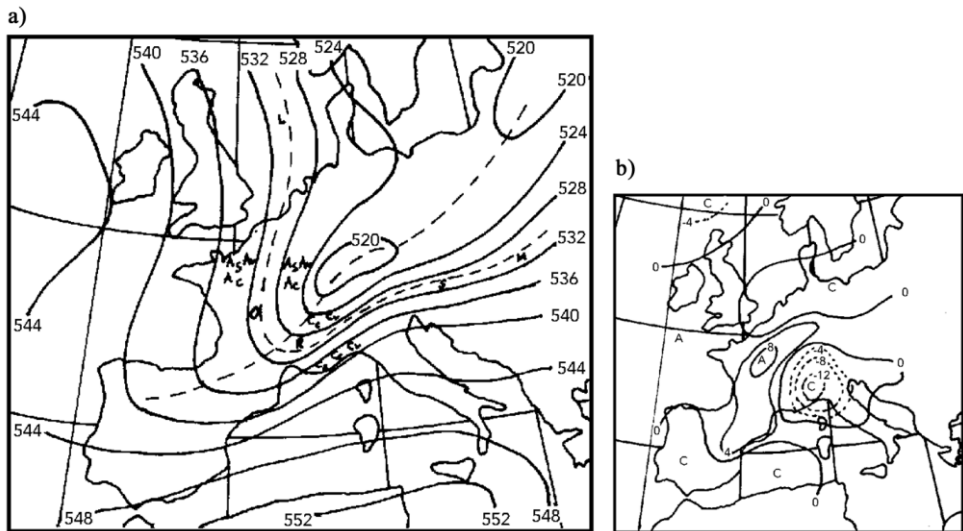
Primjer tipične zavjetrinske ciklogeneze javlja se na istočnoj strani *Stijenjaka* u Sjedinjenim Američkim Državama koji je *velikih* dimenzija i približno položen u smjeru sjever-jug. Taj proces je izraženiji ako već postoji iniciran "kratkovalni" poremećaj u zapadnoj struji na većim visinama tj. dolina u polju geopotencijalnih visina u srednjoj ili višoj troposferi (vidi Bluestein, 1993).

3.4.8.2 *Zavjetrinska ciklogeneza kao posljedica uspora hladnijeg zraka*

Tipičan primjer zavjetrinske ciklogeneze kao posljedice *uspora* "prizemnog" hladnijeg zraka događa se na južnoj strani Alpa, za vrijeme sjeverozapadnih prodora. To je ujedno i sekundarna ciklogeneza jer nastaje na hladnoj fronti koja je dio frontalnog sustava ciklone koja putuje sjevernije. Deformacija prizemnog termičkog polja odnosno hladne fronte, uzrokovana zastojem hladnijeg zraka na sjevernoj strani Alpa, već je opisana u potpoglavlju 3.2.2.6.

Podrobniju analizu alpske ciklogeneze pomoću Sutcliffeove teorije izlažu Radinović i Lalić u svojem radu iz 1959. godine. Korištenjem Sutcliffeove jedn. (3.60) oni izračunavaju ukupnu divergenciju polja vjetra na plohi 1000 hPa za područje Europe i nekoliko uzastopnih sinoptičkih termina. Za termin 11. siječnja 1957. godine u 00 GMT dobivaju izraženiji porast negativne divergencije (tj. konvergencije) u promatranom polju vjetra na području Alpa (slika 3.53) u odnosu na okolna područja i prethodni sinoptički termin. Pokazali su također da je doprinos člana "*termalne vrtložnosti*" iz Sutcliffeove jednadžbe najizraženiji u zapadnom dijelu alpskog područja, dok je doprinos člana "*termalnog upravljanja*" izraženiji nešto istočnije (ovdje nije prikazano). Prema autorima, doprinos člana "*termalne vrtložnosti*" je većim dijelom posljedica *deformacije* termalnog polja na Alpama tj. polja RT 500/1000 hPa, a doprinos člana "*termalnog upravljanja*" tumače postojanjem već stvorene ciklone na južnoj strani Alpa, a čije postojanje nije zabilježeno zapadno od njih u promatranom terminu kao ni prethodnom. "*Širinski član*" je zanemaren.

Na sličan način Bluestein (1993) objašnjava ciklogenezu na južnoj strani Alpa. Za tu svrhu on koristi tradicionalni oblik ω -jednadžbe (3.68). Na desnoj strani te jednadžbe je funkcija prisile, koja oblikuje polje vertikalnog strujanja i koja ima dva člana: prvi član predstavlja *diferencijalnu advekciju vrtložnosti*, a drugi *laplacean termalne advekcije*, što je već rečeno u potpoglavlju 3.4.6. Bluestein (1992) te članove, u konkretnom primjeru alpske ciklogeneze (slika 3.54), prikazuje oznakama $-\partial(VA) / \partial p > 0$ (eng. Vorticity Advection; VA) i CA (eng. Cold Advection) jer pretpostavlja povećanje advekcije vrtložnosti po visini i advekciju hladnog zraka u nižim slojevima troposfere. Prvi član uzrokuje uzlazna



Slika 3.53 Tumačenje ciklogeneze u zavjetrini Alpa pomoću Sutcliffeove teorije razvoja: a) Izohipse RT 500/1000 hPa (pune linije) na području Europe za 11. siječnja 1957. godine u 00 GMT. Crtkana linija u smjeru SW-NE predstavlja os doline, a crtkana linija L-O-R-S-M predstavlja os "mlazne" struje u polju termalnog vjetra. Oznake C i A označavaju ciklogenetički odnosno anticiklogenetički proces na mjestu gdje se nalaze, dok njihovi indeksi označavaju doprinose pojedinog člana "termalne vrtložnosti" (s - promjena smicanja termalnog vjetra duž izohipsi, v - promjena termalnog vjetra također duž izohipsi, c - odgovarajuća promjena zakrivljenosti izohipsi). b) Razdioba divergencije polja vjetra (10^{-6} s^{-1}) na plohi 1000 hPa, izračunata prema Sutcliffeovoj jednadžbi. Pune linije predstavljaju pozitivne, a crtkane negativne vrijednosti divergencije (Radinović i Lalić, 1959; str. 35).

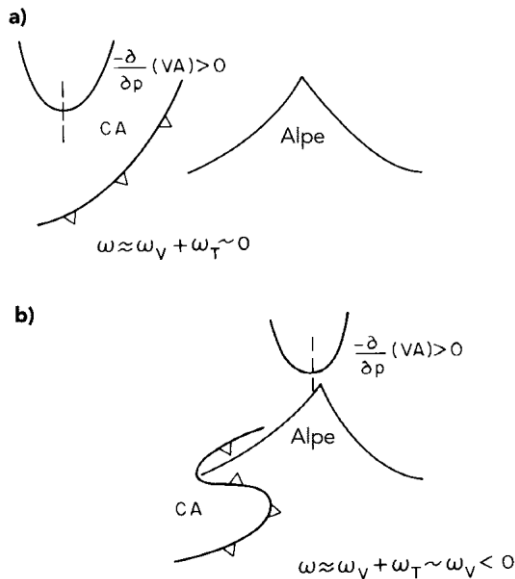
gibanja ($\omega_v < 0$), a drugi silazna ($\omega_T > 0$). Prema tome, utjecaji dvaju članova se mogu poništavati dok djeluju na istom prostoru (slika 3.54a).

Nakon zadržavanja hladnog zraka u navjetrini Alpa, hladna advekcija izostaje pa se time otvara mogućnost razvoja uzlaznih gibanja bez kompezacijskog efekta koji bi uzrokovala hladna advekcija (slika 3.54b). Uzlazna gibanja nadalje potiču ciklogenetički proces (vidi potpoglavlje 3.4.6) u zavjetrini Alpa.

Pitanjem ciklogeneze na južnoj strani Alpa, pored ostalih, bavili su se talijanski meteorolozi *Buzzi* i *Tibaldi* (vidi Houghton 1985; Ray, 1986). U svom radu iz 1978. godine vrlo detaljno analiziraju "školski" primjer alpske zavjetrinske ciklogeneze iz travnja 1973. godine. Zbog važnosti tog sustava za naše krajeve, uputno je detaljnije razmotriti Buzzi-Tibaldijevu analizu.

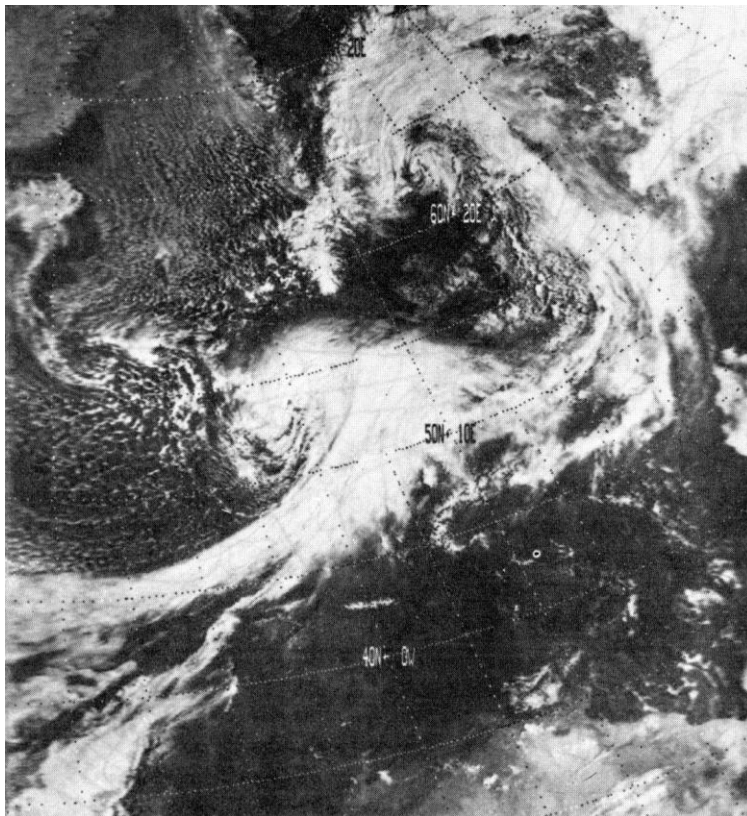
Prvog analiziranog dana tj. 2. travnja 1973. godine u 12 GMT, centar duboke ciklone s izraženim frontalnim sustavom nalazio se istočno od Velike Britanije, a dva centra anticiklone bila su iznad sjevernog Atlantika. Opisana situacija

dokumentirana je satelitskom slikom oblaka snimljenom dva sata ranije (slika 3.55) kao i sinoptičkom kartom (slika 3.56a). Tijekom idućih 12 sati, centar ciklone se premješta prema južnom Baltiku, dok greben atlantske anticiklone doseže zapadnu Europu. Istovremeno je naglašeno sjeverno strujanje između ta dva sustava s izraženom hladnom frontom koja tada doseže Alpe, na kojima se već primjećuje njena deformacija (slika 3.56b). U idućem 12-satnom terminu pak, formirana je *sekundarna* ciklona u zavjetrini Alpa (slika 3.56c) koja nastavlja put duž Jadrana prema jugoistoku (slika 3.56d).



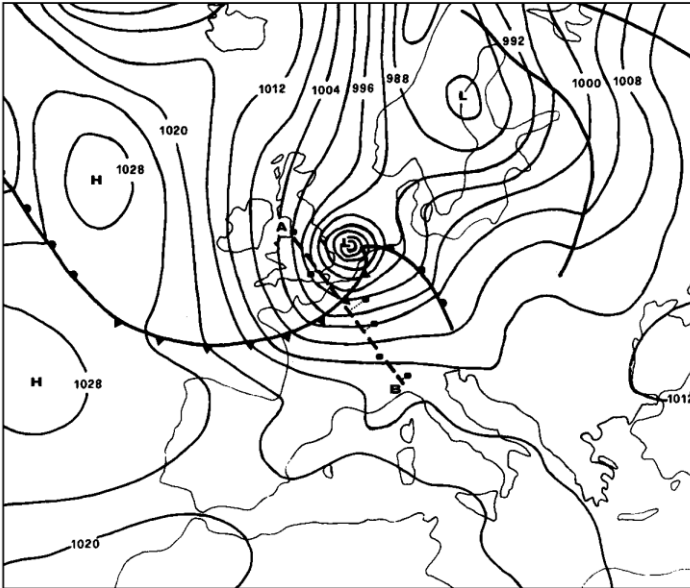
Slika 3.54 Efekti uspora hladnog zraka na Alpama na površinsku ciklogenezu: a) Advekcija vrtložnosti [$-\partial(VA)/\partial p > 0$], povezana je s uzlaznim gibanjem ($\omega_v < 0$), a hladna advekcija (CA) sa silaznim gibanjem ($\omega_T > 0$). b) Prizemni hladni zrak, blokiran planinom, prisiljen je na obilazak sa strane. Učinak advekcije vrtložnosti ne poništava se hladnom advekcijom. Uzlazno gibanje i prizemna konvergencija uzrokuju prizemnu ciklogenezu (Bluestein, 1993 (Vol. II); str. 173)

Nastanak sekundarne visinske doline prikazan je na slici. 3.57. Ona ubrzo prerasta u visinsku "ciklonu" tj. realizira se "cut-off" proces odnosno "odvajanje" ciklone.

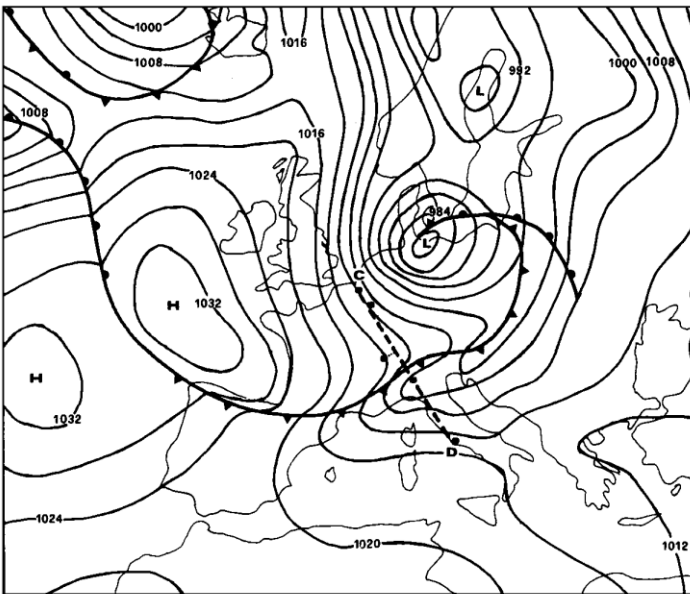


Slika 3.55 Satelitski snimak oblaka iznad Europe u vidljivom spektru za 2. travnja 1973. godine, oko 10 GMT (Buzzi i Tibaldi, 1978; str. 276).

Usporeni prelazak hladne fronte preko alpskog masiva prikazan je i na vertikalnim presjecima na slikama 3.58-3.60. Vertikalni presjeci su približno okomiti kako na frontu tako i na Alpe, aproksimativno u smjeru hladnog prodora. Na slici treba obratiti pozornost na područja zgusnutih i nagnutih izentropa u troposferi koje naznačuju područje hladne fronte (vidi Dodatak F). Područje fronte u prizemlju je sjeverno od Alpa na prvoj od tri slike, na drugoj je iznad Alpa (vidljivo odvajanje dijela fronte u srednjoj troposferi od prizemne) te na južnoj strani Alpa na trećoj slici. Na navedenim slikama uočava se mlazna struja na visini uvijek ispred fronte.

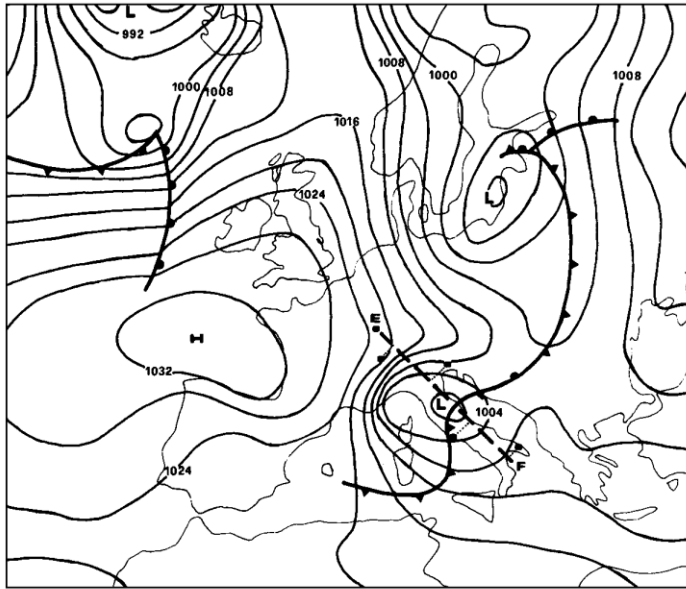


2 April 1973, 12 GMT

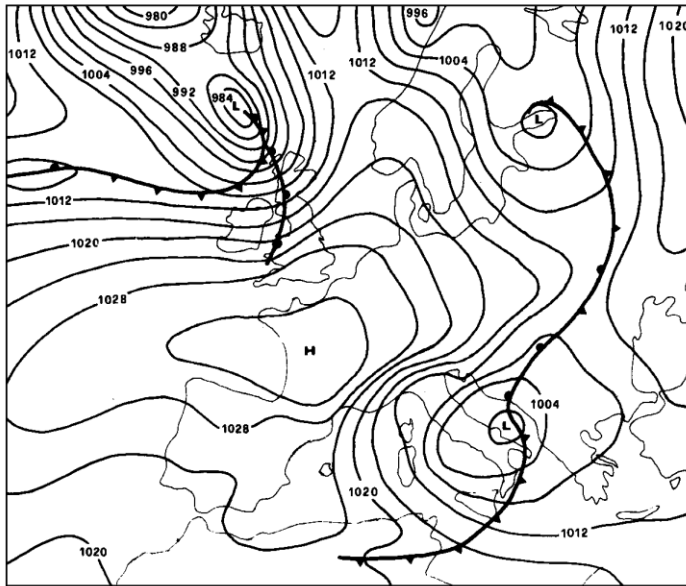


3 April 1973, 00 GMT

Slika 3.56 Prikaz prizemne sinoptičke situacije na području Europe u četiri 12-satna uzastopna termina počev od 2. travnja 1973. godine u 12 GMT. Pune linje predstavljaju izobare izražene u hPa, dok su tople i hladne fronte označene standardnim simbolima. Crtkano je naznačen položaj vertikalnih presjeka predočenih na slikama 3.58-3.60. Kvadratići u blizini te crtkane linije ukazuju na položaj radiosondažnih postaja koje su upotrebene za izradu vertikalnih presjeka (Buzzi i Tibaldi, 1973; str. 273 i 274).

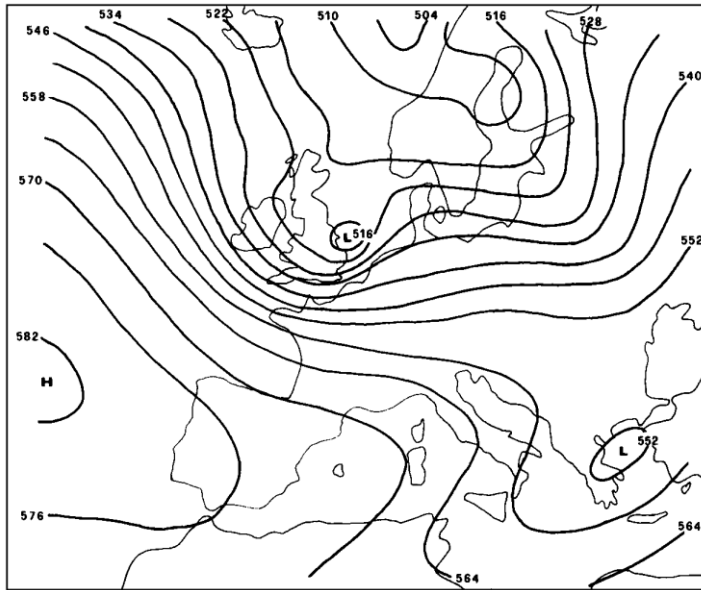


3 April 1973, 12 GMT

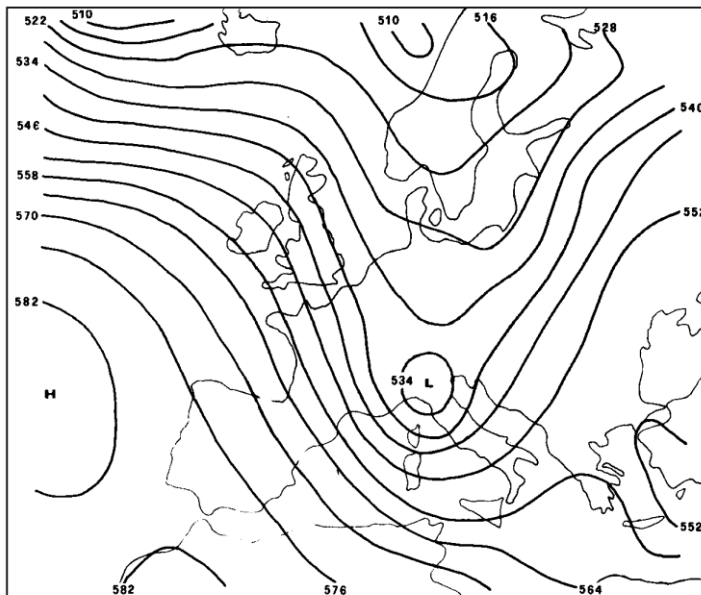


4 April 1973, 00 GMT

Slika 3.56 Nastavak.

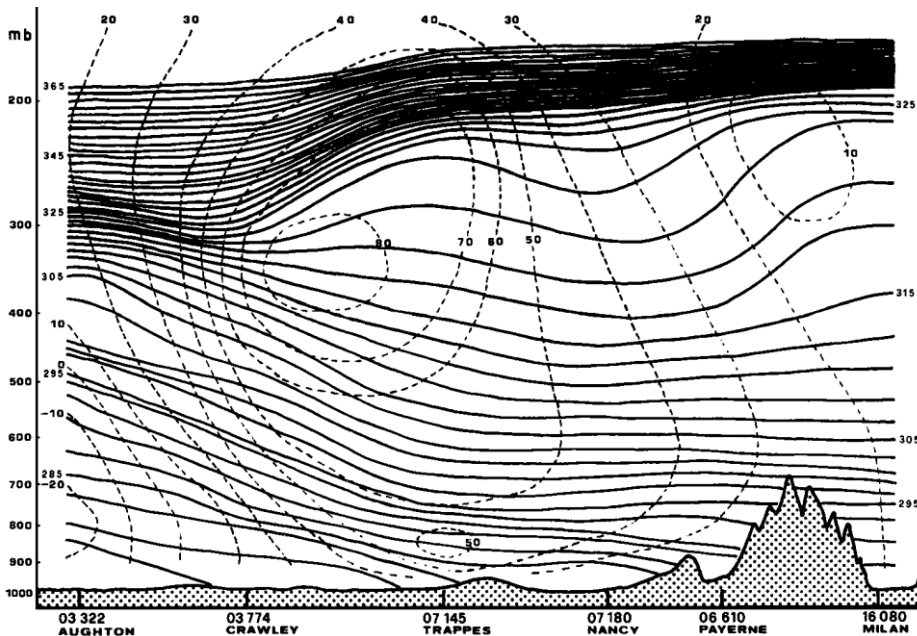


2 April 1973, 12 GMT

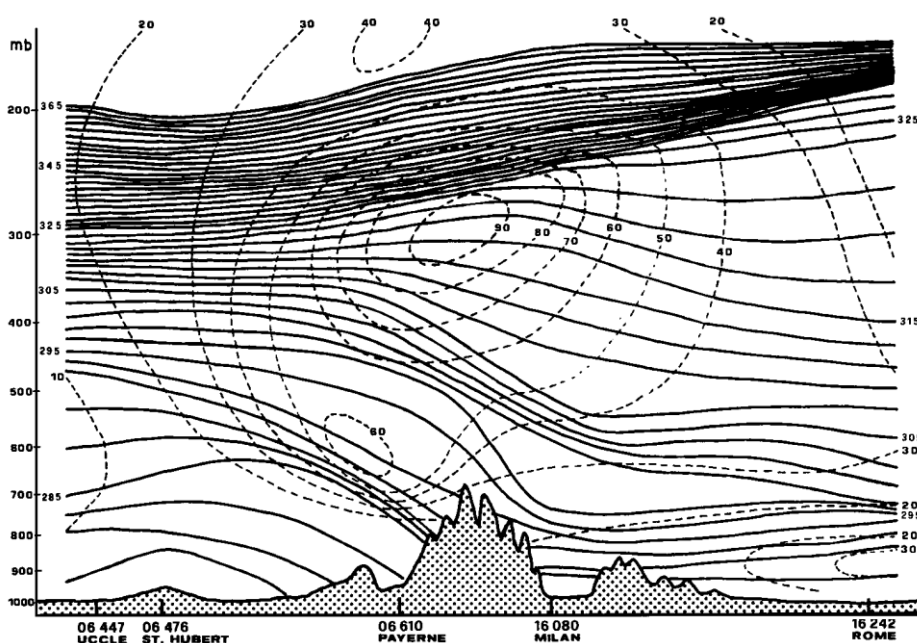


3 April 1973, 12 GMT

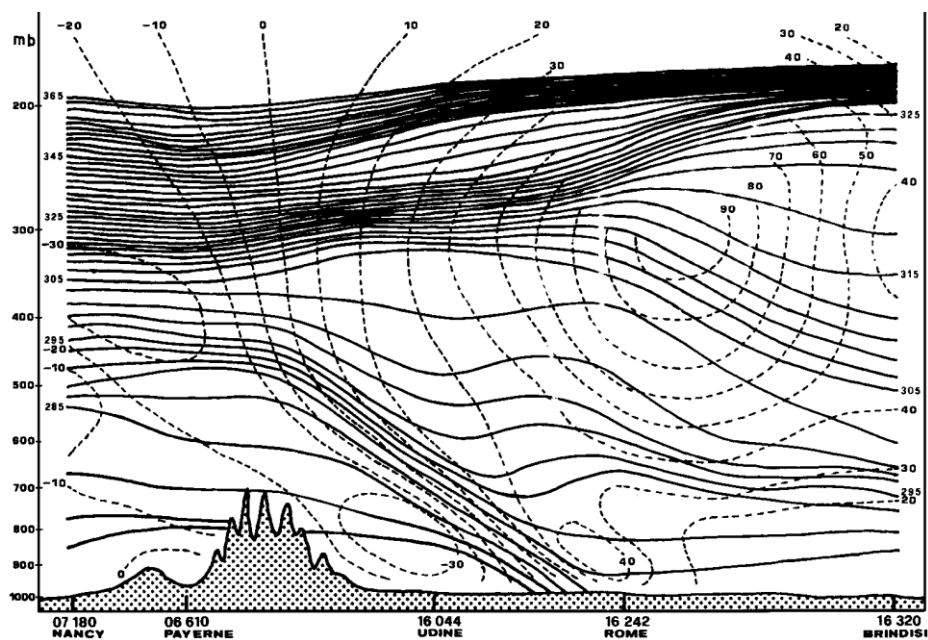
Slika 3.57 Analiza geopotencijalnih visina plohe 500 hPa (pune linije) za dva sinoptička termina iz razdoblja ciklogeneze u zavjetrini Alpa. Visine izobarne plohe izražene su u geopotencijalnim dekametrima, a termini su naznačeni na slikama (Buzzi i Tibaldi, 1973; str 275).



Slika 3.58 Vertikalni presjek duž linije A-B sa slike 3.56a koji se odnosi na sinoptičku situaciju od 2. travnja 1973. godine u 12 GMT. Pune linije su izentropne, a crtkane na presjek okomite komponente vjetrova izražene u čvorovima (Buzzi i Tibaldi, 1978; str. 277).



Slika 3.59 Vertikalni presjek duž linije C-D na slici 3.56b koji se odnosi na sinoptičku situaciju od 3. travnja 1973. godine u 00 GMT. Vidi sliku 3.58 (Buzzi i Tibaldi, 1978; str. 277).



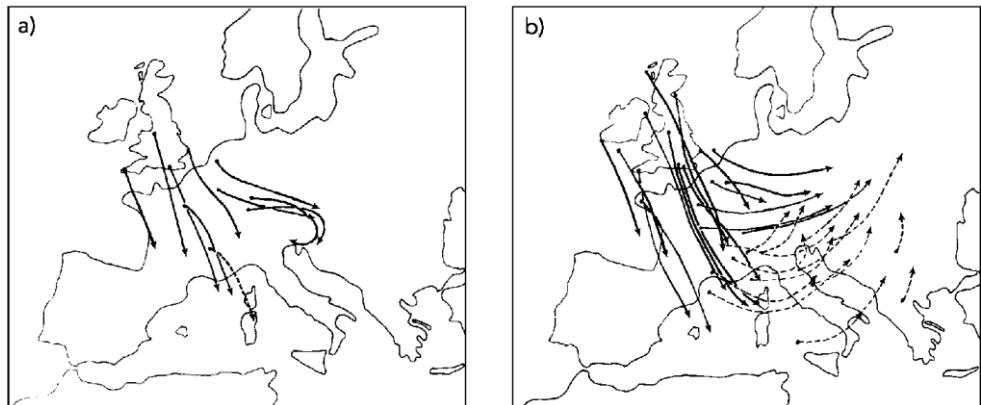
Slika 3.60 Vertikalni presjek duž linije E-F sa slike 3.56c koji se odnosi na sinoptičku situaciju od 3. travnja 1973. godine u 12 GMT. Vidi također sliku 3.58 (Buzzi i Tibaldi, 1978; str. 279).

Dijagnoza polja strujanja, prikazana na slici 3.61, ističe utjecaj Alpa na to polje. Naime, analizom strujanja na izentropskoj plohi 285 K koja je nešto ispod vrha Alpa (između 850 i 650 hPa), uočava se difluentno strujanje na Alpama tj. razdvajanje strujanja na dvije grane: jednu zapadno i drugu istočno od Alpa (slika 3.61a). Posebno se uočava orografski utjecaj na istočnoj strani Alpa, gdje je evidentna anticiklonalna zakrivljenost trajektorija česti zraka. Ova komponenta strujanja je odgovorna za prodor hladnog zaraka u sjeverni Jadran i dolinu rijeke Po. Ovakav tip strujanja prepoznatljiv je u mnogim slučajevima alpske ciklogeneze i može doprinijeti pojavi *bure* (relativno hladan vjetar na istočnoj obali Jadrana o kome će biti još u potpoglavlju 4.6.2). Na slici 3.61b prikazane su trajektorije na izentropskoj plohi 295 K koja zahvaća topli sektor na prednjoj strani zavjetrinske ciklone. One se znatno razlikuju od onih na slici 3.61a. Pune linije označavaju prodor hladnog zraka u zapadni Mediteran dok se topliji zrak diže iznad hladnog "klina" koji prodire na istočnom rubu Alpa što je opisano prethodno.

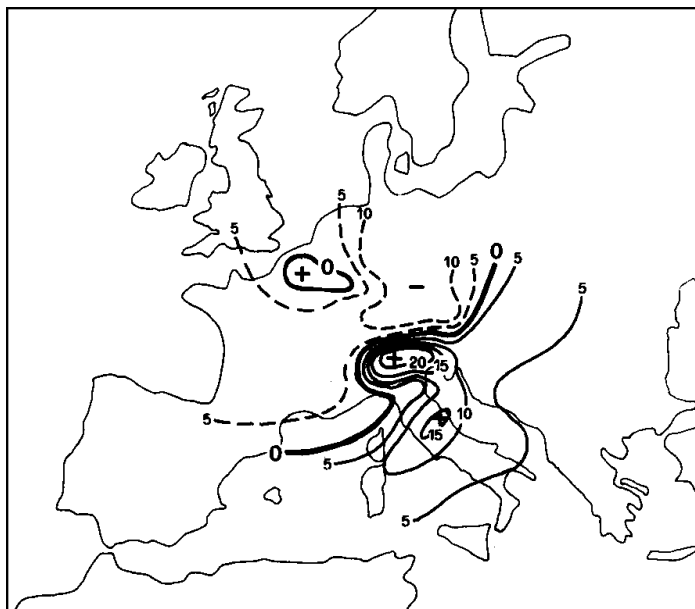
Dopunski uvid u polje vertikalnih gibanja omogućuje razdioba vertikalnih brzina na izentroskoj plohi 295 K koja leži na toploj strani prizemnog frontalnog sloja (vidi slike 3.59 i 3.60). Ta razdioba prikazana je na slici 3.62. Sa slike je vidljivo da prevladavaju uzlazna gibanja južno od Alpa, a osobito u sjevernoj Italiji i sjevernom Jadranu. *Nef* analiza (analiza naoblake) ukazuje na dobro slaganje razdiobe uzlaznih vertikalnih brzina s razdiobom naoblake južno od Alpa (slika 3.63).

Pichler i Steinacker (1987) identificiraju dva osnovna tipa alpske zavjetrinske ciklogeneze prema smjeru visinskog vjetra na području Alpa tj. “jugozapadni” i “sjeverozapadni” tip (slika 3.64; vidi Newton and Holopainen, 1990). U prvom se slučaju visinska dolina giba od zapada prema istoku u prevladavajućoj zapadnoj makrostruji. Orografski utjecaj je osobito uočljiv ako se visinska dolina sporo giba. U drugom slučaju, visinski poremećaj putuje u prevladavajućoj sjevernoj odnosno sjeverozapadnoj visinskoj makrostruji. U oba slučaja dolazi do deformacije prizemne hladne fronte postojeće (primarne) ciklone, kao što je prikazano na slici 3.64. Na istoj slici je također skiciran frontalni sustav zavjetrinske (sekundarne) ciklone.

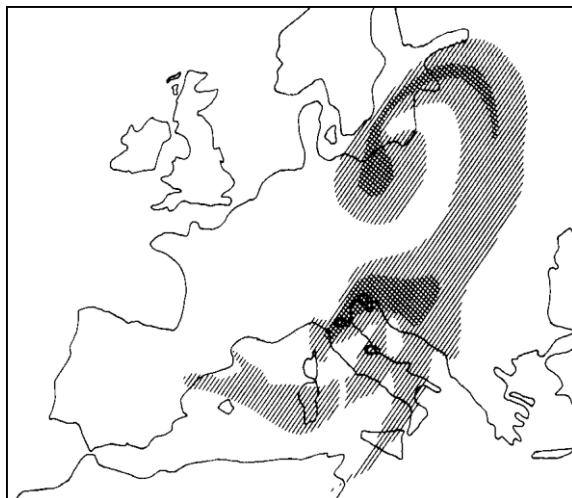
Mogućnost nastanka ciklonalnih vrtloga mezorazmjera u zavjetrini Alpa i Dinarida diskutiraju Tutiš (1995) i Ivančan-Picek (1998) u svojim doktorskim disertacijama. One naglašavaju ciklogenetičnost na području Jadrana koji je često u “sjeni” ciklogenički aktivnog Đenovskog zaljeva. Pri tome, pored klasičnih metoda, koriste rezultate objektivne analize i produkte prognostičkih mezomodela.



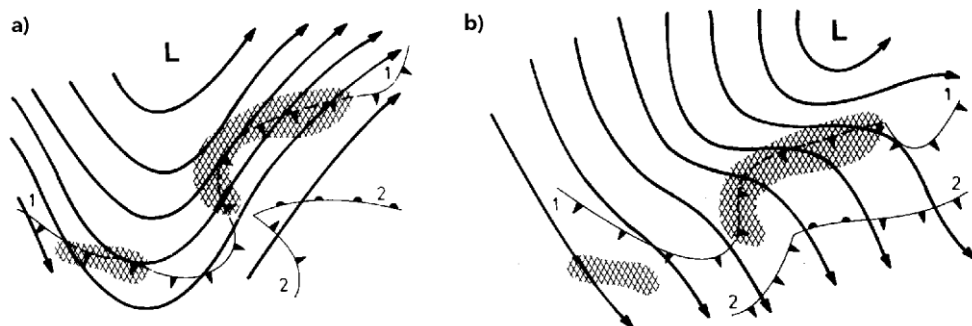
Slika 3.61 Trajektorije česti zraka na izentropskim plohama za 3. travnja 1973. godine od 00 do 12 GMT. Pune linije označavaju silazne trajektorije, a crtkane uzlazne. Izentropske plohe: a) $\theta = 285$ K i b) $\theta = 295$ K (Buzzi i Tibaldi, 1978; str. 280).



Slika 3.62 Prosječne vertikalne brzine na izentropskoj plohi $\theta = 295$ K za 3. travnja 1973. godine od 00 do 12 GMT. Pune linije naznačuju uzlazno, a crtkane silazno gibanje. Izolinije su označene u desetinama hPa/12 sati (Buzzi i Tibaldi, 1978; str. 282).



Slika 3.63 Nef-analiza za 3. travnja 1973. godine oko 11 GMT. Svjetlije sjenčano područje označava ravnomjeran oblačni pokrivač, a jače sjenčano područje označava neprekidne oborine. Područje isprekidane naoblake nije razmatrano (Buzzi i Tibaldi, 1978; str. 281).



Slika 3.64 Shematska ilustracija topografije visinskih ploha za “jugozapadni” (lijevo) i “sjeverozapadni” (desno) tip alpske ciklogeneze. Atmosferske fronte “primarne” ciklone označene su brojem “1”, a “sekundarne” s brojem “2”. Područja Alpa i Pirineja označena su sjenčano. (Newton i Holopainen, 1990; str. 119)

Iako ovdje izneseni rezultati prilično dobro rasvijetljavaju proces ciklogeneze s južne strane Alpa, u stvarnosti se mogu javiti različite situacije koje je teško uokviriti u bilo koju *šablonu* do koje se došlo dosadašnjim istraživanjima (vidi Newton i Holopainen, 1990). Naime, katkad nije jednostavno izdvojiti blokirajući utjecaj Alpa na ciklogenezu iako on može biti prisutan, jer postoje i drugi mehanizmi koji potiču taj proces (baroklinost, diskontinuitet kopno-more, tip zračne mase itd). S druge strane, treba istaći da je promatrano područje na stazi ciklona koje dolaze iz različitih smjerova, na primjer s jugozapada ili juga koje se mogu ovdje modificirati ili usporiti, a nisu pod utjecajem opisanog blokirajućeg efekta. Bez obzira na uzroke, značaj ciklona s južne strane Alpa, najčešće tretiranim kao *Denovske ciklone*, imaju presudan utjecaj na oborinske prilike u Hrvatskoj osobito u njenom primorskom dijelu (vidi Pandžić et al., 1994; Penzar i Penzar, 1978).

3.5 Povezanost polja temperature, vlažnosti, vertikalnih gibanja i oborine

Važni meteorološki parametri, s praktične točke gledišta, jesu polja naoblake i oborinsko polje tj. količina oborine koja se izluči u određenom razdoblju na jedinicu površine. Pojava oblaka i oborine usko je vezana za područja uzlaznih strujanja koja su pratilac ciklona i atmosferskih fronti, orografskih prepreka kao i

konvektivnih procesa. Pri tome je također bitna razdioba temperature i vlažnosti zraka. Međusobni odnos navedenih veličina moguće je izraziti analitički.

Može se poći od aproksimativne formule za maksimalnu specifičnu vlažnost q_s zasićenog zraka tj.

$$q_s = \frac{m_{v_s}}{m_d} \approx \frac{0.622 e_s}{p}, \quad (3.93)$$

gdje je e_s tlak vodene pare zasićenog zraka, p tlak zraka, m_{v_s} masa vodene pare i m_d masa suhog zraka (vidi Haltiner, 1971). Diferenciranjem gornje jednadžbe po vremenu dobivamo

$$\frac{1}{q_s} \frac{dq_s}{dt} = \frac{1}{e_s} \frac{de_s}{dt} - \frac{\omega}{p}, \quad (3.94)$$

gdje je $\omega = dp/dt$. Jedn. (3.94) povezuje vremensku promjenu maksimalne specifične vlažnosti s vremenskom promjenom tlaka vodene pare zasićenja i vertikalnim strujanjem. *Clausius-Clapeyronova* jednadžba povezuje maksimalni tlak vodene pare zasićenog zraka i temperaturu zraka

$$\frac{de_s}{e_s} = \frac{L dT}{R_v T^2}, \quad (3.95)$$

gdje je R_v plinska konstanta za vodenu paru i L latentna toplina isparavanja (kondenzacije). Za detaljnije objašnjenje općenitijeg integriranog oblika iste jednadžbe vidi, na primjer, udžbenik Bluesteina (1992).

Uvrštavanjem (3.95) u (3.94) nalazimo

$$\frac{1}{q_s} \frac{dq_s}{dt} = \frac{L}{R_v T^2} \frac{dT}{dt} - \frac{\omega}{p}. \quad (3.96)$$

Pretpostavljajući da je kondenzacija rezultat adijabatskog hlađenja zraka, prvi zakon termodinamike postaje

$$-\frac{L dq_s}{dt} = c_p \frac{dT}{dt} - \frac{RT}{p} \omega, \quad (3.97)$$

gdje je c_p specifična toplina zraka uz konstantan tlak i R plinska konstanta za zrak. Eliminirajući dT/dt između (3.96) i (3.97) slijedi

$$\frac{dq_s}{dt} = \frac{q_s T}{p} \left(\frac{LR - c_p R_v T}{c_p R_v T^2 + q_s L^2} \right) \omega = \frac{\delta F_p \omega}{p}, \quad (3.98)$$

uz

$$F_p = q_s T \left(\frac{LR - c_p R_v T}{c_p R_v T^2 + q_s L^2} \right)$$

i

$$\begin{aligned} \delta &= 1 \text{ za } \omega < 0 \text{ i } q \geq q_s, \\ \delta &= 0 \text{ za } \omega \geq 0 \text{ ili } q < q_s, \end{aligned} \quad (3.99)$$

gdje q označava specifičnu vlažnost zraka. Alternativno, može se pretpostaviti neka kritična vrijednost zasićenosti (umjesto 100%) ili općenito definirati δ kao funkciju relativne vlažnosti zadanu omjerom q/q_s .

Ako se pretpostavi da će se čitava kondenzirana količina vodene pare izlučiti u obliku oborine, može se napisati jednostavna jednadžba koja daje iznos oborine P po jediničnoj površini u vremenu Δt tj.

$$P = - \int_t^{t+\Delta t} \int_0^\infty \frac{dq_s}{dt} \rho dz dt = - \int_t^{t+\Delta t} \int_0^\infty \frac{\delta F_p \omega}{pg} dp dt, \quad (3.100)$$

kako je

$$dp = -\rho g dz$$

i

$$dm_{v_s} = dq_s dm_d = dq_s \rho dV = dq_s \rho dz.$$

Za izračunavanje gornje veličine P potrebno je odrediti δ kao funkciju relativne vlažnosti (kao što je već rečeno) i vertikalnu brzinu ω . Relativna vlažnost se obično mjeri radiosondažnim uređajima, a vertikalna brzina izračunava na temelju mjerenja drugih veličina (vidi Dodatak J). Uz pretpostavku da je relativna vlažnost zraka manje promjenjiva veličina od vertikalnih brzina, lako je uočiti važnost područja uzlaznih i silaznih gibanja u atmosferskim sustavima za formiranje oblaka i oborina. Treba naglasiti različitu prirodu polja vertikalnih gibanja u sustavima sinoptičkih razmjera, na koje se uglavnom odnose spomenuta potpoglavlja, od konvektivnih oblaka i oborina koji su posljedica nestabilnosti atmosfere (Dodatak F) ili prelaska zraka preko orografskih prepreka (potpoglavlje 4.6), a koji su obično srednjih ili malih razmjera.

4. DJELOVANJE ATMOSFERSKIH POLJA I SUSTAVA NA VRIJEME

U prethodnim poglavljima uglavnom su razmatrani odnosi meteoroloških polja i sustava bez dubljeg osvrta na *njihov utjecaj na vrijeme tj. sveukupno stanje atmosfere na određenom mjestu, odnosno manifestaciju tog stanja koje se očituje kroz vremenske elemente: vjetar, temperaturu, vlažnost i tlak zraka, naoblaku, oborine itd.* Ovisno o utjecaju jednog ili više atmosferskih sustava formira se *tip vremena* odnosno razdioba gore navedenih meteoroloških elemenata unutar atmosferskih polja. Tipovi vremena uglavnom se grupiraju u ovisnosti o atmosferskim sustavima kao što su: *zračne mase, atmosferske fronte, barički sustavi itd.* (vidi Radinović, 1969).

4.1 Odlike vremena u zračnim masama

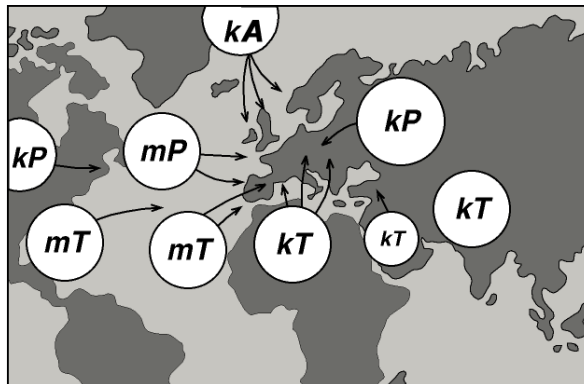
Zračne mase odlikuju se toplinskim svojstvima, količinom vlage u njima, odnosom prema podlozi kao i svojstvima hidrostatičke stabilnosti. Uz slične ostale uvjete *stabilnost* može presudno utjecati na vrijeme u zračnoj masi. Međutim, to ovisi o godišnjem dobu kao i dobu dana. Tako, u stabilnim zračnim masama tijekom ljeta prevladava vedro vrijeme dok u zimskim danima, osobito na kopnu i noću, može prevladavati maglovito ili oblačno vrijeme (obično slojasti oblaci). Na uspostavljanje stabilne stratifikacije utječe noćno hlađenje podloge (najčešće kopnene), osobito u slučaju snijega na tlu. Pri tome se obično pri tlu formira relativno hladniji sloj tj. uspostavlja *temperaturna inverzija*²⁴. Tako se u središnjoj Aziji za vrijeme zimskih mjeseci mogu formirati hladni slojevi zraka (do $-70\text{ }^{\circ}\text{C}$), debljine do 2 km. Na taj se način sjeverni *pol hladnoće* nalazi u tom području, koje je hladnije od *Arktika*.

U nestabilnim zračnim masama, uz povoljne toplinske uvjete i odgovarajuću vlažnost, može doći do razvoja *konvektivnih oblaka* (tzv. oblaka vertikalnog razvoja) tj. *grmljavinskih nepogoda*. Ovaj razvoj obično nastaje u popodnevnim satima tijekom toplog dijela godine (u tropima čitavu godinu) dok za vrijeme noći dolazi do stabilizacije vremena. Općenito toplija podloga podržava konvektivni razvoj. Ljeti je to kopnena površina, a zimi vodena.

²⁴ Pod nazivom *inverzije* (obrata) u meteorologiji podrazumijeva se takva promjena s visinom nekog atmosferskog svojstva, najčešće temperature zraka, kakva nije uobičajena. Temperaturnu inverziju, na primjer, predstavlja porast temperature zraka s visinom. Ovaj termin spominjan je u udžbeniku i ranije.

Karakteristike zračne mase ovise o njihovom izvorištu. *Arktička* zračna masa nastaje u području polarnog kruga (iznad 70° g.š.). Ona obično donosi dobru vidljivost (25-50 km). Ako je maritimnog karaktera, njen nailazak na kopno tijekom ljeta popraćen je grmljavinskim olujama, a ako je s kopna rijetko izaziva oborine (razvijaju se samo cumulusi). Za vrijeme zime, maritimna arktička masa donosi oborine samo duž morskih obala, a kontinentalna vedro i veoma hladno vrijeme uz izrazito malu vlažnost zraka. Područje formiranja zračne mase *umjerenih širina* je od $50-70^\circ$ ljeti i $45-65^\circ$ zimi. Tradicionalno se naziva i polarnom zračnom masom iako to nije opravdano. Ovisno o podlozi na kojoj se dulje zadržavala te smjeru vjetra, može biti maritimna ili kontinentalna, topla ili hladna. Temperatura maritimne zračne mase navedenih širina tijekom zime je razmjerno visoka, a kontinentalne veoma niska te praćena inverzijom, ponekad niža nego u arktičkim zračnim masama, osobito u prizemnom sloju (primjer je spomenuto hlađenje u središnjoj Aziji). Ljeti je donekle suprotno stanje. Naime, tada su maritimne zračne mase umjerenih širina razmjerno hladnije od kontinentalnih koje su toplije u prizemnom sloju nego na visini. Maritimne zračne mase navedenih širina nailaskom nad kopno tijekom ljeta izazivaju oborine, a u kontinentalnim masama istih širina prevladava vedro vrijeme. Područje formiranja *maritimnih tropskih* zračnih masa na sjevernoj polutki je unutar subtropskog pojasa Sjevernog Atlantika i Tihog oceana. Tijekom zime one najčešće dolaze u Europu zapadnim vjetrovima iz područja Azora ili Sredozemlja. Ova masa ima relativno visoku temperaturu i vlažnost. U njoj ili prevladavaju slojasti oblaci ili izmaglica, a vidljivost je općenito slaba. *Kontinentalni tropski* zrak formira se iznad kontinentalnih dijelova subtropskog pojasa u slabo pokretnim anticiklonama kao i područjima sniženog tlaka. To je relativno najtoplija zračna masa koja dopijeva na europski kontinent. Premještanjem ove mase prema sjeveru, uglavnom tijekom ljeta, dolazi do razvoja grmljavinskih oluja. Vidljivost je u njoj smanjena zbog zadržavanja iznad pješčanih pustinja pa eventualne oborine iz nje sadrže čestice prašine ili pijeska. U tom slučaju govori se o "*blatnoj*" kiši ili snijegu. Katkad ti sastojci mogu biti crvenkaste boje pa se spominje termin "*krvava*" kiša ili snijeg. Sam naziv "*tropska*" ne odgovara geografskom položaju izvorišta. Tipični izvorišni položaji opisanih zračnih masa, a koje dopijevaju do Europe, prikazani su na slici 4.1.

U tropskom pojasu formiraju se tzv. *ekvatorijalne* zračne mase koje su većinom bogate vlagom, što pogoduje svakodnevnom razvoju konvektivnih oblaka praćenih grmljavinom i pljuskovima kiše. Međutim, te mase najčešće se zadržavaju unutar tropskog pojasa zbog slabo razvijenih horizontalnih strujanja. Vertikalnim strujanjem prenose se značajne količine vlage i topline u više slojeve atmosfere gdje se onda dalje prenose prema višim geografskim širinama.



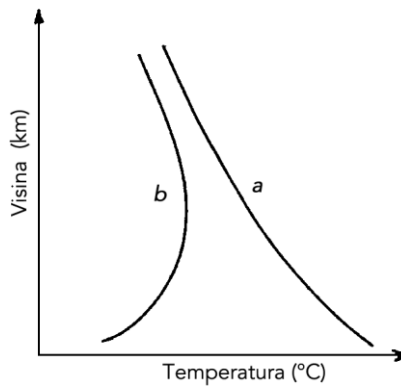
Slika 4.1 Izvorišta zračnih masa za Europu: arktičku (A), polarnu ili umjerenih širina (P) i tropsku (T). Prefiksi *m* i *k* označavaju maritimni odnosno kontinentalni karakter zračne mase (Plazinić, 1985; str. 454).

4.2 Temperaturna inverzija i njen utjecaj na vrijeme

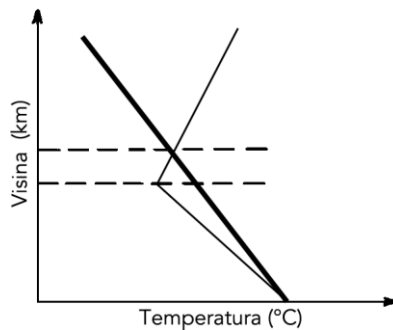
Porast temperature zraka s visinom naziva se *inverzijom* ili *obratom*, što je također već više puta spomenuto. Najčešće se javlja u prizemnom atmosferskom sloju za vrijeme noći, osobito zimi. Povoljni su uvjeti za stvaranje inverzije ako je tlo pokriveno snijegom, u zatvorenim kotlinama i dolinama, za vedra i tiha vremena u anticiklonama. Pod utjecajem toplinskog zračenja zrak se na obroncima hladi i kao specifično teži od okolnog klizi u dolinu (kotlinu). Isti tip hlađenja zahvaća prizemni sloj zraka u ravninama, gdje se topliji zrak prenosi u više slojeve koji postaju sve topliji i specifično lakši od prizemnih. (vidi Plazinić, 1985). Shematski prikaz tipične razdiobe temperature zraka s visinom za vrijeme mirnog i vedrog dana odnosno noći izložen je na slici 4.2.

Sloj atmosfere u kojem temperatura raste visinom naziva se *inverzioni sloj* koji je omeđen donjom (osnovom) i gornjom granicom (vrhom) inverzije. Svaka inverzija je određena visinom donje granice iznad Zemljine površine, debljinom inverzionog sloja tj. razlikom visine gornje i donje granice te *intenzitetom*. Posljednje definira omjer razlike temperature na gornjoj i donjoj granici i debljine inverzionog sloja tj. *vertikalni temperaturni gradijent* (*stopa promjene temperature visinom* ili *vertikalna temperaturna stopa* definira se kao negativni vertikalni temperaturni gradijent; vidi Dodatak F).

Inverzioni slojevi imaju jako stabilnu stratifikaciju i čine prepreku uzlaznom gibanju pa se inverzije nazivaju i *zadržavajućim slojem*. Pretpostavimo da prizemni sloj ima stopu promjene temperature visinom veću od suhadijabatske ($\Gamma > \Gamma_a$; vidi sliku 4.3 i Dodatak F). Iako je taj sloj, po definiciji, apsolutno nestabilan, nakon dolaska česti zraka u inverzioni sloj gdje je vertikalni temperaturni gradijent pozitivan, čest zraka uskoro postaje hladnija od okolnog i kao gušća i teža vraća se prema dolje.



Slika 4.2 Shematski prikaz razdiobe temperature zraka s visinom: a) danju i b) noću (Plazinić, 1985; str. 447).



Slika 4.3 Blokirajući inverzioni sloj. Deblja puna crta predstavlja suhu adijabatu, a tanja krivulju razdiobe temperature visinom. Donja crtkana linija predstavlja početak inverzionog sloja, a druga visinu na kojoj se sijeku dvije krivulje stanja (Plazinić, 1985; str. 447).

Prema visini donje granice, inverzije se dijele na *prizemne* i *visinske* (izdignute). Daljnja njihova podjela zasniva se na uzrocima postanka. Tako se prizemne inverzije dijele na *radijacijske* i *advektivne*.

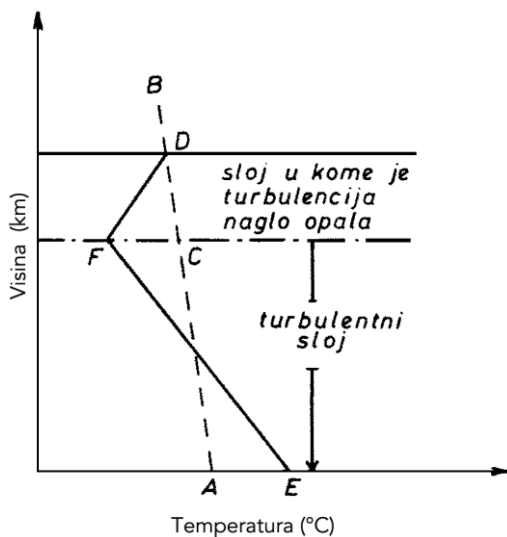
Radijacijske inverzije nastaju uslijed ohlađivanja prizemnog atmosferskog sloja koji je u neposrednom kontaktu s površinom tla, koja se hladi dugovalnim (toplinskim) zračenjem, kao što je već rečeno (vidi sliku 4.2; krivulja stanja označena s *b*). Najčešće se ovakve inverzije javljaju tijekom vedrih i mirnih noći, osobito zimi. U tijeku ljetnih noći radijacijske inverzije počinju se formirati još u večernjim satima. Pojačavaju se tijekom noći dostižući maksimum pred izlazak Sunca. One se međutim brzo "*razbijaju*" nakon izlaska Sunca zbog zagrijavanja i turbulencije pri čemu se privremeno pretvaraju u visinske inverzije. Tijekom zime pak, stvaranje prizemne inverzije može trajati i više dana, ali i njihova trajnost je najčešće višednevna. Kao što je već rečeno, za stvaranje inverzije najpogodnija su područja brdskih ili planinskih udolina i kotlina gdje su one češće i dugotrajnije nego drugdje. Debljina prizemnog inverzionog sloja može biti preko 500 metara. Za radijacijskog hlađenja može doći do formiranja magle ako je zrak dovoljno vlažan da dođe do njegovog zasićenja. Osim toga, ako je hlađenje dugotrajno, može doći do pojave ekstremno niskih temperatura, osobito ako je snijeg na tlu za vrijeme zime. Uzevši u obzir nedostatak sijanja Sunca (i zbog magle), lako je zaključiti da takvo vrijeme može biti neugodno hladno i zahtjevno u odnosu na potrošnju energije za grijanje stambenih i radnih prostora.

Advektivne prizemne inverzije nastaju prilikom premještanja toplijeg zraka nad hladniju podlogu. Takve inverzije se katkad nazivaju i snježnim ili proljetnim, jer su tada najčešće. Naime, u to doba moguće je očekivati nailazak toplijeg zraka nad snijegom pokriveno tlo. Pri tome, iz prizemnog sloja zraka troši se toplina na topljenje snijega pa zrak poprimi temperatru blisku ničtici, dok u višim slojevima ona treba biti viša da bi bila inverzija.

Visinske inverzije se dijele na: *inverzije turbulencije*, *dinamičke inverzije*, *inverzije spuštanja* i *frontalne inverzije*.

Inverzije turbulencije nastaju na visini od nekoliko stotina metara iznad Zemljine površine, odmah iznad prizemnog sloja trenja koji je karakteriziran jakom turbulencijom. Turbulencijom se naime, česti zraka dižu ili spuštaju. Pri prvom procesu se adijabatski hlade, a pri drugom zagrijavaju. Na taj način u turbulentnom sloju mogu nastati veliki negativni vertikalni temperaturni gradijenti bliski gradijentima suhoadijabatskog hlađenja. Na slici 4.4 linija *AB* je krivulja stanja prije pojave turbulencije, a linija *EF* je krivulja stanja nakon pojave turbulencije u prizemnom sloju. Iznad tog sloja pretpostavlja se naglo smanjenje turbulencije gdje krivulja *FD* predstavlja krivulju stanja koja ukazuje na pojavu inverzije u tom sloju. Debljina ovakve inverzije nije velika (nekoliko desetaka metara). Međutim, u ovu kategoriju uvjetno se može ubrojiti "*ostatak*" prizemne inverzije na visini koja se obično počima "*razbijati*" od tla također procesom

turbulencije i zagrijavanjem. Katkad taj proces može "prestat" na nekoj visini, zbog nedovoljnog zagrijavanja na primjer, pa ostatak prizemne inverzije na visini može i dalje egzistirati. Pri tome je moguće razbijanje magle u prizemnom sloju, ali ne i u inverzionom, gdje može postojati "izdignuta" magla odnosno slojasti oblak (stratus).

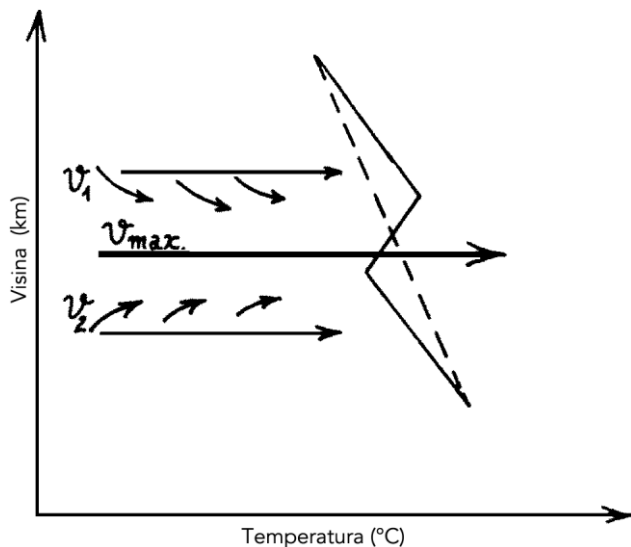


Slika 4.4 Ilustracija nastanka inverzije turbulencije (vidi tekst), (Plazinić, 1985; str. 449).

Dinamičke inverzije se javljaju u područjima "mlaznih struja" tj. u područjima povećanih brzina vjetera s izraženim vertikalnim smicanjem. Naime, ako pretpostavimo da su brzine vjetera v_1 i v_2 znatno manje od one na osi mlazne struje v_{max} , dolazi do silaznog vrtložnog gibanja iznad te osi i do uzlaznog ispod nje. Pri spuštanju zrak se adijabatski grije, a pri dizanju hladi. Pri tome se javlja inverzija u okolini osi mlazne struje (slika 4.5).

Inverzije spuštanja nastaju u područjima iznad kojih je visoki atmosferski tlak (anticiklona). Pod utjecajem silaznih zračnih strujanja, koja su prisutna u takvim situacijama, čest zraka je izvrgnuta procesu sabijanja u vertikalnom i širenja u horizontalnom smjeru (pretpostavka je da se vertikalne brzine spuštanja smanjuju u smjeru tla). Svakih 100 metara spuštanja temperatura česti zraka poveća se za

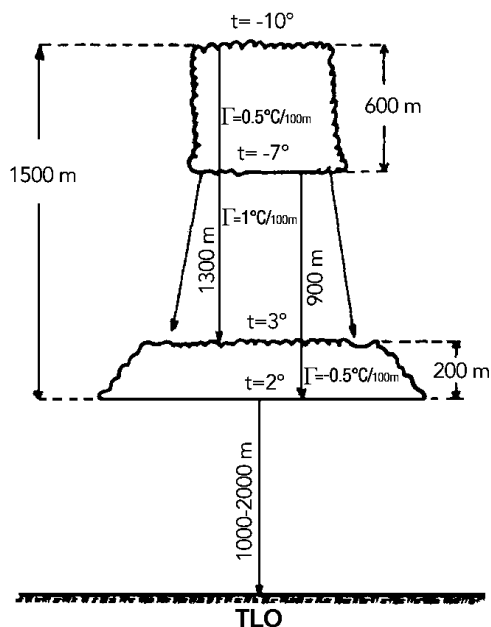
približno 1°C . Proces stvaranja inverzije spuštanja ilustriran je na slici 4.6. Na određenoj visini, neka promatrani sloj zraka, na primjer, ima debljinu 600 m te temperaturu -10°C na gornjoj i -7°C na donjoj granici. Neka je vertikalna temperaturna stopa u ovom sloju $\Gamma=0.5^{\circ}\text{C}/100\text{m}$. Pri spuštanju se ovaj sloj stanjuje i širi u horizontalnom smjeru. Dok se njegova donja granica spusti za 900 m, gornja se spusti za 1300 m, pa njegova debljina iznosi 200 m. Gornja granica pak, sada ima temperaturu 3°C , a donja 2°C , što znači da je vertikalna temperaturna stopa u tom sloju $\Gamma=-0.5^{\circ}\text{C}/100\text{m}$, to znači da je u ovom sloju nastala inverzija. *Anticiklonalne* ili *inverzije spuštanja* zahvaćaju šira područja i traju više dana. U njima, u većini slučajeva dolazi do formiranja slojastih oblaka (stratusa) kako spuštajući zrak dolazi u relativno hladnije slojeve zraka. Dakle, u takvim situacijama osobito zimi prevladava oblačno i tmurno vrijeme, ali ne mora biti i suviše hladno.



Slika 4.5 Ilustracija nastanka dinamičke inverzije. Crtkana linija predstavlja krivulju stratifikacije atmosfere prije nastanka inverzije, a puna tanka linija je odgovarajuća krivulja stratifikacije nakon nastanka inverzije. Debela strelica označava primarno strujanje na osi mlazne struje, a tanje strelice isto strujanje iznad odnosno ispod te osi. Manje strelice označavaju vrtložne struje (sekundarno strujanje), (Plazinić, 1985; str. 450).

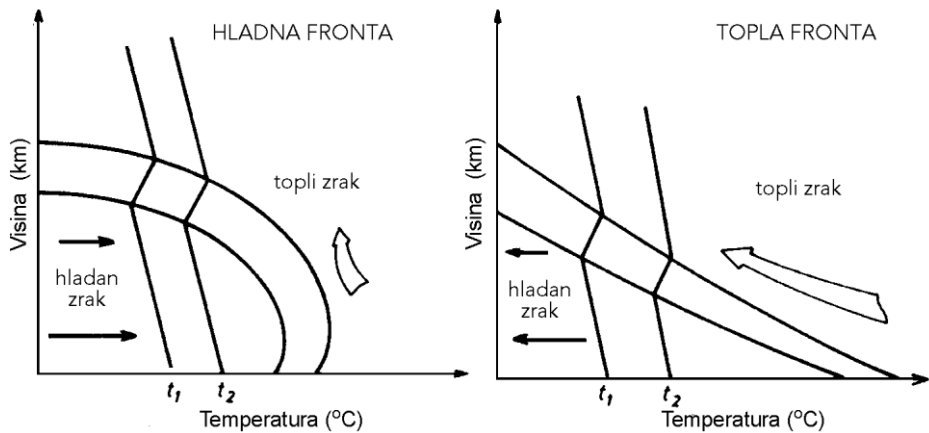
Frontalne inverzije nastaju u frontalnoj zoni, a frontalna zona je, kako je već rečeno, prijelazna zona između hladnog i toplog zraka. Ovdje se opažaju nagle promjene vertikalnog gradijenta temperature koji ukazuje na postojanje izotermije

(temperatura konstantna s visinom) ili inverzije. Visina donje granice ove inverzije ovisi o njenoj udaljenosti od fronte u prizemlju tj. ona se povećava s udaljenosti od prizemne fronte. Na slici 4.7 ilustrirane su frontalne inverzije na toploj i hladnoj fronti. Hladniji zrak uvijek leži ispod toplijeg. Prijelazni sloj leži pod određenim kutem iznad frontalne plohe. On se očituje promjenom vertikalnog temperaturnog gradijenta.



Slika 4.6 Anticiklonalne ili inverzije spuštanja (vidi tekst), (Plazinić, 1985; str. 450).

Sažeto, sve inverzije imaju veliki utjecaj na razvoj mnogih atmosferskih procesa i pojava. Kao što je navedeno, utječu na formiranje magle i slojastih oblaka. One sprečavaju razvoj konvektivnih strujanja pa se inverzioni slojevi nazivaju blokirajućim slojevima. Takvo blokiranje (naziva se i poklopcem), može katkad poticajno djelovati na razvoj intenzivnih konvektivnih nepogoda ako konvektivne struje uspiju probiti tu blokadu na pojedinim mjestima. U tom slučaju veći dio konvektivne energije usmjeri sa na užu prostor pa se tako intenzivira vertikalna struja (vidi Bluestein, 1993).



Slika 4.7 Ilustracija frontalne inverzije. Izlomljene vertikalne linije predstavljaju krivulje stanja, a zakrivljene frontalne plohe. Pune strelice označavaju smjer gibanja hladnog, a nepopunjene toplog zraka (Plazinić, 1985; str. 451).

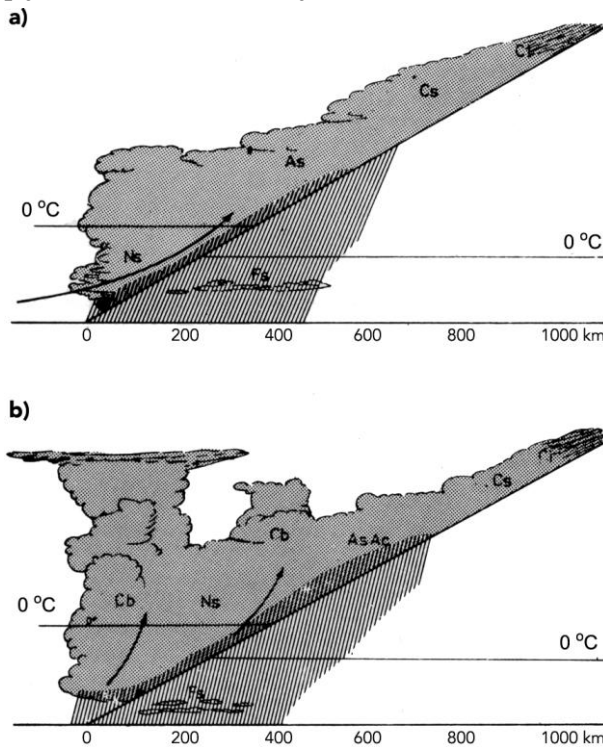
Na području velikih izvora onečišćenja zraka, inverzije čine pogodne uvjete za velike koncentracije zagađenosti zraka u prizemnom atmosferskom sloju koje mogu biti opasne za životnu sredinu. Zbog smanjenja vidljivosti utječu na sve vrste prometa.

4.3 Vrijeme u području atmosferskih fronti

Atmosferske fronte imaju jako izražen utjecaj na vrijeme. Na njima dolazi do nagle promjene smjera vjetera i temperature zraka, potiču razvoj oblaka te izlučivanje oborina. Međutim, taj utjecaj nije uvijek isti. On ovisi o vrsti fronte, njenom intenzitetu, svojstvima zračnih masa, pa čak i o brzini njihovog gibanja. Ovdje će se razmotriti razlike u vremenu uglavnom u ovisnosti o vrsti fronte (topla, hladna ili fronta okluzije).

Topla fronta je najizrazitija u području ciklona i to u njenom početnom stadiju razvoja. Vrijeme u okolini tople fronte je uvjetovano dizanjem zraka na frontalnoj plohi (slika 4.8a). Karakter i intenzitet oblačnog sustava ovisi o vlažnosti zraka kao i karakteru njegovog vertikalnog dizanja. To dizanje nadalje ovisi o razlici brzine gibanja tople i hladne zračne mase. Već na udaljenosti 1000 km od prizemne fronte javljaju se visoki oblaci Cirrusi (Ci), Cirrocumulusi (Cc), Cirrostratusi (Cs)

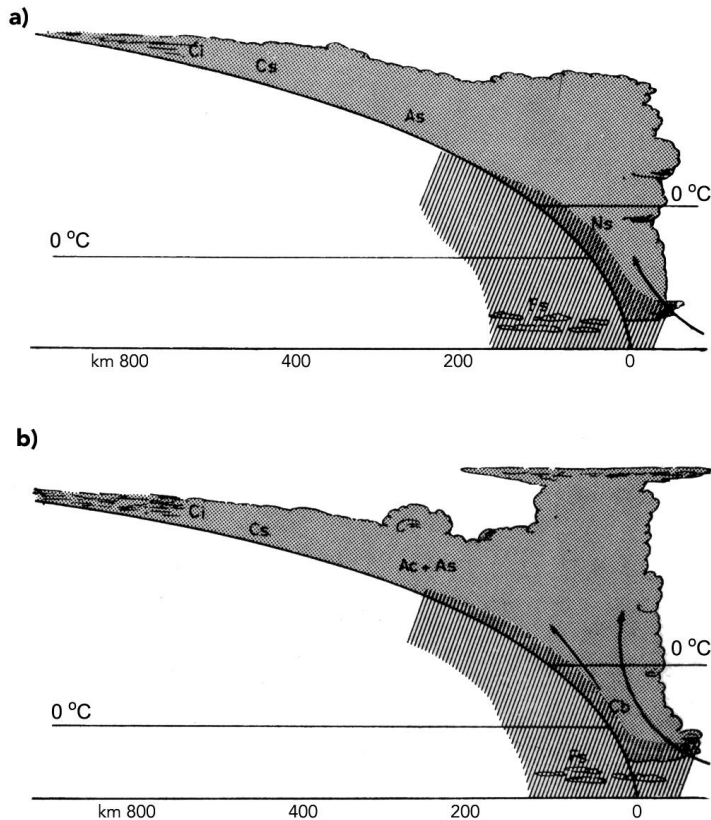
te nakon toga Altostratusi (As) iz kojih pokatkad pada i kiša. Zatim slijedi srednji oblak Nimbostratus (Ns) te napokon Stratus fractus (St fra) i Cumulus fractus (Cu fra). Kišna zona počinje na udaljenosti 200-400 km ispred fronte, a ljeti je uža nego zimi. Prema empiričkim istraživanjima, oborine su većinom najjače na liniji maksimalnog pada tlaka u blizini same fronte jer su tamo uzlazne brzine najveće. Ako je zrak hidrostatski nestabilan može doći do razvoja Cumulonimbusa (Cb) kao što se vidi sa slike 4.8b. Tijekom ljetnog dana, ako je naoblaka razbijena, ispred tople fronte može doći do zagrijavanja u prizemnom sloju atmosfere gdje se fronta rasplinjuje, dok na visini još postoji. Na taj način nastaje topla maskirana fronta. Topla fronta može proći nezapaženo u prizemlju tijekom zime kada ne uspije razbiti inverzioni sloj.



Slika 4.8 Vrijeme u području stabilne (a) i nestabilne (b) *tope fronte* skicirano na vertikalnom presjeku (Devuyst, 1972; str. 90 i 91).

Karakter vremena u području *hladne fronte* također ovisi o brzini njenog gibanja. S tim u vezi razlikuju se sporije fronte *prvog reda*, koje se javljaju bliže centru mladih ciklona, i brže *drugog reda* koje se javljaju na periferiji ciklone.

Kod prvih oblaci As i Ns su slojastog karaktera iza same fronte, a njihov je razvoj djelomično uvjetovan dizanjem toplijeg i vlažnijeg zraka iznad klina hladnijeg zraka. Određenu ulogu također igra i stabilnost toplijeg zraka. Katkad se zato mogu razviti i Cumulonimbusi (Cb) (slika 4.9a).

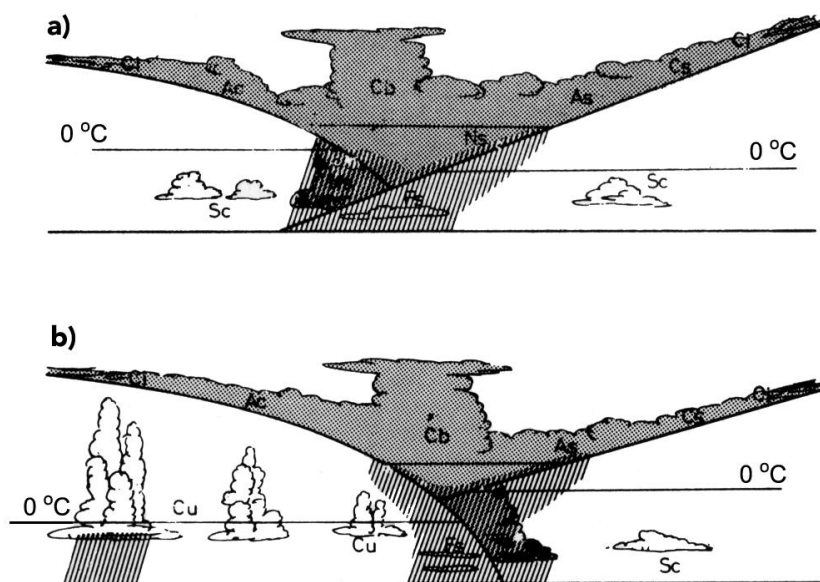


Slika 4.9 Shematski prikaz hladne fronte na vertikalnom presjeku: a) prvog reda i b) drugog reda (Devuyt, 1972; str. 91).

Hladna fronta drugog reda javlja se u područjima velikih horizontalnih gradijenata tlaka tj. tamo gdje su brzine njenog premještanja velike. Oblačni se sustav u tom slučaju razvija ispred fronte (slika 4.9b). Glavni oblaci su Cb. Širina oborinske zone je nekoliko desetaka kilometara. S obzirom na rijetku mrežu postaja motrenja, hladna fronta može izgledati razbijena. U slučaju vlažnijih

zračnih masa oborinska zona može doseći širinu nekoliko stotina kilometara (200-300 km), ali u slučaju relativno suhih i stabilnih zračnih masa oborina može i izostati. Karakteristike vremena na hladnoj fronti ovise o godišnjem dobu odnosno dobu dana. Tako, zimi su slabije razvijeni Cb i ne prelaze visinu od 4 km. Osim toga ispred fronte zimi može doći do intenzivnog prizemnog radijacijskog hlađenja ako je naoblaka razbijena pa nastaje *maskirana* hladna fronta koja se može uočiti samo na višim nivoima. U toplijoj polovini godine hladne fronte su obično dobro izražene. Kada hladnija i vlažnija zračna masa naiđe iznad toplijeg kontinenta nastaje jak razvoj Cb koji doseže visinu tropopauze. Često se javljaju nestabilnosti iza hladne fronte. Ta područja se nazivaju *sekundarnim* hladnim frontama.

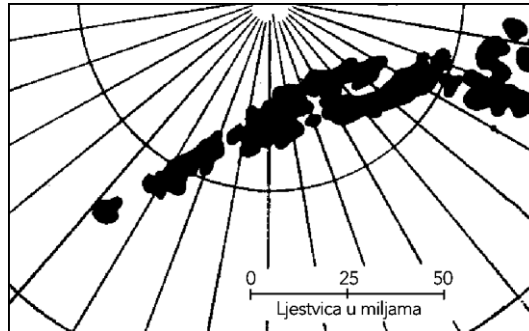
Okludirana fronta predstavlja složenu tvorevinu hladne i tople fronte. S tim u vezi pokazuje karakteristike vremena vezane za njih. Ipak, razlikuju se okluzije tipa tople i tipa hladne fronte. Treba reći da se hladni tip javlja češće ljeti, a topli zimi zbog radijacijskog grijanja odnosno hlađenja podloge u području zračne mase koja je bila ispred tople fronte (slika 4.10). Općenito su na fronti okluzije oborine slabije nego kod "*obične*" fronte. Treba, međutim, istaći i dnevnu ovisnost njenog intenziteta posebno tijekom ljeta. Naime, dnevno zagrijavanje može intenzivirati oborine na okluziji do olujnih razmjera.



Slika 4.10 Okluzija na vertikalnom presjeku: a) tipa tople fronte i b) tipa hladne fronte (Devuyst, 1972; str. 91 i 92).

4.4 Olujne pruge i vrijeme

U zadnjih nekoliko desetljeća uveden je novi pojam u sinoptičku meteorologiju: *olujna pruga* (*pruga maha* ili *pruga nestabilnosti*; eng. squall line).



Slika 4.11 Ilustracija pruge nestabilnosti na panoramskom radarskom zaslonu. Mreža linija predstavlja koordinate daljine na zaslonu, a crno obojana područja označavaju položaj oblaka (prema publikaciji iz 1949. godine meteorološke službe Sjedinjenih američkih država; Radinović, 1969; str. 289).

Naime, analize radarskih zaslona ukazuju na tendenciju postrojavanja vremenskih nepogoda duž linija pojačanog vjetera na manjim visinama u odsutnosti fronte (slika 4.11). Na tom području, dakle, mogu se javiti pojačani vjetrovi praćeni pljuskovima kiše, tučom i grmljavinom, a ponekad se javljaju pijavice i tornada (vidi Radinović, 1969; Ray, 1986).

Linije nestabilnosti se najčešće pojavljuju nekoliko desetaka kilometara ispred hladnih fronti tj. u toplom sektoru ciklone. Katkad se one nazivaju i *pseudofrontama*. Povremeno se javljaju i iza hladne fronte (sekundarna hladna fronta) ili ispred tople fronte osobito ljeti. Njihovom razvoju pogoduju područja turbulencije i konvekcije širih razmjera (vidi Ray, 1986).

4.5 Vrijeme u području baričkih cirkulacijskih sustava

Ako se izostave orografski i drugi lokalni utjecaji onda se vrijeme u baričkim cirkulacijskim sustavima može prikazati kao funkcija njihove dinamičke i

termodinamičke strukture. Pri tom treba uvažiti određene podtipove tih sustava s obzirom na vrijeme.

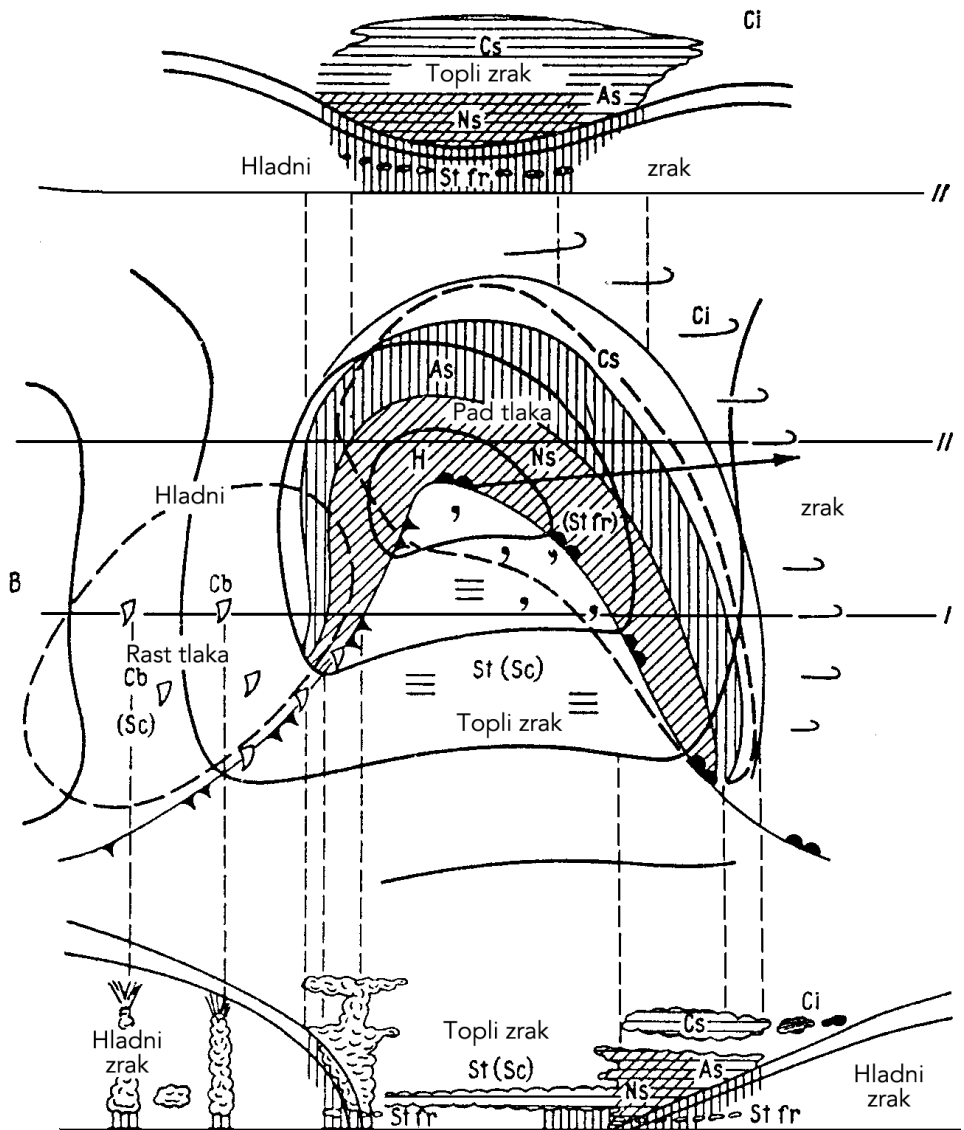
4.5.1 Vrijeme u ciklonama i ciklonima

S obzirom na vrijeme najvažnije su ciklone budući da su s njima povezane i fronte. Osim toga to su područja uzlaznih strujanja sinoptičkih razmjera odnosno one su konvergentna područja što pogoduje frontogenezi (vidi poglavlje 3). Tipične vremenske prilike u ciklonama ilustrirane su na slici 4.12. Na njoj se razlikuju tri osnovne zone: *prednji i središnji* (ispred tople fronte i oko središta ciklone) *te stražnji hladni sektor* (iza hladne fronte) i *topli sektor* (između fronti). Vertikalni presjek ciklone na njenom "južnom" dijelu (oznaka I na slici 4.12) ukazuje na dominantan utjecaj fronta na vrijeme u tom dijelu ciklone. Intenzitet oborine ovisi o vlažnosti zraka i njegovoj stabilnosti. U međufrontalnom prostoru tj. toplom sektoru može biti čak i vedro vrijeme ako je zrak suh. Inače, obično prevladavaju slojasti oblaci sa slabim oborinama, pokatkad s maglom ili sumaglicom. Ponekad, uz pojačana vertikalna strujanja i nestabilnu zračnu masu, može doći i do razvoja grmljavinskih oblaka. Vrijeme u području fronta opisano je u prethodnim potpoglavljima. Na drugom vertikalnom presjeku (oznaka II na slici 4.12) koji prolazi "sjevernim" područjem navedene ciklone, prevladava relativno homogeno oborinsko vrijeme.

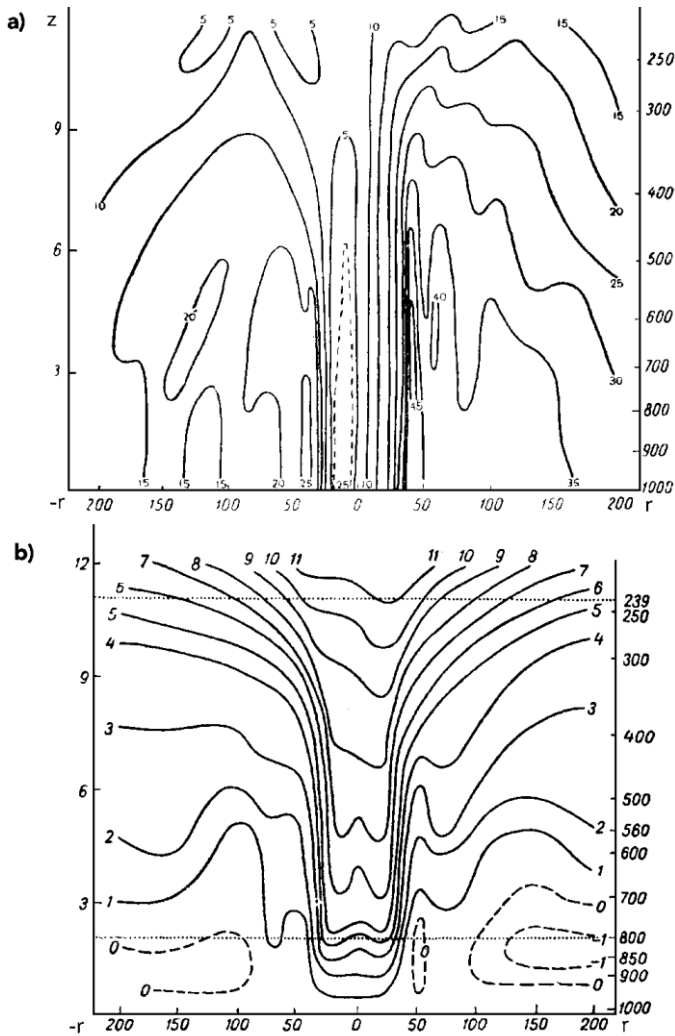
U cikloni s *okluzijom* (hladna fronta sustigla toplu) ne postoji *topli sektor* pa se može govoriti o samo dvije zone: *prednjoj i stražnjoj* (topli zrak je istisnut uvis). Postoje određene sličnosti vremena u cikloni s okluzijom i vremena u *mladoj cikloni*.

Treba naglasiti posebnosti vremena u *tropskom ciklonu*. Naime, u njemu postoje dva područja (zone): prvo (oko ciklone) je kružna zona oko centra i drugo je prstenasti ostatak do periferije. Promjer prve zone je do 30 km. U njoj je vjetar slab i oblaci razbijeni. U drugoj pak zoni brzine su vjetra olujne kao i jak intenzitet oborina. Prema avionskim mjerenjima iz 1958. godine određena su strujanja u tropskoj cikloni *Kleo* (Slika 4.13a). Zabilježena je maksimalna brzina vjetra od 45 m/s. Prolazak tropskih ciklona uvjetuje stvaranje visokih morskih valova (do 15 m) osobito u blizini obale gdje je more pliće. Na slici 4.13b prikazana je razdioba temperature zraka na vertikalnom presjeku kroz tropski ciklon. S te slike je vidljivo da je temperatura zraka veća od okolne u središnjem dijelu ciklona, a nešto niža od navedenog prosjeka na periferiji.

Razvoj satelitske meteorologije znatno je pridonio proučavanju tropskih ciklona (vidi Anthes, 1982). Praćenje njihovog gibanja (oko 20-40 km/h tj. kao globalna strujanja u tom području; Houghton, 1985) u znatnoj mjeri doprinosi sigurnosti plovidbe na moru i može pomoći u ublažavanju štetnih posljedica pri nailasku tropskog ciklona na naseljena područja (slika 4.14).



Slika 4.12 Vrijeme u cikloni prema izvornom konceptualnom modelu J. Bjerknesa i Solberga. Na prizemnom "horizontalnom presjeku" u sredini zatvorene linije predstavljaju izobare, područja pada i rasta tlaka odvojena su crtkanim linijama, sjenčani dio je područje kompaktnih oblaka i oborina, a ostale oznake su standardne. Strelica u sredini označava smjer gibanja ciklone. Na donjem dijelu slike prikazan je vertikalni presjek ciklone duž linije označene s "I" na horizontalnom presjeku, a na gornjem duž linije "II" (Zverev, 1977; str. 242).

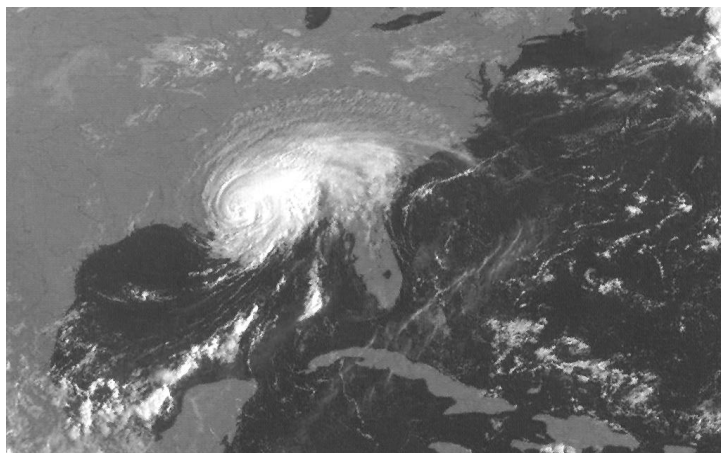


Slika 4.13 Vertikalni presjek tropskog ciklona *Kleo* iz 1958. godine s prikazom polja: a) brzine vjetra i b) odstupanja temperature od okolne (prema publikaciji iz 1965. godine "Središnjeg instituta za prognoze" iz Lenjingrada; Radinović, 1969: str. 298)

4.5.2 Vrijeme u anticiklonama

Vrijeme u *anticikloni* određeno je prije svega silaznim gibanjima osobito u blizini njenog centra što je suprotno stanju u ciklonama. Navedeno silazno gibanje pridonosi stvaranju inverzije (inverzije spuštanja) koja je u zimskim mjesecima

najčešće praćena slojastim oblacima. U blizini centra, uz zimsko vedro vrijeme, zbog jakog hlađenja u prizemlju može doći do velikog sniženja temperature tj. razvoja prizemne inverzije koja može biti praćena maglom (Sibirska anticiklona).

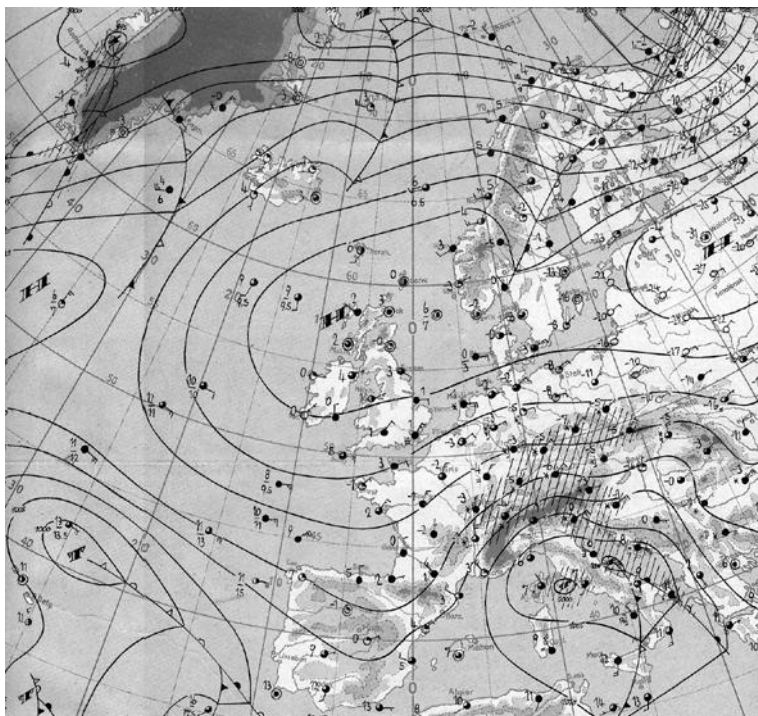


Slika 4.14 Satelitski snimak tropskog ciklona "Georges" na istočnoj obali SAD-a iz rujna 1998. godine.

Tijekom ljeta pak, u okolini središta anticiklone prevladava vedro vrijeme. Naime, iako se centar jako grije, subsidencija ne dozvoljava razvoj konvektivnih oblaka. Zagrijavanju doprinosi spomenuto silazno gibanje kao i topla advekcija na zapadnoj strani. Divergentna gibanja u nižim slojevima anticiklone su frontolitička i ne dozvoljavaju stvaranje atmosferskih fronta.

Vrijeme u anticikloni ovisi o tome da li je ona stacionarna ili pokretna, da li se nalazi u okruženju ciklonalnih odnosno frontalnih sustava, o strani svijeta anticiklone. Pokretne anticiklone nazivaju se i pratećim, jer najčešće prate ciklone u familijama. U tom slučaju vrijeme u perifernim dijelovima anticiklone je slično onom u rubnim dijelovima susjedne ciklone (susjednih ciklona). Nepokretne ili stacionarne anticiklone su obično dugotrajne, dobro razvijene i djeluju blokirajuće na prolazak ciklonalnih poremećaja, koji ih najčešće obilaze u smjeru kazaljke na satu. To potiče istovrsno strujanje u anticikloni. Anticiklona ovog tipa je *Azorska* anticiklona koja sprječava ciklonalne prodore prema Sredozemlju osobito za vrijeme ljeta. Sličan efekt proizvode *Europska* i *Sibirska* anticiklona, koje

povremeno sprječavaju prolazak ciklona preko europsko-azijskog kopna osobito za vrijeme zimskih mjeseci.



Slika 4.15 Sinoptička situacija iznad europskog područja za 6. ožujka 1964. godine. Primjerom se ilustrira slučaj dovođenja vlažnog zraka u srednjoeuropski dio jake Europske anticiklone, putem ciklone iz Sredozemlja (Radinović, 1969: str. 300).

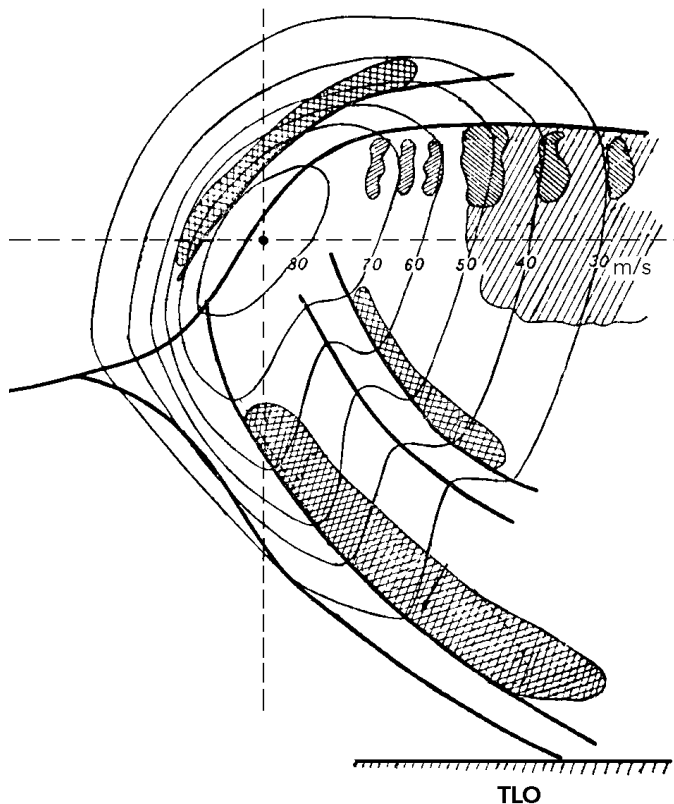
Na zapadnoj je strani anticiklone obično topla advekcija s juga, a na istočnoj hladna sa sjevera. Stoga su pojave magle češće na zapadanoj nego na istočnoj strani anticiklone. Advekcija relativno toplog i vlažnog zraka na visini može dovesti do stvaranja slojastih ili slojasto-kumuliformnih oblaka, a u rubnom prizemlju do stvaranja magle.

Na južnoj strani anticiklone vrijeme može biti pod utjecajem ciklona koje su južnije od nje. Tako, tijekom zime nerijetko dolazi do snježnih oborina u takvim situacijama (slika 4.15). Međutim, zbog slabo izraženog frontalnog djelovanja

oborine unutar anticiklone imaju karakter onih u zračnim masama kada atmosferski sustavi nisu razvijeni.

4.5.3 Utjecaj mlazne struje na vrijeme

Mlazna struja se odlikuje velikim brzinama i smicanjima vjetra (slika 4.16). Stoga prema baroklinoj teoriji ciklogeneze (potpoglavlje 3.4.7.2) ona utječe na razvoj ciklona i anticiklona ovisno o strukturi vjetra u njoj. To se djelovanje obavlja prijenosom vrtložnosti iz okoline mlazne struje u susjedne slojeve. Što se tiče vremena, najizraženiji utjecaj u samoj okolini mlazne struje manifestira se kroz naoblaku. To je osobito slučaj kad su mlazne struje vezane s frontalnim



Slika 4.16 Razdioba brzine vjetra (tanke pune crte) i naoblake (sjenčano) na vertikalnom presjeku mlazne struje. Os mlazne struje je na presjecištu crtkanih linija. Deblje crte predstavljaju plohe diskontinuiteta (tropopauze gore i frontalne zone dolje), (prema publikaciji iz 1965. godine "Središnjeg instituta za prognoze" iz Lenjingrada; Radinović, 1969 str. 303)

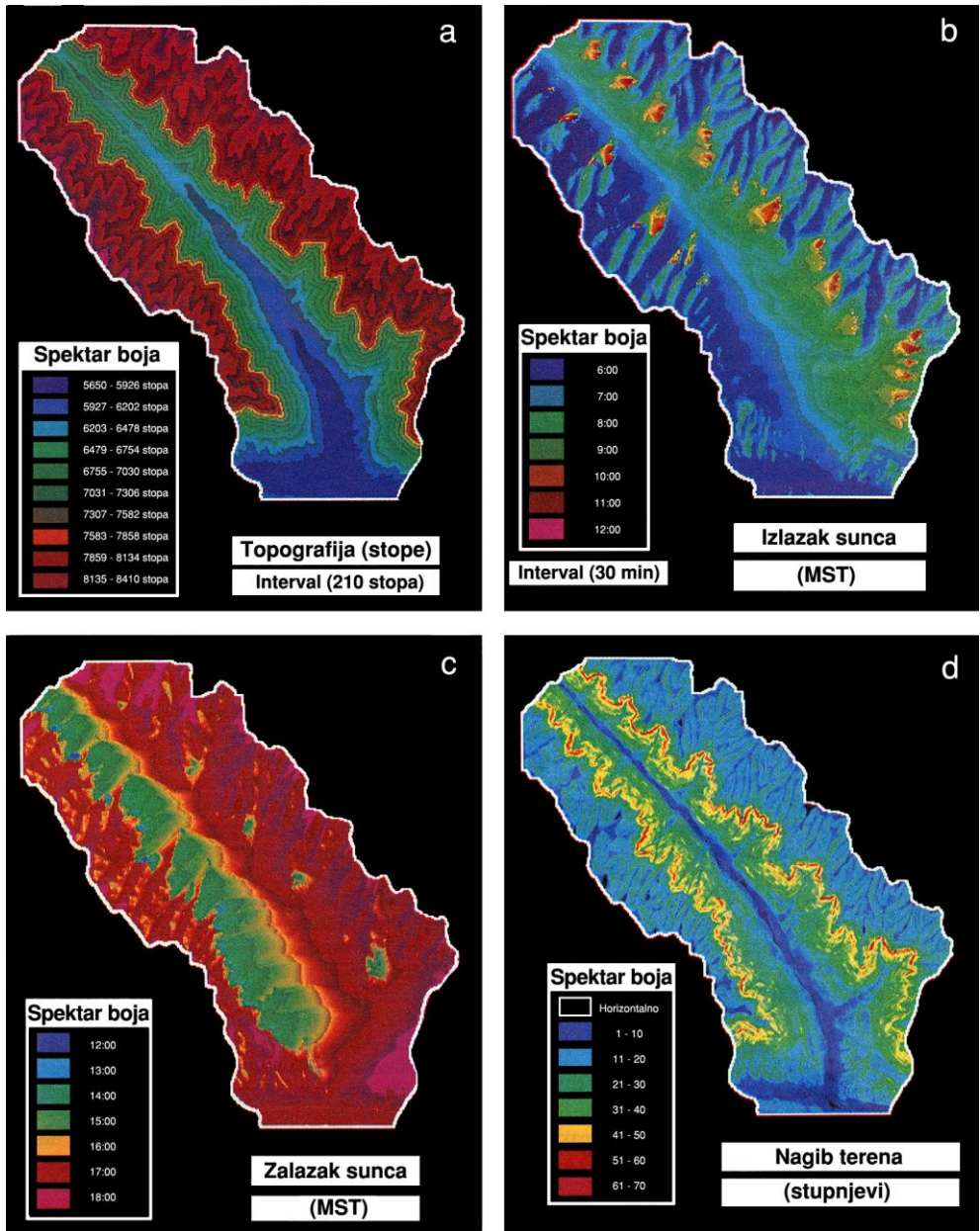
sustavom. Nekad se mogu formirati vrpčasti oblaci, paralelni struji, obično s desne strane osi mlazne struje. Slojasti oblaci se javljaju na prednjoj strani visinskog grebena ili stražnjoj strani doline. U gornjoj troposferi oblaci su obično lijevo od osi struje. Horizontalne dimenzije oblaka dosežu više tisuća kilometara u smjeru osi struje, a vertikalne nekoliko kilometara. Najčešći su oblaci: Ci, Cc i Ac.

4.6 Orografski utjecaji na vrijeme

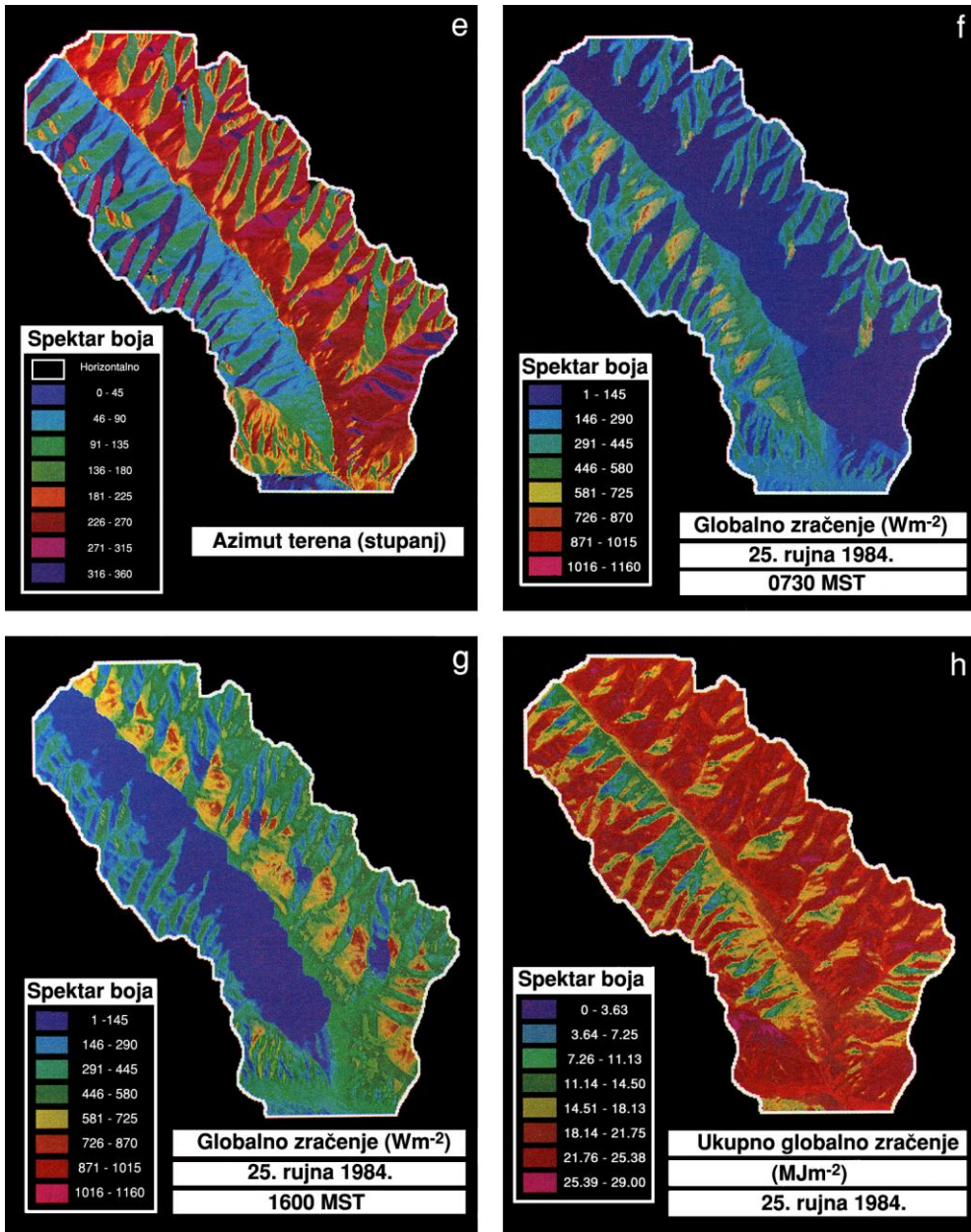
Već je bilo govora o utjecaju orografije na atmosferske sustave kao što je deformacija frontalnog sustava i zavjetrinska ciklogeneza (potpoglavlja 3.2.2.6 i 3.4.8). Navedeni utjecaji su većih (sinoptičkih) prostornih razmjera. Međutim utjecaj orografije manjih razmjera (mezo ili malih razmjera) na lokalno vrijeme može također biti signifikantan. Prije svega taj se utjecaj manifestira kroz prostornu razdiobu zračenja (Sunčevog - kratkovalnog i Zemljinog - dugovalnog) i modifikaciju polja strujanja. Ovo nadalje ponajviše uzrokuje modifikaciju polja temperature, naoblake i oborina na regionalnoj i lokalnoj ljestvici.

4.6.1 Orografska modifikacija globalnog Sunčevog zračenja

Whiteman (1990) pokazuje da rezultatno zračenje u velikoj mjeri ovisi o direktnom odnosno globalnom Sunčevom zračenju (difuzno kratkovalno zračenje ima mali doprinos u odnosu na direktno). Ono je pak, jako ovisno o izloženosti terena tom Sunčevom zračenju što ovisi o orografskim karakteristikama krajolika. Jedna od tih karakteristika je *nagib* terena prema horizontali, a druga njegova orijentacija u odnosu na strane svijeta tj. *azimut*. Navedeni autor promatra razdiobu dnevnog globalnog zračenja u orografski razvijenom području Colorada (SAD) za vedra vremena (slika 4.17). Kao što se vidi sa slike 4.17a, riječ je o dolini položenoj u smjeru SE-NW pa se može govoriti o sjeveroistočnoj odnosno jugozapadnoj strani doline. Na prvoj Sunce većinom kasnije izlazi nego na drugoj (slika 17b), kao što je slučaj i sa zalaskom Sunca (slika 17c). Nagib terena je sličan na objema stranama (slika 17d), dok se azimuti signifikantno razlikuju (slika 17e). Sjeveroistočna strana prima veću količinu Sunčeva zračenja nego jugozapadna (slika 4.17h). To je posljedica povoljnijeg nagiba i orijentacije sjeveroistočne strane doline u odnosu na smjer pada Sučevih zraka, nego što je slučaj s jugozapadnom stranom. Drugim riječima, Sunčeve zrake padaju na nju pod većim



Slika 4.17 Ilustracija promjene globalnog Sunčevog zračenja u orografski razvijenoj *Brush Creek* (Colorado) dolini (Blumen, 1990; str. 18 i 19).



Slika 4.17 Nastavak.

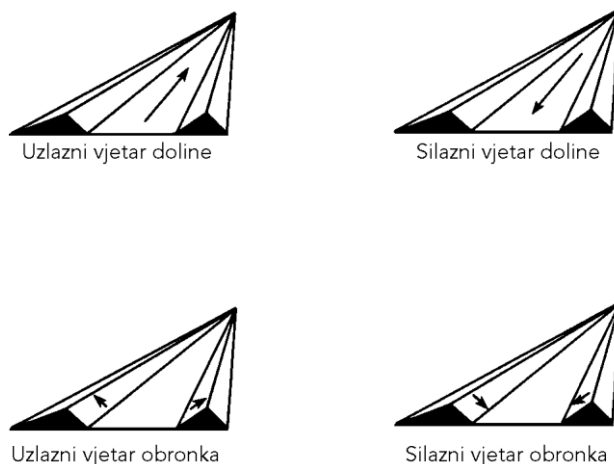
kutem nego na suprotnoj strani doline, uz dulje sisanje. Izuzetak čine jutarnji sati, kada je globalno zračenje izraženije na jugozapadnoj nego sjeveroistočnoj strani (slika 4.17f). Predvečer pak, globalno zračenje na jugozapadnoj strani je zanemarivo u odnosu na ono na sjeveroistočnoj (slika 4.17g).

Razdioba zračenja direktno se odražava na lokalnu temperaturu tla, a time i temperaturu zraka u sloju uz tlo osobito u slučaju mirna vremena. To nadalje utječe na vlažnost tla i zraka odnosno na vrijeme u mikrorazmjerima tj. mikro-klimu.

4.6.2 Utjecaj orografije na polje strujanja

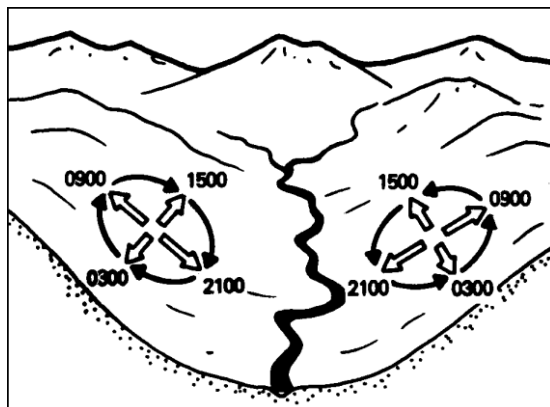
Dva su osnovna mehanizma preko kojih orografija modificira postojeće ili inicira novo strujanje zraka. Prvi je termalno i drugi "mehaničko" djelovanje. Ove utjecaje je teško razlučiti premda se prvi utjecaj više manifestira na strujanju lokalnih razmjera, a drugi na strujanju sinoptičkih razmjera.

Razmotrimo ukratko prvi slučaj tj. termalnim mehanizmom inicirano strujanje u orografski razvijenom krajobrazu. U literaturi se razlikuju dva tipa ovog strujanja: *vjetar obronka* i *dolinski vjetar*. Prvi je posljedica razlike u temperaturi (gustoći) sloja zraka uz obronak i onog u slobodnoj atmosferi na istoj visini odnosno sile uzgona koja se pri tome javlja, dok je drugi uzrokovan razlikom u temperaturi zraka unutar nagnute doline odnosno gradijentom tlaka koji je proizveden tom temperaturnom razlikom. Za vrijeme vedrog dana zrak struji uz obronak (dolinu), a noću niz obronak ili dolinu (slika 4.18).



Slika 4.18 Shematska ilustracija termalno-iniciranog strujanja (Blumen, 1990; str. 6).

Superpozicijom vjetra obronka i dolinskog vjetra nastaje dnevno skretanje vjetra na obroncima. Na slici 4.19 shematski je ilustriran smjer skretanja vjetra u riječnoj dolini. Neovisno o smjeru njenog pružanja, na obronku uz lijevu obalu rijeke vjetar skreće obrnuto od kazaljke na satu, a na desnoj u smjeru kazaljke na satu, što je posljedica dnevne promjene smjera sile gradijenta tlaka zraka.

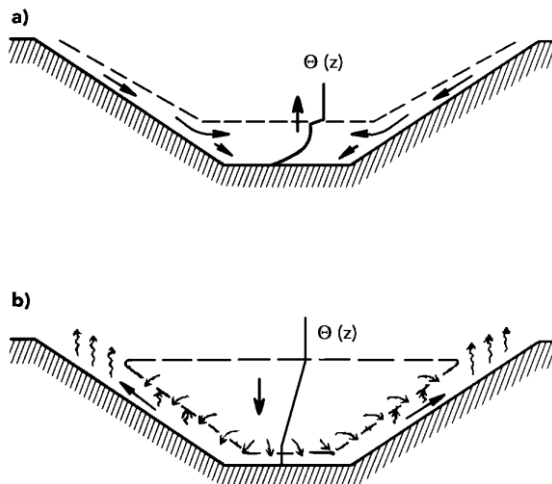


Slika 4.19 Ilustracija dnevnog skretanja vjetra u riječnoj dolini. Nepopunjene strelice označavaju smjer vjetra, a pune smjer njegovog skretanja. Debeli vijugavi crta označava riječno korito, a u pozadini je skicirano obzorje. Brojke označavaju doba dana po lokalnom vremenu (Blumen, 1992; str. 29).

Za vrijeme noći hladniji zrak, kao teži od okolnog, slijeva se u kotlinu. Na taj način izaziva kompenzirajuće dizanje zraka u središtu kotline zbog čega se tamo zrak adijabatski hladi. Na taj se način ubrzava stvaranje inverzionog sloja u kotlini (slika 4.20a). Tijekom dana djeluju suprotni efekti pa dolazi do razbijanja inverzije ako je zagrijavanje obronaka kotline dovoljno jako (slika 4.20b).

"Mehanički" utjecaj orografske prepreke na strujanje sinoptičkih razmjera može biti raznolik. On ovisi u brzini i smjeru vjetra, veličini i obliku orografske prepreke, stabilnosti zraka itd. Tipični primjeri deformacije strujanja prilikom prelaska preko orografske prepreke prikazani su na slici 4.21. Prvi primjer ilustrira prelazak zraka preko prepreke visine 1000 m (slika 4.21a), a drugi preko prepreke visine 300 m (slika 4.21b). U oba slučaja postoji uzlazna struja na navjetrini, a silazna na zavjetrini dok je valni karakter strujanja izraženiji u posljednjem slučaju. Uzlazno gibanje uzrokuje adijabatsko hlađenje, a silazno istovrsno

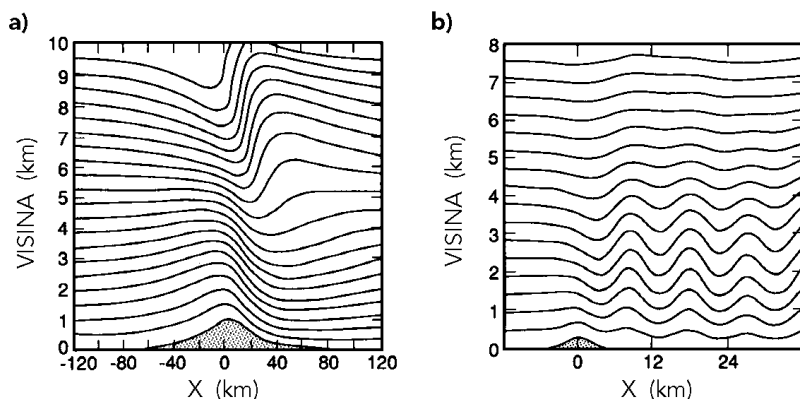
grijanje. Zbog toga u zavjetrini planina katkad puše relativno topao vjetar pod nazivom *fen*.



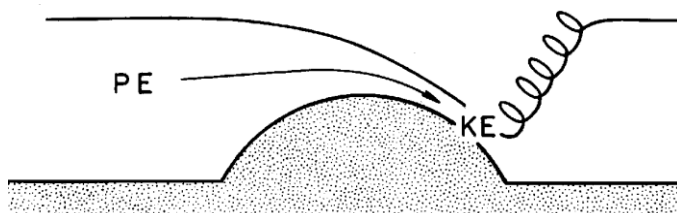
Slika 4.20 Proces nastanka (a) i razbijanja (b) *inverzije* u kotlini. Crtkana linija označava granice inverzionog sloja, a strelice označavaju zračnu struju. Pune crte u sredini, označene s $\Theta(z)$, predstavljaju vertikalni profil potencijalne temperature zraka (Blumen, 1990; str. 31 i 32).

Ako je zrak na navjetrenoj strani znatno hladniji od onog u zavjetrini tada može doći do dodatnog ubrzanja hladnijeg zraka (kao specifički težeg od okolnog) u zavjetrini zbog pretvorbe njegove potencijalne energije u kinetičku. Razvoju takve situacije pogoduje postojanje prizemnog sloja hladnog zraka u navjetrini čija se debljina sve više smanjuje prema vrhu prepreke. U takvim okolnostima može doći do tzv. *hidrauličkog skoka* (eng. hydraulic jump) tj. prelaska u *turbulentno* gibanje u zavjetrini (slika 4.22). Zbog toga su vjetrovi ovog tipa i mahoviti. Lako je prepoznati iz izloženog da je *bura*, koja puše duž istočne obale Jadrana, upravo vjetar opisanog tipa.

Naravno, opisani model je vrlo pojednostavljena slika prirodnih uvjeta. To pokazuju istraživanja mnogih autora: *Banda* (1950), *Makjanića* (1978), *Yoshina* (1976). Tip bure ovisi o sinoptičkoj situaciji tako da se razlikuje ciklonalna (mračna) i anticiklonalna (jasna) bura. Primjeri takvih situacija prikazani su na slici 4.23. Inače, pojava bure najčešća je zimi, a najrijeđa ljeti. Zbog jakosti može paralizirati pomorski, zračni pa i kopneni promet. Katkad, u kombinaciji sa snijegom, može uzrokovati štete na infrastrukturnim objektima, osobito na dalekovodima.



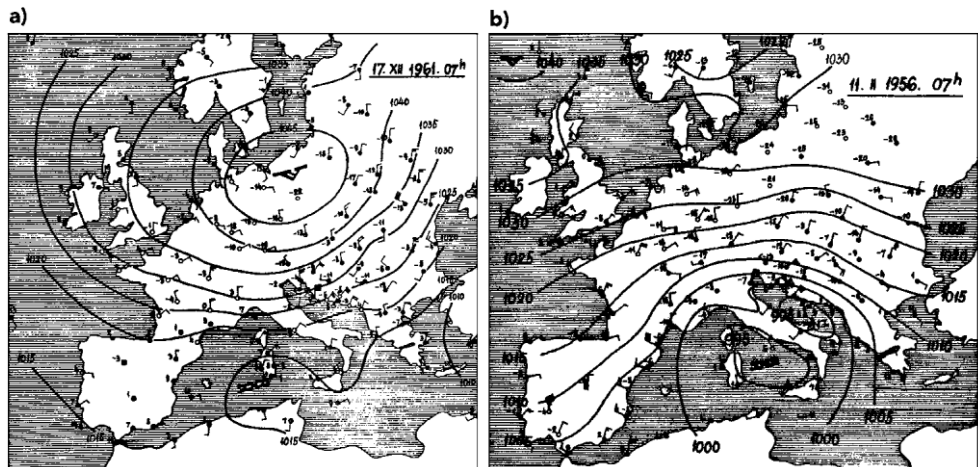
Slika 4.21 Primjeri deformacija strujnica (izentropa) na vertikalnom presjeku prilikom prelaska zraka preko orografske prepreke, slijeva na desno na slici, visine: a) 1000 m i b) 300 m. Izentropske linije su rezultat numeričkog modela (prema Durran, 1981; Blumen, 1990; str. 235).



Slika 4.22 Ponašanje sloja hladnijeg zraka preko prepreke. PE označava potencijalnu, a KE kinetičku energiju. Sjenčano područje označava prepreku, gornja deblja crta vrh sloja hladnog zraka, a strelica smjer njegovog gibanja. Spiralna crta ukazuje na turbulentno gibanje (hidraulički skok) (Blumen, 1990; str. 67).

Orografija djeluje na vjetar i kanaliziranjem strujanja. Ubrzanje vjetra u orografskim tjesnacima (kanalima) posljedica je *Bernoullijeva* zakona proticanja fluida koji glasi: *brzina fluida u strujnoj cijevi je veća tamo gdje je cijev uža* (Feynman, 1975). Posljedica tog djelovanja je pojačanje bure na gorskim prijevojima. Ističe se prijevoj Vratnik iznad Senja u kojem često puše jaka bura. Južni vjetar (jugo) kanalizira se uz jadransku obalu i otoke u smjeru njihovog

pružanja. Obično je to jugoistočni smjer (vidi Makjanić, 1978). Za razliku od bure, jugo proizvodi jaču valovitost mora.



Slika 4.23 Sinoptičke situacije za vrijeme bure: anticiklonalne (a) i ciklonalne (b) (Makjanić, 1967; str. 216 i 222).

4.6.3 Utjecaj orografije na polje naoblake i oborine

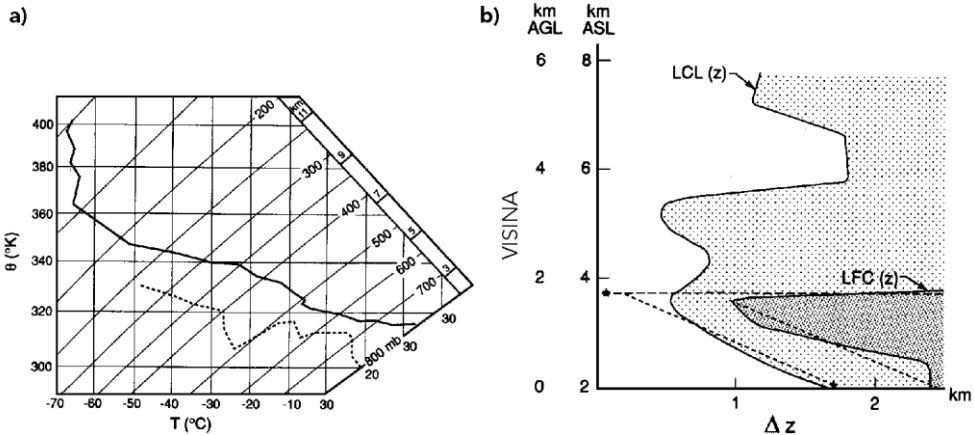
Orografija djeluje dvojako na polje oblaka i oborina: kao prepreka koja modificira strujanje makrorazmjera i kao "povišeni toplinski izvor". Posljednji utjecaj također u izvjesnoj mjeri modificira strujanje makrorazmjera i inicira strujanje manjih razmjera tj. mezorazmjera. U oba slučaja treba obratiti pozornost na vertikalnu komponentu strujanja izazvanu preprekom, osobito uzlaznu. Pri tome procesu bitne su dvije razine: kondenzacijaka (LCL; Lifting Condensation Level) i razina tzv. slobodne konvekcije (LFC; Level of Free Convection). Oba pojma su vezana za adijabatske termodinamičke procese opisane u Dodatku F. Naime, dosezanjem prve razine dolazi do stvaranja "slojastih" oblaka, i druge do realizacije vlažnoadijabatske nestabilnosti tj. do razvoja "konvektivnih" oblaka. Međutim, veličine LCL i LFC su funkcije visine z . Tu ovisnost najbolje ilustrira primjer prikazan na slici 4.24. Iz slike je vidljivo da navedene funkcije postižu

minimalne vrijednosti, u promatranom slučaju u području vrha planine, što osobito vrijedi za LFC.

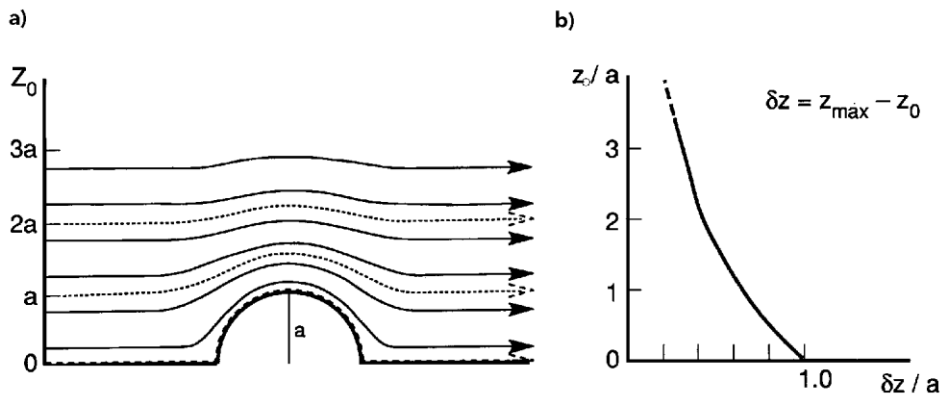
Postavlja se pitanje koliko podizanje uzrokuje prepreka (planina). Ako se pretpostavi poluvaljkasti oblik planine (slika 4.25a), tada normalizirana *funkcija podizanja* (eng. lifting function) $L(z)$ za neutralnu atmosferu ima oblik kao na slici 4.25b.

Mogu se postaviti dva pitanja. Prvo, da li u bilo kojem sloju zraka može doći do njegovog podizanja na kondenzacijsku razinu tj. LCL? Ako se to realizira može se očekivati stvaranje slojastih oblaka, a ukoliko se to ne realizira ne bi trebalo očekivati stvaranje navedenih oblaka.

Drugo, da li u bilo kojem sloju zraka može doći do njegovog podizanja na razinu slobodne konvekcije tj. LFC? Ako takva mogućnost postoji, mogu se očekivati oblaci konvektivnog razvoja, a ukoliko ne postoji ne bi trebalo očekivati takve oblake. Primjer sa slike 4.24, u kombinaciji s funkcijom podizanja pokazuje na postojanje uvjeta za razvoj kako slojastih tako i konvektivnih oblaka, posljednjih samo za slojeve sa startnom osnovom nešto nižom od vrha orografske prepreke (slika 4.26).



Slika 4.24 Termodinamički dijagrami za oluju od 1. kolovoza 1961. godine na planinskom području blizu *Flagstaffa* (Arizona): a) radiosondažni profil temperature (puna linija) i rosišta (crtkano) na tefigramu i b) funkcije LCL(z) i LFC(z) izračunate na temelju sondaže (a), gdje z označava visinu nad morem odnosno podnožjem, a Δz predstavlja relativnu visinu podizanja česti zraka na profilu z da bi dosegla LCL odnosno LFC razinu. Zvezdica označava visinu vrha prepreke. Oznake AGL (Above Ground Level) i ASL (Above Sea Level) pod b) odnose se na visine iznad tla odnosno mora (prema Brownu, 1966; Blumen, 1990; str. 232).



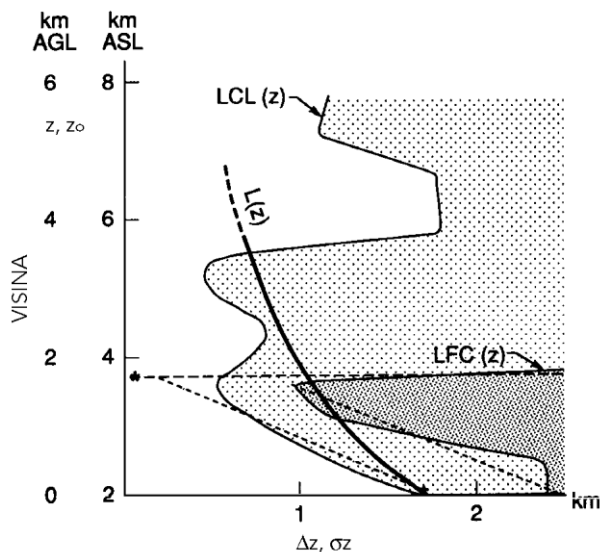
Slika 4.25 Funkcija podizanja za moguće strujanje preko polualjka: a) strujnice i b) normalizirana krivulja podizanja. Veličina $L(z) = \delta z = z_{\max} - z_0$ predstavlja razliku maksimalne razine (z_{\max}) dostignute podizanjem česti zraka i polazne (z_0), a normalizira se radijusom polualjka a koji predstavlja visinu prepreke (Blumen, 1990; str. 233 gore).

4.6.3.1 Slojasti orografski oblaci i oborine iz slojastih oblaka

Slojasti (stabilni) orografski oblaci nastaju u struji stabilnog i vlažnog zraka koji prilikom prelaska orografske prepreke doseže kondenzacijsku razinu (LCL). Takvi oblaci zovu se *orografski Stratusi*. Maksimalna koncentracija tekuće vode u oblaku u tom slučaju javlja se tamo gdje je maksimum podizanja česti zraka u struji tj. negdje pri vrhu prepreke. Položaj maksimalne količine oborine (ako je uopće ima) ovisi o mikrofizikalnim procesima. Ako bi se pretpostavilo da se kondenzirana vodena para odmah izlučuje u obliku oborine, tada bi položaj maksimalne količine oborine bio tamo gdje je maksimalna koncentracija tekuće vode u oblaku, dakle u blizini vrha prepreke. Međutim, u realnosti mogu biti znatna odstupanja od opisanog.

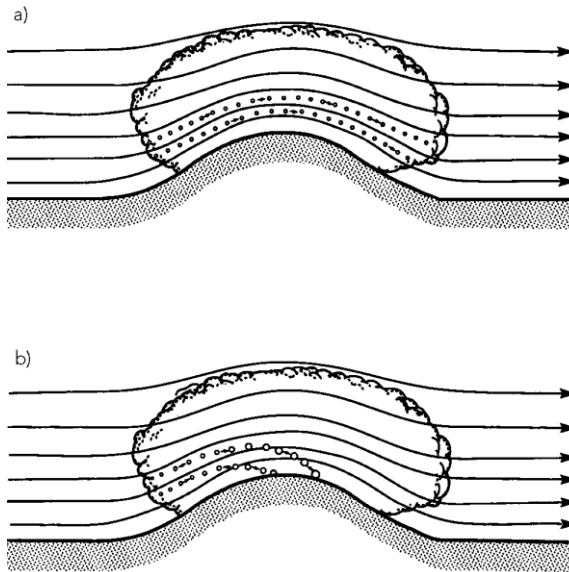
Da li će doći do izlučivanja oborine na prepreci ovisi o mikrofizikalnim uvjetima. Naime, ukoliko kapljice u oblaku ne postignu dovoljnu veličinu odnosno brzinu padanja bit će zračnom strujom prenešene preko prepreke i na zavjetrenoj strani tj. silaznoj grani struje jednostavno ispariti zbog adijabatskog zagrijavanja. U tom slučaju na vrhu prepreke bit će prisutna *oblačna kapa*, ali bez oborina (slika

4.27a). Ako je pak prepreka dovoljno široka tj. dovoljno dug vremenski interval za formiranje većih oborinskih kapljica doći će do izlučivanja oborina na prepreci.

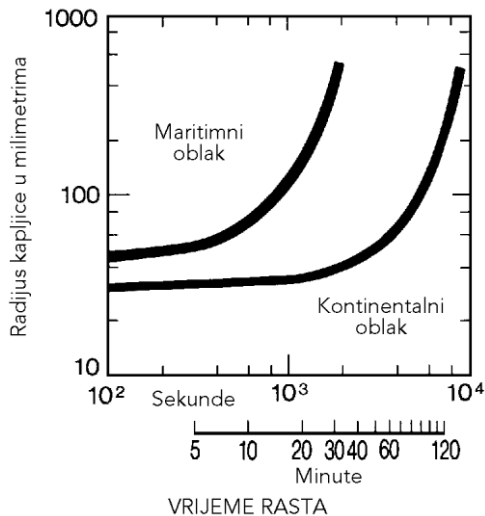


Slika 4.26 $L(z)$ krivulja za moguće strujanje preko polualjkaste prepreke ukomponirana na $LCL(z)$ i $LFC(z)$ funkcije iz slike 4.24. Visina polualjka odgovara relativnoj visini planine iz Brownova (1966) proučavanja. Slika pokazuje da je moguće postizanje kondenzacijske razine za česti zraka koje kreću u bilo kojem sloju od tla pa do visine blizu 4 km iznad njega, dok je postizanje razine slobodne konvekcije moguće za česti koje kreću neposredno ispod vrha prepreke (zvjezdica na slici). Slika je ilustrativnog karaktera jer stvarno strujanje u promtranom slučaju nije dobro predstavljeno strujanjem preko polualjka (Blumen, 1990; str. 233 dolje).

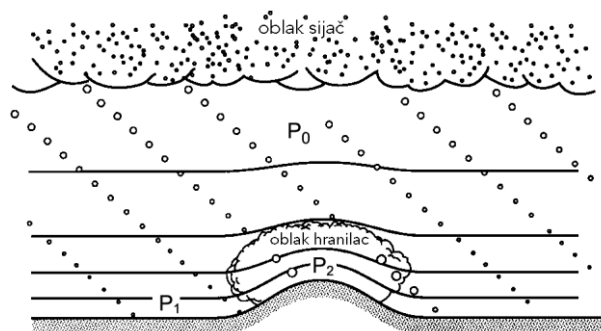
Istraživanja pokazuju da je potrebno od 1/2 do 2 sata da bi se formirale oborinske kapljice koje će doseći tlo (slika 4.27b). Da li će čest zraka biti u uzlaznoj grani struje toliko vremena ovisi o brzini struje, obliku i širini prepreke. Nadalje, brzina formiranja oborinskih čestica ovisi o tipu zračne mase. Općenito, u maritimnoj zračnoj masi brže dolazi do formiranja oborinskih kapljica nego u kontinentalnoj koja sadrži veći broj kondenzacijskih jezgara (slika 4.28). U određenim okolnostima, isključivo pri negativnoj temperaturi zraka na razini oblaka nastaju krute oborine.



Slika 4.27 "Sudbina" kondenzata u orografskoj oblačnoj kapi: a) kondenzati (kapljice vode) ne uspjevaju narasti dovoljno da bi uspjele doseći tlo i b) kondenzati narastu dovoljno veliki da dosegnu površinu tla. Strelce na slici predstavljaju strujnice, a kružići vodene kapljice u oblaku (Blumen, 1990; str. 238).

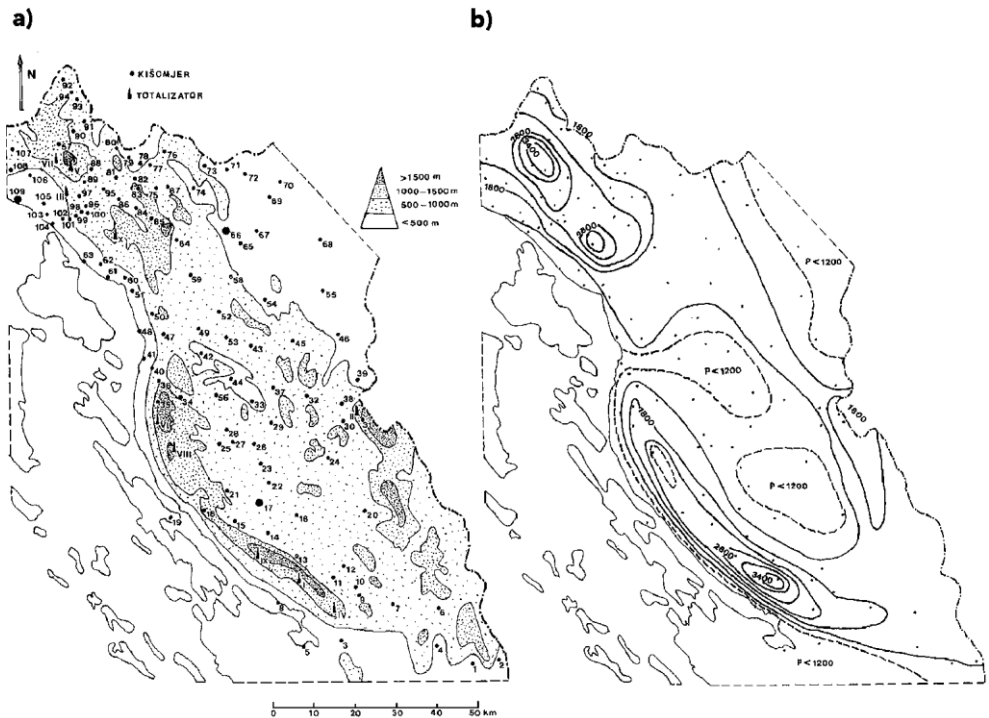


Slika 4.28 Dijagram trajanja rasta oblačnih kapljica na orografskim preprekama za dva tipa zračne mase: *maritimnu* i *kontinentalnu* (Blumen, 1990; str. 239).



Slika 4.29 Konceptualni model koji ilustrira orografski utjecaj na intenzitet oborina putem mehanizma "sijač-hranilac" (prema Browning, 1980). Veličina kapljica ukazuje na intenzitet oborina na odgovarajućoj lokaciji. Oznake P_0 , P_1 i P_2 ukazuju na intenzitet oborine slijedom: iznad orografske oblakne kape, na površini tla izvan te kape te na površini tla unutar nje (Blumen, 1990; str. 243).

Jasno je da prethodno opisani mehanizam nastanka oblaka i oborina ne može "proizvesti" znatnije količine oborina, osobito ako su orografske prepreke razmjerno uske (na primjer desetak kilometara). Međutim, empirijski rezultati pokazuju da je utjecaj orografije takvog tipa veoma izražen u pojedinim slučajevima. To je posljedica prije svega interakcije atmosferskih oborinskih sustava sinoptičkih razmjera na orografskim preprekama, kao što su ciklone i atmosferske fronte. Primjer takve interakcije predstavlja mehanizam "sijač-hranilac" (eng. seeder-feeder). Taj mehanizam sadrži dvije komponente: niži orografski stratus (diskutiran prethodno) i iznad njih oborinske oblake koji su sastavnica atmosferskog sustava većih razmjera (slika 4.29). Takva situacija može se pojaviti i na malim preprekama s visinom tek pedesetak metara iznad okolnog terena. Iako orografski stratus može biti bezoborinski, vodene kapljice koje se u njemu nalaze mogu, procesom kolizije (vidi Wallace i Hobbs, 1977), "pothranjivati" one koje dolaze iz višeg oblačnog sloja. Na taj način mogu se povećati količine oborine i do 50% i na manjim preprekama. Vjerojatno su većim dijelom posljedica tog mehanizma povećane količine srednjih godišnjih (1961-1990) oborina na relativno uskim planinskim vrhuncima Like i Gorskog kotara (slika 4.30). To mogu potvrditi ili opovrgnuti daljnja istraživanja, kako empirička tako i simulacijska (pomoću numeričkih modela mezorazmjera).



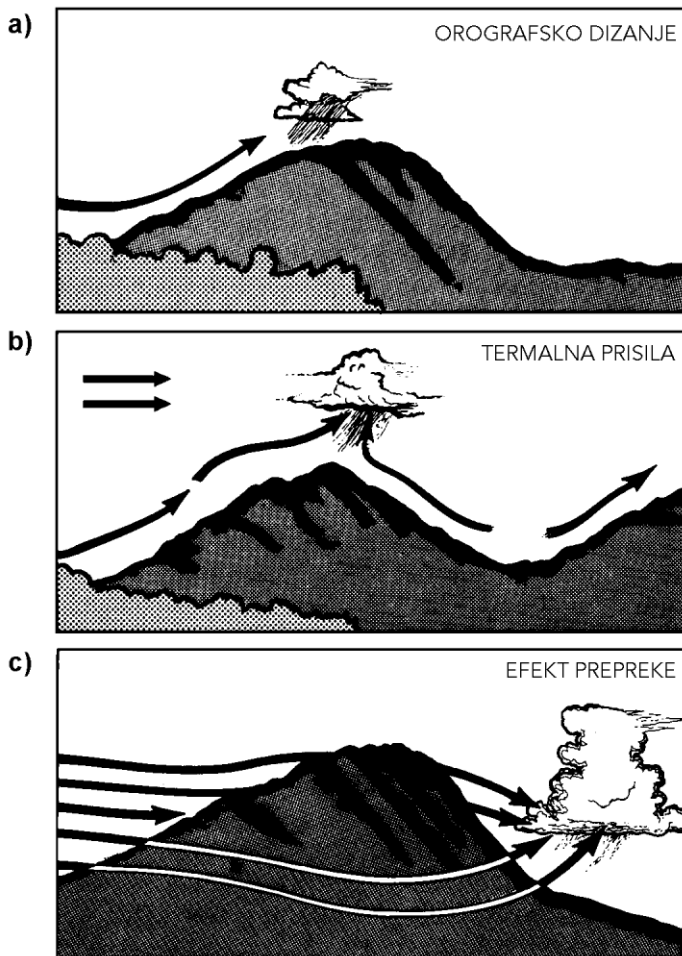
Slika 4.30 Ilustracija utjecaja orografski razvijenog terena Like i Gorskog Kotara (a) na razdiobu srednjih godišnjih količina oborine (b) za razdoblje 1961-1990. godina. Na dijelu slike označenom s (a) kružićima i brojkama su prikazani položaji kišomjernih postaja s kojih su bili na raspolaganju oborinski podaci (Pandžić, 2000; str. 16).

4.6.3.2 Konvektivni orografski oblaci i oborine

Konvektivni (nestabilni) oblaci i oborine predstavljaju drugu glavnu skupinu pojava iniciranih ili modificiranih utjecajem orografije. Raspon utjecaja proteže se od malih Cumulusa do prostranih oluja praćenih intenzivnim oborinama, jakim vjetrom i grmljavinom. Posljednje navedeno može uzrokovati bujične poplave, utjecati na rad elektroenergetskih sustava, izazivati šumske požare ili neposredno ugroziti ljudske živote.

Preduvjeti za nastanak konvektivnih oblaka mogu se sažeti u tri činitelja: dovoljna količina vlage u zraku, uvjetno (vlažnoadijabatski) nestabilna atmosfera i pokretački mehanizam (eng. trigger) za inicijalizaciju konvektivnog razvoja. Iako uloga orografskih prepreka u navedenom razvoju može biti raznolika (na primjer u

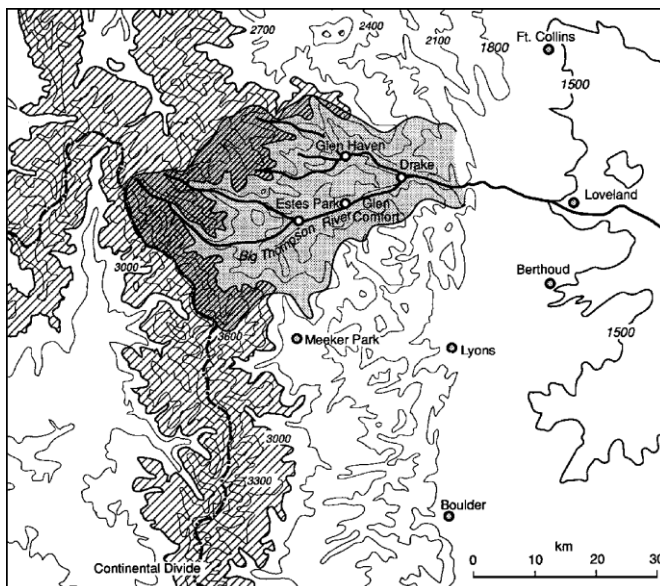
kanaliziranju dovođenja vlage), glavna uloga orografije je u inicijalizaciji procesa. Na slici 4.31 ilustrirana su tri opća mehanizma pomoću kojih orografska prepreka inicira (pokreće) konvektivni razvoj: preprekom uvjetovanim podizanjem zraka na razinu slobodne konvekcije (LFC), termalnom cirkulacijom i aerodinamičkim efektom.



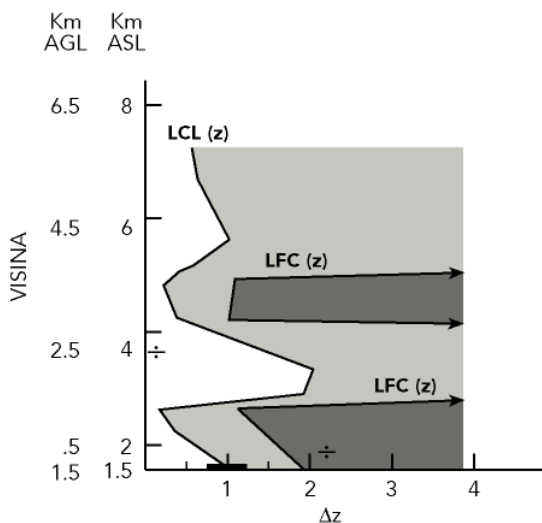
Slika 4.31 Ilustracija tri mehanizma za pokretanje konvektivnog razvoja: a) direktno podizanje zraka na LFC, b) termalna cirkulacija (cirkulacija obrtonka) i c) aerodinamički efekt prepreke (Blumen, 1990; str. 249).

Prvi mehanizam može se najbolje ilustrirati na jednom primjeru katastrofalne bujične poplave koja se dogodila sredinom ljeta tj. 31. srpnja 1972. godine na području planinskog dijela sliva rijeke "Big Thompson" u SAD-u (slika 4.32). Naime, u tijeku 4 sata palo je preko 250 mm oborine u središnjem dijelu sliva. To je uzrokovalo dizanje vode na visinu 6 m u uskom kanjonu. Poginulo je oko 140 osoba, a šteta je procijenjena na 35 milijuna američkih dolara. Temeljem radiosondažnih podataka s postaje *Lovlend*, smještene nizvodno od riječnog kanjona, konstruiran je *dijagram podizanja* za termin 18:00 sati po lokalnom vremenu koji je prethodio oluji (19:20 – 21:10 sati). Taj dijagram prikazan je na slici 4.33. Sa slike je vidljivo da su postojali preduvjeti za podizanje zraka na LFC osobito u sloju zraka debljine oko 1 km koji je neposredno uz tlo. Taj sloj zraka je inače bio bogat vlagom koja je nošena prema kanjonu jugoistočnim vjetrom. Nadalje, promjena vjetra visinom bila je takva da je olujni oblak bio protegnut prema zapadu tj. oborinska zona je bila pomaknuta u istom smjeru u odnosu na uzlaznu struju u oblaku. To je pogodovalo trajnosti oluje. Ukratko, opisanom olujnom nevremenu pogodovala je opća sinoptička situacija (strujanje, razdioba vlage, temperatura itd.). Razdioba intenziteta oborina za 30-minutne intervale i jedan 20-minutni prikazana je na slici 4.34. Prvi se interval odnosi na razdoblje 19:20-19:50 sati, dok se ostali intervale kronološki naslanjaju na njega. Zanimljivo je da su najintenzivnije oborine bile daleko ispod planinskih visova tj. u središnjem dijelu kanjona. Vjerojatno barem dio opisanog mehanizma mogao bi se primijentiti na objašnjenje oluja koje nerijetko izazivaju bujične poplave na području *Medvednice* kraj Zagreba.

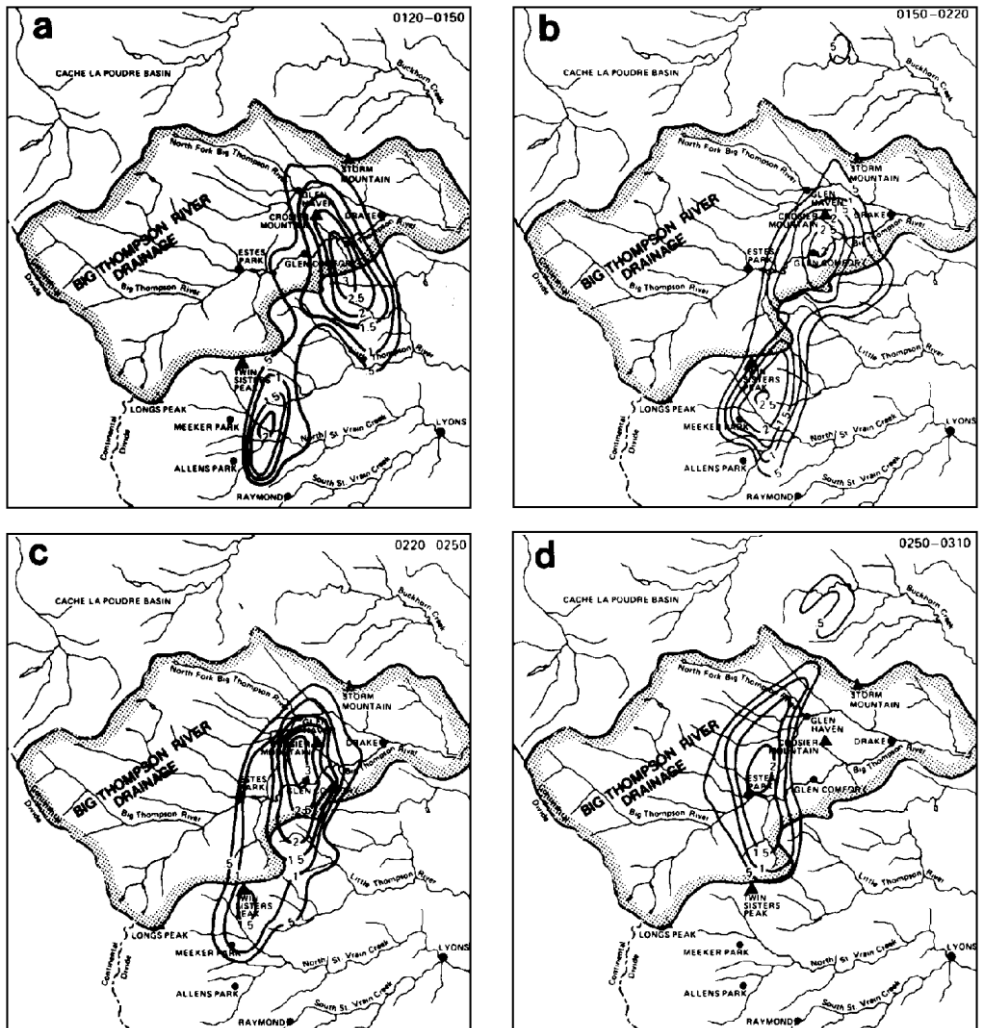
Drugi, termalni mehanizam, u određenim makrovremenskim situacijama (vedro i razmjerno tiho danje vrijeme u toplom dijelu godine), proizvodi uzlazno gibanje kojim prepreka potiče konvektivni razvoj. Općenito, na orografskoj se prepreci, u navedenim okolnostima, stvara topli sloj zraka debljine nekoliko stotina metara. Takva situacija uzrokuje stvaranje gradijenta tlaka prema prepreci jer je zrak uz nju topliji od onog na istoj visini podalje od nje. Posljedica toga je konvergentno strujanje prema prepreci odnosno uzlazno strujanje na njenim obroncima. Prema tome, orografska prepreka djeluje kao izdignuti izvor topline. Katkad se orografska uzvišenja nazivaju *toplím otocima* (eng. hot islands) ili *toplím mrljama* (eng. hot spots). Čestina i intenzitet konvektivnog razvoja ovisi o dobi dana. Na primjer, u prijepodnevnim satima može se očekivati intenzivniji konvektivni razvoj na obroncima okrenutim više prema istoku, a u poslijepodnevnim na onima okrenutim prema zapadu.



Slika 4.32 Topografska karta šireg područja kanjona *Big Thompson* (SAD). Područje kanjona je sjenčano. Izohipse su izvučene svakih 300 m, a područje iznad 3000 m je šrafirano kosim crtama. Točkasto-crtkana linija je kontinentalna razdjelnica slivova (prema Yoshizaki i Ogura, 1988; Blumen, 1990; str. 251).



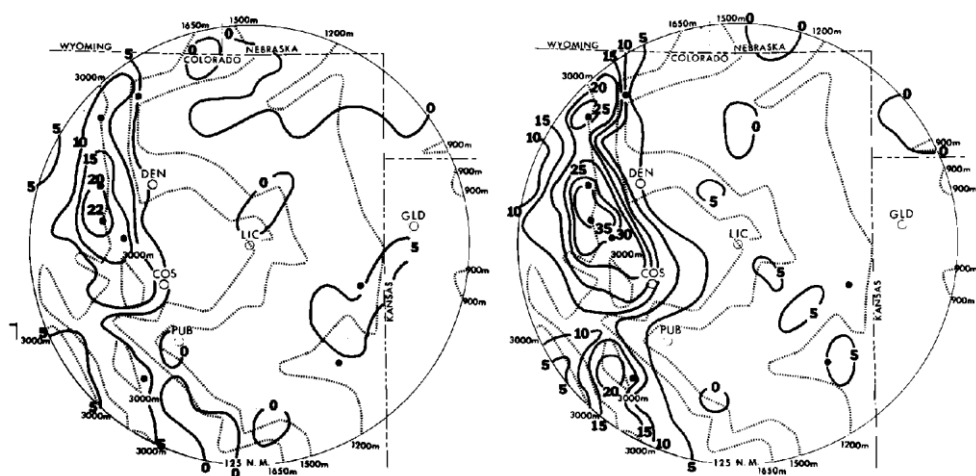
Slika 4.33 Dijagram podizanja prema radiosondaži u *Lovelandu* (Colorado) za termin 18:00 sati prema lokalnom vremenu. Visina kontinentalne razdjelnice slivova na obje koordinatne osi označena je znakom \div , a segment debele crte duž Δz osi označava područje oluje (Blumen, 1990; str. 254).



Slika 4.34 Izohijete izvučene na temelju radarskog odraza za tri 30-minutna intervala (pod a, b, c) i jedan 20-minutni (pod d) za vrijeme oluje koja se dogodila na području kanjona *Big Thompson* u razdoblju od 19:20-21:10 sati po lokalnom vremenu. Skoro identična konfiguracija izohijeta bila je opažena u čitavom razdoblju trajanja oluje (prema Caracena et al., 1979; Blumen, 1990; str. 255).

Statistika radarskih opažanja konvektivnih oblaka, prikazana na slici 4.35, pokazuje da razlika samo u jednom satu može znatno utjecati na čestinu pojave konvektivnog razvoja na istom području. Zapaženo je također da konvektivni

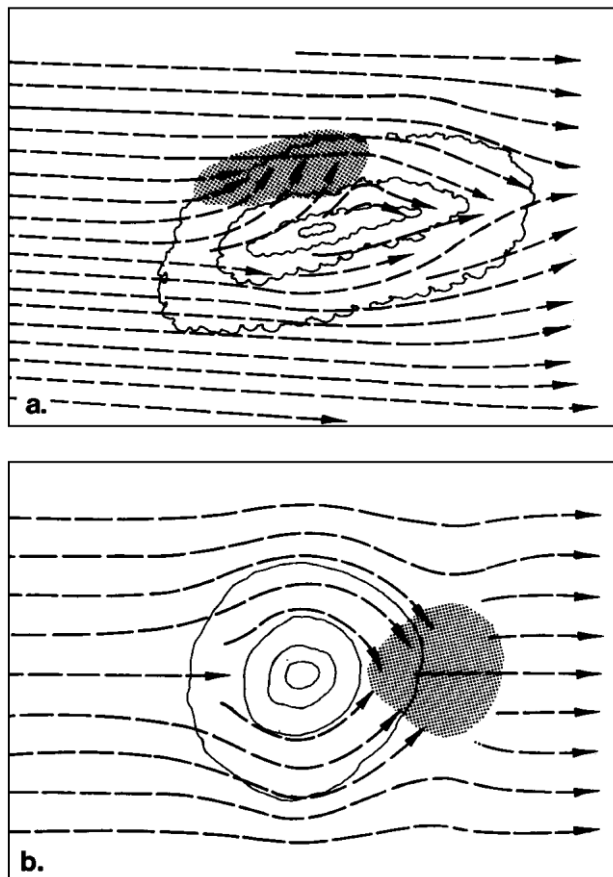
razvoj započinje još u juturnjim satima na orografskim preprekama, kada istovremeno u susjednoj dolini ili ravnici može prevladavati karakteristično vedro vrijeme s kompenzirajućim silaznim strujanjima. Također je potvrđeno da se oblaci vertikalnog razvoja najprije pojavljuju na većim, a zatim na manjim brdima (planinama). Iako se oblačne ćelije u pravilu ne gibaju, sukcesivni razvoj novih ćelija sve udaljenije od prepreke stvara privid gibanja oluje, koja se na taj način "prenosi" na susjedne doline odnosno ravnici. U situacijama nešto jačeg makrostrujanja konvektivni razvoj potaknut dnevnom cirkulacijom može biti ograničen samo na zavjetrenu stranu prepreke. U slučaju pak razmjerno jakog makrostrujanja, zbog intenzivnog miješanja zraka u graničnom sloju, efekt toplog otoka može biti poništen.



Slika 4.35 Izoplete čestine ljetnih radarskih odraza na području Colorada (postotak svih dana kada je zabilježen barem jedan odraz na promatranom području), za kasne juturnje sate tj. za 10:30 (lijevo) i 11:30 sati (desno) po lokalnom vremenu (Blumen, 1990; str. 258).

Treći, aerodinamički, mehanizam pokretanja konvektivnog procesa uključuje nekoliko efekata: navjetreno blokiranje, težinske valove, turbulenciju u zavjetrini (sličnu onoj iza broda koji plovi; eng. wake) te zavjetrinsku konvergenciju. U ovom slučaju prostorna razdioba oblaka i njihova veličina u velikoj mjeri ovise o konfiguraciji terena. Uspor struje stabilnog zraka može izazvati navjeternu konvergenciju i potaknuti konvekciju na toj strani prepreke. Način razdvajanja stabilne zračne struje na prepreci ovisi o kutu pod kojim ona nailazi na prepreku.

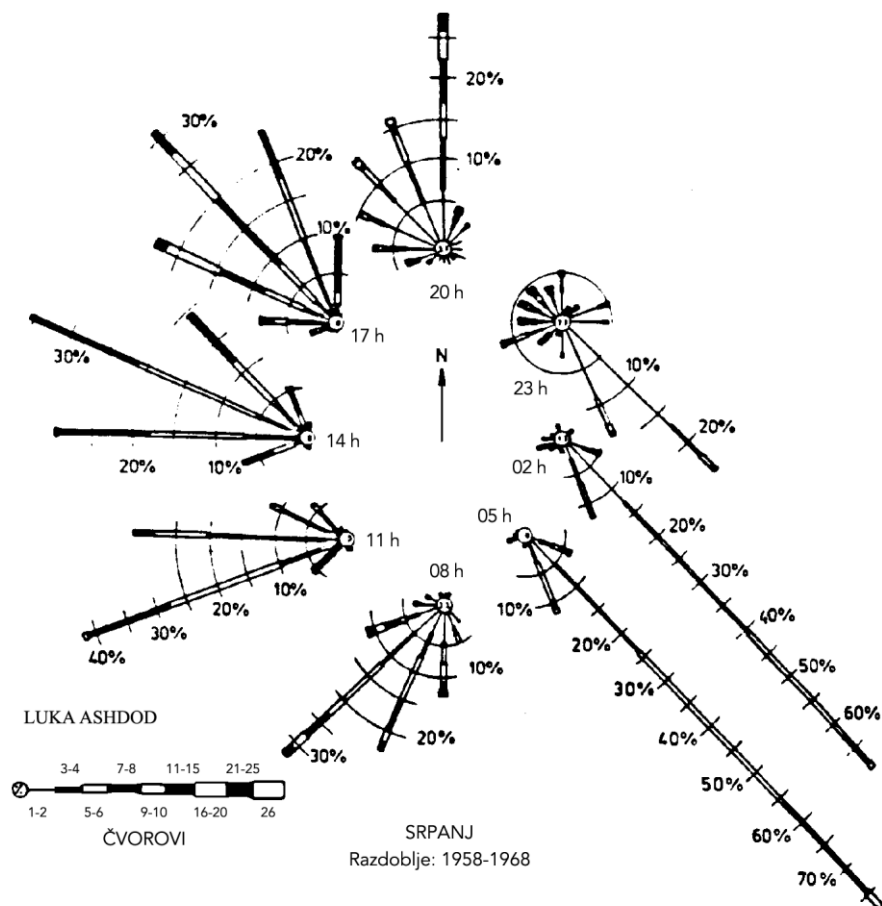
Dvije situacije su prikazane na slici 4.36. U prvom slučaju, struja nailazi na izduženu prepreku pod malim kutem. Tada se na "navjetrenoj" strani stvara konvergentni vrtlog, a na "zavjetrenoj" divergentni (slika 4.36a). Ako pak zračna struja nailazi pod velikim kutem na približno simetričnu prepreku tada će se u njenoj zavjetrini stvoriti konvergentni vrtlog (slika 4.36b). Oba navedena slučaja vjerojatno se javljaju na području *Medvednice* kraj Zagreba na što ukazuju dosadašnja istraživanja (Čačić, 1986).



Slika 4.36 Konfiguracija horizontalnog strujanja koja ilustrira aerodinamički efekt prepreke: a) otklon struje na prepreci koja joj je skoro paralelna i b) konfluentni vrtlog iza prepreke. U oba slučaja sjenčano područje označava maksimum konvergencije (Blumen, 1990; str. 267).

4.7 Obalna cirkulacija i vrijeme

Obalna cirkulacija (vjetar s mora odnosno kopna; eng. *sea breeze* odnosno *land breeze*), pripada skupini termalno inicirane cirkulacije na lokalnoj razini. Posljedica je različitih termalnih svojstava kopnene odnosno vodene površine. Na primjer, voda ima veći toplinski kapacitet od kopna, propušta više topline u dubinu nego kopno, izložena je mješanju itd. Ukratko, morska (općenito vodena) površina

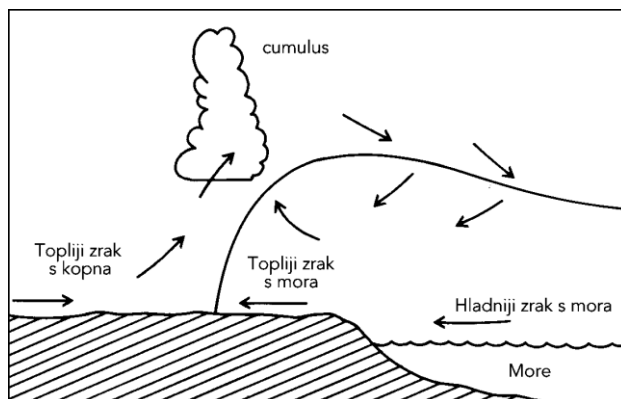


Slika 4.37 Srpanske dnevne ruže vjetra (termini označeni na slici po lokalnom vremenu) za luku Ashdod (oko 25 km južno od Tel Aviva; Izrael), dobivene na temelju podataka iz razdoblja 1958-1968. Duljine zebrih linija označavaju čestinu smjera vjetra, a njihova širina brzinu vjetra. Usmjerene su tamo od kamo vjetar puše (prema Neumann, 1977; Ray, 1986; str. 524).

sporije se ugrijava i hladi od kopnene. Posljedica toga je nastajanje gradijenta atmosferskog tlaka u blizini obala mora ili jezera. Za vrijeme sunčanih i relativno mirnih dana u ljetnom dijelu godine gradijenti tlaka su usmjereni od mora prema kopnu, a za vrijeme vedrih noći (osobito zimskih) prema moru. Ti gradijenti iniciraju strujanje zraka prema obali odnosno prema moru. Zbog djelovanja Coriolisove sile dolazi do skretanja vjetra *cum sole* (za Suncem) (vidi Ray, 1986). Tipične brzine vjetra s mora su 5-10 m/s, dok je vjetar s kopna obično slabiji.

Skretanje vjetra tijekom dana na istočnim obalama Sredozemlja, za vrijeme ljetnih mjeseci, zamijećeno je još u biblijskim vremenima. Da je to zapažanje bilo ispravno pokazuju rezultati empirijskih istraživanja. Primjer takvog istraživanja ilustriran je dnevnim ružama vjetra za Ashdod, prikazanim na slici 4.37. Postojanje obalne cirkulacije dokazano je na morima diljem svijeta. Ona je izraženija u suptropskim područjima nego u sjevernijim (južnijim) od njih, a opažena je čak i na obalama Aljaske. Naravno, obalna cirkulacija karakteristična je i za obale Jadrana (Lukšić, 1989; Orlić et al., 1988).

Zapažen je također utjecaj obalne cirkulacije na stvaranje konvektivnih oblaka pa i oborina osobito u suptropskim područjima. Takav proces, za slučaj vjetra s mora, shematski je ilustriran na vertikalnom presjeku prikazanom na slici 4.38. Dizanje toplijeg zraka iznad kopna, u promatranom slučaju, potaknuto je razmjerno hladnijim zrakom s mora. Sličan proces se može dogoditi nad morem u slučaju vjetra s kopna. Naravno pojava oblaka ovisi o vlažnosti zraka, njegovoj stabilnosti kao i sinoptičkoj situaciji makrorazmjera.



Slika 4.38 Vertikalni presjek za shematsku ilustraciju utjecaja vjetra s mora na razvoj konvektivnih oblaka. Sjenčano područje označava tlo, a nazubljena crta predstavlja morsku površinu. Puna ravna crta predstavlja granicu (frontalnu plohu) između maritimnog i zračenja iznad kopna. Strelice označavaju dijelove strujnica (Meteorological Office, 1971; str. 62).

Osim na oblake i oborine, obalna cirkulacija može utjecati na "*provjetravanje*" čovjekovih obitavališta za vrijeme ljetnih sparina. Također, raspodjela zagađivala atmosfere može katkad biti diktirana obalnom cirkulacijom. Konačno, širenje šumskih požara, koji se nerijetko javljaju i na jadranskoj obali, izloženi su utjecaju vjetra pa tako i obalne cirkulacije.

DODATAK A

Geopotencijal i hipsometrijska jednadžba

Geopotencijal Φ u bilo kojoj točki Zemljine atmosfere definira se kao *rad* koji treba izvršiti protivno sili teži da bi se masa od 1 kg podigla s morske razine na razinu te točke (Wallace i Hobbs, 1977). Drugim riječima, Φ je težinski (gravitacijski) potencijal za jediničnu masu. Jedinice za geopotencijal su Jkg^{-1} ili m^2s^{-2} . Sila (u Newtonima) koja djeluje na jediničnu masu od 1 kg na visini z iznad morske razine numerički je jednaka akceleraciji sile teže g . Zato je rad (u Jouleima) izvršen dizanjem mase od 1 kg s visine z (u metrima) na visinu $z+dz$ jednak $g dz$ tj.

$$d\Phi = g dz . \quad (A1)$$

Prema tome, geopotencijal $\Phi(z)$ na visini z dan je izrazom

$$\Phi(z) = \int_0^z g dz , \quad (A2)$$

gdje se konvencionalno uzima da je na morskoj razini ($z=0$) geopotencijal $\Phi(0)=0$. Treba naglasiti da geopotencijal za bilo koju točku Zemljine atmosfere ovisi samo o visini te točke, a ne o stazi po kojoj je jedinična masa dostigla u tu točku.

Može se također definirati *geopotencijalna visina* Z kao

$$Z \equiv \frac{\Phi(z)}{9.8} = \frac{1}{9.8} \int_0^z g dz , \quad (A3)$$

gdje je konstanta iz nazivnika numerički približno jednaka prosječnoj akceleraciji sile teže na Zemljinoj površini. Geopotencijalna visina, definirana s (A3), je izražena u *geopotencijalnim metrima* (gpm). Geopotencijalni metar je izvedena jedinica za geopotencijal jednaka 0.98 *dinamičkih metara* (1 dinm = 10 Jkg^{-1}). U slučaju kada je $g=9.8 \text{ ms}^{-2}$ geopotencijalni metar odgovara visinskoj geometrijskoj razlici od 1 m. Kako navedena akceleracija raste idući od ekvatora prema

polovima, ekvigeopotencijalne plohe su blago nagnute prema polovima¹. Iako ta nagnutost nije izražena postoji fizikalno opravdanje za promatranje atmosferskih procesa na geopotencijalnim plohama u odnosu na geometrijske "horizontalne" plohe (na primjer, na geopotencijalnim plohama jednostavnije su hidrodinamičke jednadžbe atmosfere o kojima će opširno biti govora u udžbeniku za prognozu vremena). Općenito, odnos između geometrijske i geopotencijalne visine, ovisno o sili teži, prikazan je u tablici A1.

Tablica A1 Vrijednosti geometrijske visine (z), geopotencijalne visine (Z) i akceleracije sile teže (g) na geografskoj širini od 40° (Wallace and Hobbs, 1977; str. 55).

z (km)	z (gpkm)	g (ms^{-1})
0	0	9.802
1	1.000	9.798
10	9.986	9.771
20	19.941	9.741
30	29.864	9.710
60	59.449	9.620
90	88.758	9.531
120	117.795	9.443
160	156.096	9.327
200	193.928	9.214
300	286.520	8.940
400	376.370	8.677
500	463.597	8.427
600	548.314	8.186

¹ Geopotencijalne ili ekvigeopotencijalne plohe jesu plohe konstantnog geopotencijala. Zbog toga je konstantna potencijalna energija česti zraka koja se giba na toj plohi. Geopotencijalne plohe su u svakoj točki okomite na smjer djelovanja sile teže. Kako sila teža postupno raste od ekvatora prema polu, nadmorske odnosno geometrijske visine geopotencijalnih ploha postupno padaju u istom smjeru. Tako, postoji nagib između geopotencijalnih i ploha konstantne nadmorske visine. Međutim, taj nagib nije velik tako da se za određene praktične svrhe može pretpostaviti koincidencija tih ploha.

Izraz (A3) nije najpogodniji za meteorološku praksu. Do pogodnijeg oblika može se doći upotrebom *hidrostatičke* jednadžbe

$$dp = -\rho g dz \quad (\text{A4})$$

i jednadžbe stanja plina za vlažni zrak

$$p = \rho RT = \rho R_d T_v, \quad (\text{A5})$$

gdje je p tlak zraka, ρ gustoća vlažnog zraka, R plinska “konstanta” vlažnog^{II}, a R_d plinska konstanta suhog zraka te T apsolutna i T_v virtuelna temperatura zraka. Virtuelna temperatura zraka može se izraziti formulom

$$T_v = \left(1 + 0.378 \frac{e}{p}\right) T, \quad (\text{A6})$$

dok je R dano s

$$R = \left(1 + 0.378 \frac{e}{p}\right) R_d,$$

gdje je e tlak vodene pare koji izražava sadržaj vlage u zraku (vidi Haltiner i Martin, 1957; Wallace i Hobbs, 1977). Upotrebom jednadžbi (A4) i (A5) izraz (A1) prelazi u

$$d\Phi = -RT \frac{dp}{p} = -R_d T_v \frac{dp}{p}. \quad (\text{A7})$$

Integracijom (A7) po tlaku i geopotencijalu između dviju razina dobiva se

^{II} Na riječ *konstanta* postavljeni su znaci navoda jer R definirano u (A5) nije konstanta budući da ovisi o vlazi u zraku koja je vremenski i prostorno promjenljiva. Međutim doprinos vlage veličini R je razmjerno mali pa se često može zanemariti. Kako zrak uvijek sadrži nešto vlage, R se može tretirati “konstantom zraka”, a naglasiti slučajeve kad se tretira suhi zrak.

$$\Phi_2 - \Phi_1 = -R_d \int_{p_1}^{p_2} T_v \frac{dp}{p}. \quad (\text{A8})$$

Dijeljenjem obaju strana posljednje jedn. (A8) s 9.8 i zamjenom granica integracije slijedi izraz

$$Z_2 - Z_1 = \frac{R_d}{9.8} \int_{p_2}^{p_1} T_v \frac{dp}{p}. \quad (\text{A9})$$

Ako se s \bar{T}_v označi srednja virtuelna temperatura između dviju razina tada (A9) postaje

$$Z_2 - Z_1 = \frac{R_d \bar{T}_v}{9.8} \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = 29.3 \bar{T}_v \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right), \quad (\text{A10})$$

jer je $R_d = 287 \text{ JK}^{-1} \text{ kg}^{-1}$.

Jedn. (A10) poznata je pod nazivom *hipsometrijska jednadžba* (eng. hypsometric equation). Gornji oblik te jednadžbe pogodan je za izračunavanje *debljine* atmosferskog sloja između dviju izobarnih ploha koja očito ovisi jedino o njegovoj srednjoj virtuelnoj temperaturi. Te debljine se nazivaju i *relativnom topografijom* za razliku od *apsolutne topografije* koja se izračunava od morske razine. Tako se na primjer relativna topografija između ploha 500 i 1000 hPa skraćeno označava s RT 500/1000 hPa, a apsolutna topografija plohe 500 hPa kao AT 500 hPa itd. Hipsometrijska jednadžba u modificiranom obliku može se također koristiti za svođenje tlaka zraka, izmjenjenog na meteorološkim postajama, na morsku razinu kao i za analizu promjene tlaka visinom.

DODATAK B

Statistički parametri

Pod pojmom *slučajne ili stohastičke varijable* podrazumijeva se skup vrijednosti dobivenih kao rezultat nekog eksperimenta (vidi Daley, 1991). Neka je to skalarna varijabla s . Predpostavimo li da ona može poprimiti sve vrijednosti između $-\infty$ i $+\infty$ tada je očekivana vrijednost od s dana s

$$\langle s \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} sp(s)ds \quad (\text{B1})$$

gdje je $p(s)$ funkcija gustoće vjerojatnosti od s . Vrijednost $p(s)$ je vjerojatnost da s leži u infinitezimalnom intervalu $[s, s+ds]$, uz uvjet da je

$$p(s) \geq 0 \quad \text{i} \quad \int_{-\infty}^{\infty} p(s)ds = 1. \quad (\text{B2})$$

Očekivanje od s , $\eta = \langle s \rangle$, naziva se srednjom vrijednošću ili prvim momentom od s .

Ako je $f(s)$ proizvoljna funkcija od s tada je

$$\langle f(s) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(s)p(s)ds. \quad (\text{B3})$$

Pretpostavimo li da je $f(s) = (s - \eta)^j$, gdje je j cijeli broj i $\eta = \langle s \rangle$ očekivana vrijednost od s , tada je s

$$\langle (s - \eta)^j \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} (s - \eta)^j p(s)ds \quad (\text{B4})$$

definiran j -ti moment od s oko njegove očekivane vrijednosti η . Drugi moment ($j=2$) predstavlja varijancu od s tj.

$$\sigma_s^2 = \langle (s - \eta)^2 \rangle \quad (\text{B5})$$

gdje je σ_s standardna devijacija od s i mjera je njegovog rasipanja oko η .

Normalna razdioba vjerojatnosti slučajne varijable ima funkciju gustoće oblika

$$p(s) = \frac{1}{\sigma_s \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(s - \eta)^2}{2\sigma_s^2} \right]. \quad (\text{B6})$$

U slučaju dviju varijabli s i q očekivanje sume varijabli jednako je sumi očekivanja tj.

$$\langle s + q \rangle = \langle s \rangle + \langle q \rangle, \quad (\text{B7})$$

što se može izvesti iz (B1). Međutim, kad je riječ o množenju dviju varijabli općenito ne vrijedi razdvajanje gornjeg tipa. Naime, definira li se kovarijanca dviju varijabli s i q kao

$$\text{cov}(s, q) = \langle [s - \langle s \rangle][q - \langle q \rangle] \rangle = \langle sq \rangle - \langle s \rangle \langle q \rangle, \quad (\text{B8})$$

kaže se da su varijable stohastički nezavisne ako je $\langle sq \rangle = \langle s \rangle \langle q \rangle$. Dakle, očekivanje produkta jednako je produktu očekivanja samo za nezavisne varijable. Iz (B8) slijedi

$$\text{cov}(s, s) = \langle s^2 \rangle - \langle s \rangle^2 = \sigma_s^2 \quad (\text{B9})$$

tj. varijanca od s .

Koeficijent korelacije se definira kao

$$\rho_{qs} = \frac{\langle [s - \langle s \rangle][q - \langle q \rangle] \rangle}{\sigma_s \sigma_q}, \quad -1 \leq \rho_{qs} \leq 1 \quad (\text{B10})$$

gdje su σ_s i σ_q definirani s (B5). U slučaju da su q i s stohastički nezavisni $\sigma_{qs} = 0$.

Razmotrimo sada slučaj kada su s i q funkcije položaja $\mathbf{r} = (x, y, z)$ tj. triju prostornih koordinata^{III}. Pretpostavimo da su one definirane na položajima \mathbf{r}_i , $1 \leq i \leq I$. Neka su \underline{s} i \underline{q} stupac-vektori s elementima $s(\mathbf{r}_i)$ i $q(\mathbf{r}_i)$, $i=1,2,\dots,I$. Na ovaj način su definirane *vektorske* stohastičke varijable. U tom slučaju, očekivanje produkta vektora $\underline{s}-\langle\underline{s}\rangle$ i $[\underline{q}-\langle\underline{q}\rangle]^T$ definira $I \times I$ matricu kovarijance

$$\underline{\underline{C}}_{sq} = \left\langle [\underline{s} - \langle\underline{s}\rangle] [\underline{q} - \langle\underline{q}\rangle]^T \right\rangle, \quad (\text{B11})$$

gdje T označava transpon stupac-vektora tj. prevodi ga u redak-vektor (u slučaju matrice svi njeni stupci prelaze u retke). Proizvoljni element matrice dan je s

$$c_{sq}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \text{cov}[s(\mathbf{r}_i), q(\mathbf{r}_j)] = \left\langle [s(\mathbf{r}_i) - \langle s(\mathbf{r}_i) \rangle] [q(\mathbf{r}_j) - \langle q(\mathbf{r}_j) \rangle] \right\rangle, \quad (\text{B12})$$

$$i, j = 1, 2, \dots, I.$$

Sama matrica u razvijenom obliku izgleda ovako

$$\underline{\underline{C}}_{sq} = \begin{bmatrix} c_{sq}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1) & \dots & c_{sq}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_I) \\ \cdot & \dots & \cdot \\ c_{sq}(\mathbf{r}_I, \mathbf{r}_1) & \dots & c_{sq}(\mathbf{r}_I, \mathbf{r}_I) \end{bmatrix}. \quad (\text{B13})$$

Analogijom s (B10) moguće je definirati korelacionu matricu $\underline{\underline{\rho}}_{sq}$ s elementima

$$\rho_{sq}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \frac{\left\langle [s(\mathbf{r}_i) - \langle s(\mathbf{r}_i) \rangle] [q(\mathbf{r}_j) - \langle q(\mathbf{r}_j) \rangle] \right\rangle}{\sigma_s(\mathbf{r}_i) \sigma_q(\mathbf{r}_j)}, \quad (\text{B14})$$

gdje su

$$\sigma_s^2(\mathbf{r}_i) = \left\langle [s(\mathbf{r}_i) - \langle s(\mathbf{r}_i) \rangle]^2 \right\rangle$$

i

^{III} Vektori položaja, brzine, akceleracije, sila itd. u knjizi su označeni "masnim" slovom, stupac-vektori tj. jednostupčane matrice su označene jednom podcrtom, a višestupčane matrice s dvije.

$$\sigma_q^2(\mathbf{r}_j) = \left\langle [q(\mathbf{r}_j) - \langle q(\mathbf{r}_j) \rangle]^2 \right\rangle$$

varijance odgovarajućih varijabli. Koeficijenti kovarijance i korelacije mogu se povezati izrazom

$$\rho_{sq}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = c_{sq}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) / [\sigma_s(\mathbf{r}_i) \sigma_q(\mathbf{r}_j)] \quad (\text{B15})$$

odnosno

$$\underline{\underline{C}}_{sq} = \underline{\underline{\sigma}}_s \underline{\underline{\rho}}_{sq} \underline{\underline{\sigma}}_q, \quad (\text{B16})$$

gdje je $\underline{\underline{\sigma}}_s$ dijagonalna matrica s elementima $\sigma_s(\mathbf{r}_i)$ i $\underline{\underline{\sigma}}_q$ dijagonalna matrica s elementima $\sigma_q(\mathbf{r}_i)$.

U specijalnom slučaju kada je $s=q$, $\underline{\underline{C}}_{ss}$ je simetrična i naziva se matricom autokovarijance a rijeđe samo matricom kovarijance (analogna terminologija pripada i matricama autokorelacije). $\underline{\underline{C}}_{ss}$ je pozitivno semidefinitna (vidi Daley, 1991). To znači da je

$$\begin{aligned} \underline{\underline{z}}^T \underline{\underline{C}}_{ss} \underline{\underline{z}} &= \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^I c_{ss}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) z_i z_j = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^I z_i z_j [s(\mathbf{r}_i) - \langle s(\mathbf{r}_i) \rangle] [s(\mathbf{r}_j) - \langle s(\mathbf{r}_j) \rangle] \\ &= \left\langle \left[\sum_{i=1}^I z_i \{s(\mathbf{r}_i) - \langle s(\mathbf{r}_i) \rangle\} \right]^2 \right\rangle \geq 0 \end{aligned} \quad (\text{B17})$$

kvadratna forma, gdje je $\underline{\underline{z}}$ proizvoljni stupac-vektor s I elemenata od kojih su barem neki različiti od nule. Iz relacije (B17) proizilazi da su sve svojstvene vrijednosti od $\underline{\underline{C}}_{ss}$ realne i pozitivne. Nadalje, može se pretpostaviti zbog jednostavnosti da je

$$\langle s(\mathbf{r}_i) \rangle = \langle q(\mathbf{r}_i) \rangle = 0, \quad 1 \leq i \leq I,$$

tako da je

$$\text{cov}[s(\mathbf{r}_i), q(\mathbf{r}_j)] = \langle s(\mathbf{r}_i) q(\mathbf{r}_j) \rangle.$$

Kaže se da je statistička struktura prostorno *homogena* ako ovisi samo o relativnoj udaljenosti $\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$. Takva ovisnost je povoljnija za promatranje od apsolutne ovisnosti. U homogenom slučaju

$$c_{sq}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \langle s(\mathbf{r}_i)q(\mathbf{r}_i + \tilde{\mathbf{r}}) \rangle = c_{sq}(\tilde{\mathbf{r}}) \quad (\text{B18})$$

kovarijanca je funkcija relativne udaljenosti $\tilde{\mathbf{r}}$. Tada su dijagonalni elementi matrice kovarijance

$$c_{sq}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i) = \langle s(\mathbf{r}_i)q(\mathbf{r}_i) \rangle = c_{sq}(\mathbf{0}) \quad (\text{B19})$$

neovisni o položaju. Nadalje, iz (B18) i (B19) slijedi

$$c_{sq}(\tilde{\mathbf{r}}) = \langle s(\mathbf{r}_i)q(\mathbf{r}_i + \tilde{\mathbf{r}}) \rangle = \langle s(\mathbf{r}_i - \tilde{\mathbf{r}})q(\mathbf{r}_i) \rangle = \langle q(\mathbf{r}_i)s(\mathbf{r}_i - \tilde{\mathbf{r}}) \rangle = c_{qs}(-\tilde{\mathbf{r}}) \quad (\text{B20})$$

iz čega je evidentno da je

$$c_{ss}(\tilde{\mathbf{r}}) = c_{ss}(-\tilde{\mathbf{r}}). \quad (\text{B21})$$

Kako je

$$c_{ss}(\mathbf{0}) = \langle s^2(\mathbf{r}_i) \rangle = \langle s^2 \rangle$$

neovisno o položaju, tada je

$$c_{ss}(\tilde{\mathbf{r}}) = \langle s^2 \rangle \rho_{ss}(\tilde{\mathbf{r}}) = c_{ss}(\mathbf{0}) \rho_{ss}(\tilde{\mathbf{r}})$$

i

$$c_{ss}(\mathbf{0}) = \langle s^2 \rangle \geq \langle s^2 \rangle |\rho_{ss}(\tilde{\mathbf{r}})| = |c_{ss}(\tilde{\mathbf{r}})|. \quad (\text{B22})$$

Treba spomenuti da homogenost po definiciji zadržava ovisnost statističke strukture o smjeru relativne udaljenosti $\tilde{\mathbf{r}}$. Dodatni uvjet je *izotropnost* koja pretpostavlja neovisnost statističke strukture o smjeru vektora relativne udaljenosti. Na taj način se ovisnost statističke strukture svodi na njenu ovisnost o apsolutnoj vrijednosti relativne udaljenosti $|\tilde{\mathbf{r}}| = \tilde{r}$ tj. na ovisnost o skalarnom parametru što pojednostavljuje njenu analizu (vidi Daley, 1991; Bengtsson et al., 1981; Radinović, 1969).

Vremenski analog prostornoj *homogenosti* i *izotropnosti* zajedno je *stacionarnost*. Definiramo li s i q u vremenima t_1 i t_2 i razliku $\tau = t_2 - t_1$, pod stacionarnim uvjetima tada vrijedi

$$c_{sq}(t_1, t_2) = \langle s(t_1)q(t_2) \rangle = \langle s(t_1)q(t_1 + \tau) \rangle = c_{sq}(\tau), \quad (\text{B23})$$

tj. c_{sq} postaje funkcija samo vremenske razlike τ , dakle funkcija skalara.

Sada pretpostavimo da je $s(\mathbf{r}, t)$ točna vrijednost od s (eng. signal) i definirajmo procjenu (eng. estimation) sa $s_e(\mathbf{r}, t)$ uz pogrešku $\varepsilon(\mathbf{r}, t)$. Tada je

$$s_e(\mathbf{r}, t) = s(\mathbf{r}, t) + \varepsilon(\mathbf{r}, t). \quad (\text{B24})$$

Procjene $s_e(\mathbf{r}, t)$ od $s(\mathbf{r}, t)$ mogu se dobiti motrenjem, klimatološkom analizom ili prognozom pomoću numeričkih modela (zovu se i preliminarnom procjenom) ili algoritmom objektivne analize. Operator očekivanja može također biti primijenjen na pogrešku $\varepsilon(\mathbf{r}, t)$ tj.

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon p(\varepsilon) d\varepsilon, \\ \langle \varepsilon^2 \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon^2 p(\varepsilon) d\varepsilon, \end{aligned} \quad (\text{B25})$$

gdje je $p(\varepsilon)$ vjerojatnost pojave pogreške u intervalu $[\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon]$. Radi jednostavnosti mogu se uvesti određene pretpostavke na pogrešku:

- Ako je $\langle \varepsilon(\mathbf{r}, t) \rangle = 0$, ne postoji sustavna pogreška.
- Ako je $\langle \varepsilon(\mathbf{r}_i, t) \varepsilon(\mathbf{r}_j, t) \rangle = 0$ za $\mathbf{r}_i \neq \mathbf{r}_j$, pogreške nisu prostorno korelirane.
- Ako je $\langle \varepsilon(\mathbf{r}, t_1) \varepsilon(\mathbf{r}, t_2) \rangle = 0$ za $t_1 \neq t_2$, pogreške nisu vremenski korelirane.
- Ako je $\langle s(\mathbf{r}, t) \varepsilon(\mathbf{r}, t) \rangle = 0$, pogreška nije u korelaciji sa signalom.

Ako je ispunjen prvi od navedenih uvjeta tada je

$$\langle s_e(\mathbf{r}, t) \rangle = \langle s(\mathbf{r}, t) \rangle. \quad (\text{B26})$$

Mjera signifikantnosti pogreške može se izraziti odnosom varijance signala i pogreške tj.

$$\frac{\langle [s(\mathbf{r}, t) - \langle s(\mathbf{r}, t) \rangle]^2 \rangle}{\langle \varepsilon^2(\mathbf{r}, t) \rangle}. \quad (\text{B27})$$

Što je ova veličina manja pogreška procjene je signifikantnija.

DODATAK C

Procjena vrijednosti varijabli po principu najmanjih kvadrata

Teorija metode najmanjih kvadrata potječe još od *Gausa*^{IV}. Kako je točnost mjerenja nekog procesa (varijable) ograničena traži se što je moguće bliža vrijednost točnoj (vidi Daley, 1991).

I. Skalarna verzija

Pretpostavimo da postoji N načina mjerenja skalarne varijable, s pogreškom mjerenja $\varepsilon_n = s - s_n$ za n -to mjerenje, gdje je s_n izmjerena vrijednost varijable (također za n -to mjerenje), a s točna. Neka je pogreška mjerenja slučajna varijabla s nultom očekivanom (srednjom) vrijednošću tj. $\langle \varepsilon_n \rangle = 0$ i normalno razdijeljena. Tada je vjerojatnost da će pogreška n -tog mjerenja ležati u intervalu $[\varepsilon_n, \varepsilon_n + d\varepsilon_n]$ jednaka

$$p(\varepsilon_n) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\varepsilon_n^2}{2\sigma_n^2}\right], \quad (\text{C1})$$

gdje je

$$\sigma_n = \sqrt{\langle \varepsilon_n^2 \rangle}$$

standardna devijacija pogreške mjerenja.

Ako je $N=1$, tada je najvjerojatnija ona vrijednost od s za koju je vjerojatnost $p(\varepsilon_1)$ maksimalna. Iz jedn. (C1) sljedi da je to slučaj kada je $\varepsilon_1 = 0$ ili $s = s_1$.

Ako postoji N načina mjerenja različitim instrumentima (sa stohastičkog gledišta neovisnih mjerenja; $\langle \varepsilon_m \varepsilon_n \rangle = 0$, za $m \neq n$) tada je združena vjerojatnost

^{IV} K. F. Gauss je njemački matematičar (1777-1855).

da ε_1 leži u intervalu $[\varepsilon_1, \varepsilon_1 + d\varepsilon_1]$, ε_2 u intervalu $[\varepsilon_2, \varepsilon_2 + d\varepsilon_2]$ i ε_N u intervalu $[\varepsilon_N, \varepsilon_N + d\varepsilon_N]$ jednaka produktu pojedinih vjerojatnosti tj.

$$p(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N) = p(\varepsilon_1)p(\varepsilon_2)\dots p(\varepsilon_N) = \prod_{n=1}^N \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_n^2}{2\sigma_n^2}\right) \quad (C2)$$

$$= \left[\prod_{n=1}^N \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \right] \exp\left[-\sum_{n=1}^N \frac{(s - s_n)^2}{2\sigma_n^2}\right]$$

gdje Π označava operaciju množenja. U ovom je slučaju najvjerojatnija vrijednost za s ona za koju je vjerojatnost $p(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N)$ maksimalna. To se postiže kada je suma unutar eksponenta iz (C2) minimalna. Najvjerojatnija vrijednost za s može se označiti sa s_a (od eng. analysis), a često se naziva procjenom uz maksimalnu vjerojatnost (eng. maximum likelihood estimate). To povlači minimiziranje veličine

$$I = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \frac{(s_a - s_n)^2}{\sigma_n^2} = \frac{(s_a - s_1)^2}{2\sigma_1^2} + \frac{(s_a - s_2)^2}{2\sigma_2^2} + \dots + \frac{(s_a - s_n)^2}{2\sigma_n^2}. \quad (C3)$$

Deriviranjem (C3) po s_a i izjednačavanjem te derivacije s nulom dobiva se

$$\sum_{n=1}^N \frac{(s_a - s_n)}{\sigma_n^2} = \frac{s_a - s_1}{\sigma_1^2} + \frac{s_a - s_2}{\sigma_2^2} + \dots + \frac{s_a - s_n}{\sigma_n^2} = 0$$

ili

$$s_a = \frac{\sum_{n=1}^N \sigma_n^{-2} s_n}{\sum_{n=1}^N \sigma_n^{-2}}. \quad (C4)$$

Dakle, najvjerojatnija procjena od s je otežani prosjek mjerenja, gdje su težine obrnuto proporcionalne varijancama pogrešaka mjerenja. Kako je po definiciji

$\langle s_n \rangle = \langle s \rangle$, iz (C4) slijedi da je $\langle s_a \rangle = \langle s \rangle$, tj. ne postoji "prevaga" (eng. bias) ni na jednu stranu od očekivane vrijednosti s .

Može se definirati i pogreška procjene uz maksimalnu združenu vjerojatnost $\varepsilon_a = s_a - s$. Tada je njena varijanca

$$\langle (s_a - s)^2 \rangle = \langle \varepsilon_a^2 \rangle = \left\langle \left[\frac{\sum_{n=1}^N \sigma_n^{-2} (s_n - s)}{\sum_{n=1}^N \sigma_n^{-2}} \right]^2 \right\rangle = \left[\sum_{n=1}^N \sigma_n^{-2} \right]^{-1}, \quad (C5)$$

kako je $\langle \varepsilon_n \varepsilon_m \rangle = 0$ za $m \neq n$ jer, po pretpostvci, pogreške različitih mjerenja nisu u korelaciji i činjenice da je $\sigma_n^2 = \langle (s_n - s)^2 \rangle$.

U slučaju kad se mjerenja obavljaju istim tipom instrumenta tada je $\sigma_n = \sigma$, $1 \leq n \leq N$, odnosno

$$s_a = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N s_n \quad \text{i} \quad \langle \varepsilon_a^2 \rangle = \frac{\sigma^2}{N}. \quad (C6)$$

Dakle, najvjerojatnija procjena je prosjek svih mjerenja, a varijanca pogreške te procjene proporcionalna je varijanci pogreške mjerenja, a obrnuto proporcionalna broju mjerenja.

Jedn. (C3) može se pisati kao

$$I = \sum_{n=1}^N w_n d_n^2, \quad (C7)$$

gdje su $w_n = 0.5 \sigma_n^{-2}$ i $d_n = s_a - s_n$. Veličine w_n zovu se *Gaussov* modulom preciznosti ili *Gaussov* težinama. Kako je w_n unaprijed zadano zovu se *a priori* težinama za razliku od onih koje se dobiju empirički *a posteriori*, a koje će se označavati s velikim slovom tj. s W_n . Veličina d_n je rezidual n -tog mjerenja.

Do istog rezultata za s_a kao što je u (C4) dolazi se linearnom kombinacijom mjerenih vrijednosti s_n tj.

$$s_a = \sum_{n=1}^N c_n s_n, \quad (\text{C8a})$$

uz uvjet da je

$$\sum_{n=1}^N c_n = 1. \quad (\text{C8b})$$

Iz gornjeg pak slijedi da je očekivana pogreška procjene

$$\langle \varepsilon_a \rangle = \langle s_a \rangle - \langle s \rangle = \sum_{n=1}^N c_n \langle \varepsilon_n \rangle - \langle s \rangle \left[1 - \sum_{n=1}^N c_n \right] = 0 \quad (\text{C9a})$$

kako je $\langle \varepsilon_n \rangle = 0$. Varijanca procjene je

$$\langle \varepsilon_a^2 \rangle = \left\langle \left(\sum_{n=1}^N c_n s_n - \sum_{n=1}^N c_n s \right)^2 \right\rangle = \left\langle \left(\sum_{n=1}^N c_n \varepsilon_n \right)^2 \right\rangle = \sum_{n=1}^N c_n \sigma_n^2, \quad (\text{C9b})$$

kako je $\langle \varepsilon_n \varepsilon_m \rangle = 0$.

Za minimiziranje varijance pogreške procjene (C9b) uz uvjet (C8b) koristi se *Lagrangeov* princip za traženje uvjetnih ekstrema. tj. minimizira se veličina

$$J = \langle \varepsilon_a^2 \rangle + \lambda \left(1 - \sum_{n=1}^N c_n \right), \quad (\text{C10})$$

gdje je λ *Lagrangeov* multiplikator (vidi Kurepa, 1975; Schwartz, 1967). Diferenciranjem po c_n i izjednačavanjem te derivacije s nulom tj.

$$\frac{\partial J}{\partial c_n} = 2c_n \sigma_n^2 - \lambda = 0 \quad (\text{C11})$$

dobiva se

$$c_n = \frac{\lambda}{2\sigma_n^2}, \quad (\text{C12a})$$

iz čega, nakon sumiranja po n proizilazi

$$\lambda = \frac{2}{\sum_{n=1}^N \sigma_n^{-2}}, \quad (\text{C12b})$$

uz uvjet (C8b). Zamjenom (C12b) u (C12a) dobiva se

$$c_n = \frac{\sigma_n^{-2}}{\sum_{n=1}^N \sigma_n^{-2}}. \quad (\text{C12c})$$

Uvrštavanjem (C12c) u (C8a) nalazimo najvjerojatniju procjenu varijable s tj.

$$s_a = \frac{\sum_{n=1}^N \sigma_n^{-2} s_n}{\sum_{n=1}^N \sigma_n^{-2}}, \quad (\text{C13})$$

što je isto što i (C4). Težine c_n nazivaju se *optimalne težine*.

Specijalan je slučaj kada je $N=2$. Uz posebne oznake za mjerenja "o" (eng. observation) i preliminarne (pozadinske - eng. background) procjene "B", iz jed. (C3)-(C5) slijedi

$$I = \frac{(s_a - s_o)^2}{2\sigma_o^2} + \frac{(s_a - s_B)^2}{2\sigma_B^2}, \quad (\text{C14a})$$

$$s_a = \frac{\sigma_o^{-2} s_o + \sigma_B^{-2} s_B}{\sigma_o^{-2} + \sigma_B^{-2}} = \frac{s_B^2 s_o + \sigma_o^2 s_B}{\sigma_o^2 + \sigma_B^2} = s_B + \frac{\sigma_B^2}{\sigma_o^2 + \sigma_B^2} [s_o - s_B], \quad (\text{C14b})$$

$$\langle \varepsilon_a^2 \rangle = \sigma_B^2 - \frac{\sigma_B^4}{\sigma_o^2 + \sigma_B^2} = \frac{\sigma_B^2 \sigma_o^2}{\sigma_o^2 + \sigma_B^2} = (\sigma_o^{-2} + \sigma_B^{-2}). \quad (C14c)$$

II. "Vektorska" verzija

Kada su varijable prostorno i/ili vremenski ovisne primjenjuje se tzv. *vektorska* verzija principa najmanjih kvadrata. Najprije razmotrimo slučaj $N=1$.

Neka je $f(\mathbf{r})$ prostorno ovisna varijabla o $\mathbf{r}=\mathbf{r}(x,y,z)$, te $f_T(\mathbf{r}_k)$ točna (eng. true) i $f_o(\mathbf{r}_k)$ mjerena vrijednost od $f(\mathbf{r})$ na meteorološkoj postaji k s pogreškom mjerenja $\varepsilon_o(\mathbf{r}_k) = f_o(\mathbf{r}_k) - f_T(\mathbf{r}_k)$, koja ima očekivanu ili srednju vrijednost $\langle \varepsilon_o(\mathbf{r}_k) \rangle = 0$, kao i varijancu $E_o^2(k) = \langle \varepsilon_o^2(\mathbf{r}_k) \rangle$, uz uvjet da je $\langle \varepsilon_o(\mathbf{r}_k) \varepsilon_o(\mathbf{r}_l) \rangle = 0$ za $l \neq k$, $l, k = 1, 2, \dots, K$. Oznaka K predstavlja broj promatranih postaja.

Po analogiji s (C7) može se uvesti kvadratna forma

$$I = \sum_{k=1}^K w_k d_k^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \langle \varepsilon_o^2(\mathbf{r}_k) \rangle^{-1} [f_o(\mathbf{r}_k) - f_A(\mathbf{r}_k)]^2, \quad (C15)$$

gdje $f_A(\mathbf{r}_k)$ označava procjenu od $f(\mathbf{r}_k)$ i $w_k = \frac{1}{2} \langle \varepsilon_o^2(\mathbf{r}_k) \rangle^{-1}$. Minimiziranjem gornje veličine po $f_A(\mathbf{r}_k)$ dobiva se

$$f_A(\mathbf{r}_k) = f_o(\mathbf{r}_k), \\ k=1,2,\dots,K$$

što znači da su u ovom slučaju najvjerojatnije vrijednosti upravo one koje su dobivene mjerenjem. Osim u slučaju kada su mjerenja zadovoljavajuće točna ovaj trivijalni rezultat nije poželjan. Međutim, ako se minimizacija (C15) po funkciji $f_A(\mathbf{r}_k)$ obavlja uz uvjet njenog razvoja u red po funkcijama razvoja $h_q(\mathbf{r}_k)$, $q=1,2,\dots,Q$ koje mogu biti: *polinomi, trigonometrijske ili empiričke funkcije* tj.

$$f_A(\mathbf{r}_k) = \sum_{q=0}^Q c_q h_q(\mathbf{r}_k), \quad (C16a)$$

gdje su c_q koeficijenti razvoja, tada rezultat nije trivijalan. Može se također definirati regresijska procjena odnosno linearna kombinacija oblika

$$f_A(\mathbf{r}_k) = \sum_{k=1}^K W_k f_o(\mathbf{r}_k), \quad (\text{C16b})$$

gdje su W_k a posteriori težine.

Jedn. (C15) pak, može se pisati u matičnom (vektorskom) obliku kao

$$I = [\underline{f}_A - \underline{f}_o]^T \underline{W} [\underline{f}_A - \underline{f}_o] \quad (\text{C17})$$

ili

$$I = 0.5 [\underline{f}_A - \underline{f}_o]^T \underline{O}^{-1} [\underline{f}_A - \underline{f}_o],$$

gdje su \underline{f}_A i \underline{f}_o K -dimenzionalni stupac vektori analiziranih $f_A(\mathbf{r}_k)$ i mjerenih $f_o(\mathbf{r}_k)$ vrijednosti, \underline{W} je $K \times K$ dijagonalna matrica s elementima w_k i \underline{O} je dijagonalna matrica s elementima $\langle \varepsilon_o^2(\mathbf{r}_k) \rangle$.

U slučaju $N=2$ uvode se dodatno preliminarne procjene $f_B(\mathbf{r}_k)$ s pripadnim parametrima $\langle \varepsilon_B(\mathbf{r}_k) \rangle = 0$ i $E_B^2(k) = \langle \varepsilon_B^2(\mathbf{r}_k) \rangle$ tj. očekivanjem odnosno varijancom pogreške preliminarne procjene definirane s

$$\varepsilon_B(\mathbf{r}_k) = f_B(\mathbf{r}_k) - f_T(\mathbf{r}_k).$$

Razumno je pretpostaviti

$$\langle \varepsilon_o(\mathbf{r}_k) \varepsilon_o(\mathbf{r}_l) \rangle \neq 0, \quad \langle \varepsilon_B(\mathbf{r}_k) \varepsilon_B(\mathbf{r}_l) \rangle \neq 0 \quad \text{i} \quad \langle \varepsilon_o(\mathbf{r}_k) \varepsilon_B(\mathbf{r}_l) \rangle = 0 \quad (\text{C18})$$

za sve k i l . Tada je vektorska generalizacija (C3) za $N=2$ oblika (odnosno C14a)

$$I = 0.5 \left\{ [\underline{f}_A - \underline{f}_o]^T \underline{O}^{-1} [\underline{f}_A - \underline{f}_o] + [\underline{f}_A - \underline{f}_B]^T \underline{B}^{-1} [\underline{f}_A - \underline{f}_B] \right\}, \quad (\text{C19})$$

gdje su \underline{O} i \underline{B} matrice autokovarijance

$$\underline{\underline{O}} = \begin{bmatrix} \langle \varepsilon_o(\mathbf{r}_1) \varepsilon_o(\mathbf{r}_1) \rangle \dots \langle \varepsilon_o(\mathbf{r}_1) \varepsilon_o(\mathbf{r}_K) \rangle \\ \cdot \quad \quad \quad \cdot \\ \langle \varepsilon_o(\mathbf{r}_K) \varepsilon_o(\mathbf{r}_1) \rangle \dots \langle \varepsilon_o(\mathbf{r}_K) \varepsilon_o(\mathbf{r}_K) \rangle \end{bmatrix}, \quad \underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} \langle \varepsilon_B(\mathbf{r}_1) \varepsilon_B(\mathbf{r}_1) \rangle \dots \langle \varepsilon_B(\mathbf{r}_1) \varepsilon_B(\mathbf{r}_K) \rangle \\ \cdot \quad \quad \quad \cdot \\ \langle \varepsilon_B(\mathbf{r}_K) \varepsilon_B(\mathbf{r}_1) \rangle \dots \langle \varepsilon_B(\mathbf{r}_K) \varepsilon_B(\mathbf{r}_K) \rangle \end{bmatrix}$$

pogreška mjerenja odnosno preliminarnu procjenu, dok su \underline{f}_A i \underline{f}_B odgovarajući stupac vektori. Relacija (C19) može se pisati u obliku

$$I = 0.5 \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \{ [f_A(\mathbf{r}_k) - f_o(\mathbf{r}_k)] [f_A(\mathbf{r}_l) - f_o(\mathbf{r}_l)] \tilde{\sigma}_{kl} + [f_A(\mathbf{r}_k) - f_B(\mathbf{r}_k)] [f_A(\mathbf{r}_l) - f_B(\mathbf{r}_l)] \tilde{b}_{kl} \}, \quad (\text{C20})$$

gdje su $\tilde{\sigma}_{kl}$ i \tilde{b}_{kl} skraćeno označeni elementi matrica $\underline{\underline{O}}^{-1}$ i $\underline{\underline{B}}^{-1}$. U slučaju da ne postoje prostorne korelacije između pogrešaka mjerenja i preliminarnih procjena tada su ove matrice dijagonalne.

Deriviranjem (C20) po $f_A(\mathbf{r}_k)$ i izjednačavanjem derivacije s nulom, dobiva se

$$\frac{\partial I}{\partial f_A(\mathbf{r}_k)} = 0 = \sum_{l=1}^K \{ [f_A(\mathbf{r}_l) - f_o(\mathbf{r}_l)] \tilde{\sigma}_{kl} + [f_A(\mathbf{r}_l) - f_B(\mathbf{r}_l)] \tilde{b}_{kl} \}, \quad (\text{C21})$$

$$k = 1, 2, \dots, K$$

ili

$$\underline{\underline{B}}^{-1} [\underline{f}_A - \underline{f}_B] + \underline{\underline{O}}^{-1} [\underline{f}_A - \underline{f}_o] = \mathbf{0}, \quad (\text{C22})$$

odnosno

$$\underline{f}_A = [\underline{\underline{B}}^{-1} + \underline{\underline{O}}^{-1}]^{-1} [\underline{\underline{B}}^{-1} \underline{f}_B - \underline{\underline{O}}^{-1} \underline{f}_o], \quad (\text{C23})$$

tj.

$$\underline{f}_A = \underline{f}_B + \underline{\underline{B}} [\underline{\underline{B}} + \underline{\underline{O}}]^{-1} [\underline{f}_o - \underline{f}_B]. \quad (\text{C24})$$

Jedn. (C24) je *vektorska* inačica (verzija) jedn. (C14b) tj. *optimalna* procjena funkcije $f(\mathbf{r})$ na K postaja.

Moguće je također odrediti varijancu pogreške analize \underline{f}_A . Za tu svrhu definirajmo K -stupac vektor točnih vrijednosti \underline{f}_T i oduzmimo ga od obje strane jedn. (C23). Tim postupkom dobiva se relacija

$$\underline{f}_A - \underline{f}_T = \left[\underline{\underline{B}}^{-1} + \underline{\underline{O}}^{-1} \right]^{-1} \left[\underline{\underline{B}}^{-1} (\underline{f}_B - \underline{f}_T) + \underline{\underline{O}}^{-1} (\underline{f}_O - \underline{f}_T) \right]. \quad (\text{C25})$$

Definirajmo nadalje pogrešku analize na k -toj postaji s $\varepsilon_A(\mathbf{r}_k) = f_A(\mathbf{r}_k) - f_T(\mathbf{r}_k)$ i s $\underline{\varepsilon}_A$ stupac vektor sa elementima $\varepsilon_A(\mathbf{r}_k)$ kao i stupac vektor $\underline{\varepsilon}_o$ sa elementima $\varepsilon_o(\mathbf{r}_k)$. Onda iz jedn. (C25) slijedi

$$\underline{\varepsilon}_A = \left[\underline{\underline{B}}^{-1} + \underline{\underline{O}}^{-1} \right]^{-1} \left[\underline{\underline{B}}^{-1} \underline{\varepsilon}_B + \underline{\underline{O}}^{-1} \underline{\varepsilon}_o \right]. \quad (\text{C26})$$

Množenjem obje strane gornje jedn. s $\underline{\varepsilon}_A^T$ i djelovanjem operatora očekivanja (uz uvjet $\langle \underline{\varepsilon}_B \underline{\varepsilon}_o^T \rangle = \langle \underline{\varepsilon}_o \underline{\varepsilon}_B^T \rangle$) dobiva se

$$\langle \underline{\varepsilon}_A \underline{\varepsilon}_A^T \rangle = \left[\underline{\underline{B}}^{-1} + \underline{\underline{O}}^{-1} \right]^{-1} \left[\underline{\underline{B}}^{-1} \langle \underline{\varepsilon}_B \underline{\varepsilon}_B^T \rangle \underline{\underline{B}}^{-1} + \underline{\underline{O}}^{-1} \langle \underline{\varepsilon}_o \underline{\varepsilon}_o^T \rangle \underline{\underline{O}}^{-1} \right] \left[\underline{\underline{B}}^{-1} + \underline{\underline{O}}^{-1} \right]^{-1}.$$

Kako je

$$\langle \underline{\varepsilon}_B \underline{\varepsilon}_B^T \rangle = \underline{\underline{B}} \quad \text{i} \quad \langle \underline{\varepsilon}_o \underline{\varepsilon}_o^T \rangle = \underline{\underline{O}},$$

proizilazi

$$\langle \underline{\varepsilon}_A \underline{\varepsilon}_A^T \rangle = \left[\underline{\underline{B}}^{-1} + \underline{\underline{O}}^{-1} \right]^{-1}. \quad (\text{C27})$$

Ako se definira matrica $\underline{\underline{A}}$ sa elementima $\langle \varepsilon_A(\mathbf{r}_k) \varepsilon_A(\mathbf{r}_l) \rangle$, $k=1,2,\dots,K$; $l=1,2,\dots,K$, tada je

$$\underline{\underline{A}} = \left[\underline{\underline{B}}^{-1} + \underline{\underline{O}}^{-1} \right]^{-1}$$

ili

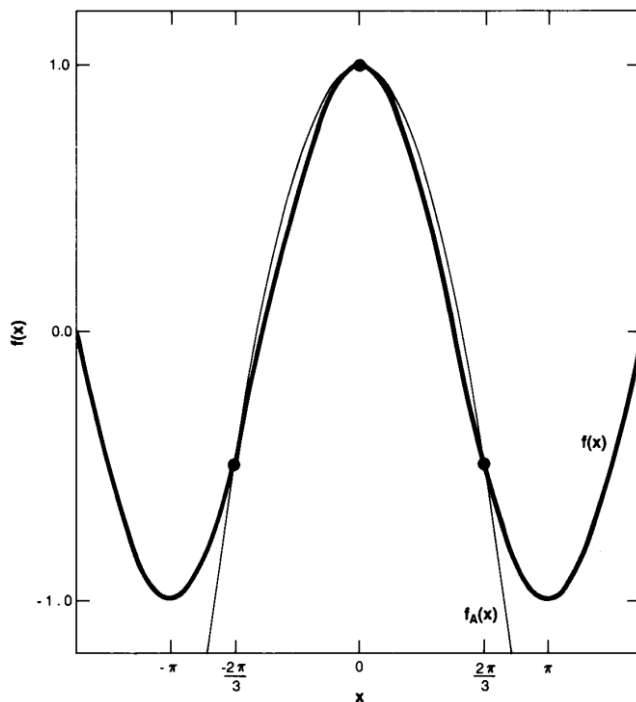
$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{B}}[\underline{\underline{B}} + \underline{\underline{O}}]^{-1} = \underline{\underline{B}} - \underline{\underline{B}}[\underline{\underline{B}} + \underline{\underline{O}}]^{-1} \underline{\underline{B}}, \quad (\text{C28})$$

što je vektorska inačica od jedn. (C14c). Dijagonalni elementi od $\underline{\underline{A}}$ su varijance pogreške analize $E_A^2(k) = \langle \varepsilon_A^2(\mathbf{r}_k) \rangle$, $k=1,2,\dots,K$.

DODATAK D

Klasična interpolacija

Pretpostavimo da je jednodimenzijalna funkcija $f(x)$ točno poznata na K pravilno ili nepravilno raspoređenih položaja na području $x_a \leq x \leq x_b$. Tako $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_K)$ su pretpostavljene poznatim. Proces određivanja aproksimativne vrijednosti od $f(x)$ na proizvoljnom položaju x naziva se *interpolacijom*.



Slika D1. Grafikon funkcije $f(x) = \cos x$ (deblja crta) i *Lagrangeova* interpolacijska aproksimacija $f_A(x)$ (tanja crta), (Daley, 1991; str. 422).

Možda najpoznatija formula za interpolaciju je ona od *Lagrangea*:

$$f_A(x) = \frac{(x-x_2)(x-x_3)\dots(x-x_K)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)\dots(x_1-x_K)} f(x_1) + \dots + \frac{(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_{K-1})}{(x_K-x_1)(x_K-x_2)\dots(x_K-x_{K-1})} f(x_K) \quad (D1)$$

gdje je $f_A(x)$ aproksimacija točne funkcije $f(x)$. U slučaju da je $f(x)$ polinom oblika

$$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_Nx^N, \quad (D2)$$

onda je Lagrangeova interpolacijska formula točna za svako x za $N+1 \leq K$.

U slučaju da je $f(x)$ neka druga funkcija, na primjer, trigonometrijska tj. $f(x) = \cos x$, tada primjena Lagrangeove interpolacione formule daje, uz poznate vrijednosti u :

$$x_1 = -2\pi/3, x_2 = 0 \text{ i } x_3 = 2\pi/3$$

$$f_A(x) = -\frac{27x^2}{8\pi^2} + 1. \quad (D3)$$

Rezultati gornje funkcije prikazani su na slici D1. Oni su prihvatljivi unutar intervala $-2\pi/3 \leq x \leq 2\pi/3$, dok su izvan njega prilično loša aproksimacija točne funkcije.

DODATAK E

Osnove varijacijskog računa

Razvoj *varijacijskog računa* u 17. i 18. stoljeću bio je motiviran potrebom traženja najvećih ili najmanjih vrijednosti brzo promjenljivih veličina. Jedan od problema, na primjer, bilo je traženje maksimalnog rasapa balističkog projektila pod utjecajem sile teže i otpora zraka ovisno o nagibu ispaljivanja. U principu, putem varijacijskog računa moguće je opisivati ponašanje sustava bez poznavanja detalja interakcije pojedinih njegovih komponenata (vidi Daley, 1991).

a) Stacionarna vrijednost funkcije

Varijacijski pristup uključuje određivanje stacionarnih vrijednosti (ekstrema) integralnih izraza pod nazivom *funkcionalni*. Prije toga razmotrimo stacionarnu vrijednost funkcije.

Razmatrajmo funkciju $f(x,y)$, gdje su x i y nezavisne varijable. *Kaže se da funkcija f ima stacionarnu vrijednost u točki (x_0, y_0) ako je u infinitezimalnoj okolini te točke promjena funkcije u svim smjerovima jednaka nuli.*

Koncept stacionarne vrijednosti može se istraživati pomoću operatora " δ " koji je prvi uveo Lagrange. On je sličan diferencijalnom operatoru " d " uz suptilne razlike. Posljednji se odnosi na stvarni infinitezimalni pomak, a prvi na virtuelni (zamišljeni) infinitezimalni pomak. Najbolje je to objasniti primjerom. Promatrajmo kuglicu (špekulu) u ovalnoj zdjelici. Ne mičemo kuglicu, ali želimo naći promjenu potencijalne energije kada bi se kuglica pomakla u susjedni položaj. Istraživački premještaj ovog tipa je nestvaran (virtuelan) i naziva se *varijacijom* položaja.

Operator δ se upotrebljava za istraživanje okoline točke (x_0, y_0) . Pretstavimo mali virtuelni pomak od te točke. On se može označiti s $(\delta x, \delta y)$. Promjena funkcije pak može se izraziti kao

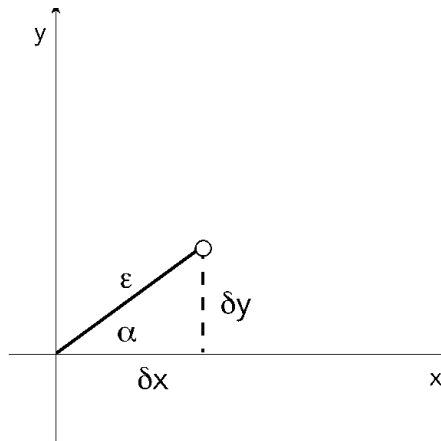
$$\delta f = \frac{\partial f}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \delta y, \quad (\text{E1})$$

gdje se δf naziva prvom varijacijom funkcije f . δx i δy mogu se izraziti preko kosinusa smjera α_x i α_y premještaja ε (slika E1) tj.

$$\delta x = \varepsilon \alpha_x, \quad \delta y = \varepsilon \alpha_y.$$

U tom slučaju jedn. (E1) postaje

$$\frac{\delta f}{\varepsilon} = \frac{\partial f}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial f}{\partial y} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right). \quad (\text{E2})$$



Slika E1 Zamisljeni pomak ε u okolini stacionarne točke (x_0, y_0) .

Da bi točka (x_0, y_0) bila stacionarna, onda $\delta f / \varepsilon$ mora iščezavati za bilo koji virtuelni pomak ε neovisno od smjera (ε teži prema nuli). Drugim riječima, u stacionarnoj točki mora biti

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad \text{i} \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 0. \quad (\text{E3})$$

Ovo je nužan i dovoljan uvjet da bi funkcija f imala stacionarnu vrijednost u točki (x_0, y_0) .

Stacionarna vrijednost funkcije može također biti i njena ekstremna vrijednost, ali stacionarnost, iako nužan, nije dovoljan uvjet da bi funkcija imala ekstrem. Primjer za to je tzv. *sedlasta točka funkcije* tj. središnja točka *sedla* (u meteorologiji područje u polju tlaka zraka između dviju ciklona i anticiklona), gdje su u jednom smjeru vrijednosti funkcije veće, a u drugom manje od vrijednosti u samoj točki. Druge derivacije funkcije mogu se iskoristiti u cilju utvrđivanja da li je stacionarna točka ekstrem ili nije. Tako, jednodimenzijalna funkcija u stacionarnoj točka $x_0 = x$ ima *maksimum/minimum* ako je

$$\frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_{x=x_0}$$

manje/veće od nule. Koncept stacionarnih vrijednosti i ekstrema zahtijeva određene dodatne specifikacije osobito u slučaju funkcija više varijabli (vidi Kurepa, 1975).

Nadalje, u varijacijskoj analizi javljaju se različiti uvjeti. Pretpostavimo da se traži stacionarna vrijednost funkcije $f(x,y)$ uz uvjet da je

$$g(x,y) = 0. \tag{E4}$$

Dakle, stacionarna vrijednost se traži u potprostoru x - y ravnine gdje je $g(x,y)=0$. Može se dogoditi da je uvjet (E4) moguće izraziti i drugčije tj.

$$y = h(x). \tag{E5}$$

U tom slučaju, traženje stacionarne vrijednosti od $f(x,y)$ analogno je traženju stacionarne vrijednosti od $f(x,h(x))$. Na taj se način, ako se uvjet može zapisati u obliku (E5), dvodimenzijalni uvjetni problem reducira na bezuvjetni jednodimenzijalni.

U slučaju kada navedeno nije moguće sprovesti, koristi se alternativna Lagrangeova metoda neodređenog multiplikatora (ili više multiplikatora ako je više uvjeta) koja je već spomenuta u dodatku C. Tada se formira nova funkcija

$$f_1 = f + \lambda g, \tag{E6}$$

gdje je ovdje λ Lagrangeov neodređeni multiplikator neovisan o koordinatama x i y . Da bi se našla uvjetna stacionarna točka funkcije f traži se bezuvjetna stacionarna točka za funkciju f_1 (vidi poglavlje o uvjetnim ekstremima u Schwartzu (1967) ili Kurepi (1967)). Dakle,

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x} + \lambda \frac{\partial g}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial f}{\partial y} + \lambda \frac{\partial g}{\partial y} &= 0.\end{aligned}\tag{E7}$$

Korištenjem jedn. (E7) i uvjeta (E4) može se naći multiplikator λ kao i položaj stacionarne točke (x_0, y_0) uz poznate funkcije f i g izražene kao zavisne varijable koordinata x i y (vidi Kurepa, 1975 i Dodatak C za primjer).

U N -dimenzijalnom prostoru (x_1, x_2, \dots, x_N) , stacionarna točka funkcije $f(x_1, x_2, \dots, x_N)$ uz M uvjeta $g_1(x_1, x_2, \dots, x_N), \dots, g_M(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0$, može se naći na opisani način. U ovom slučaju rezultat je

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x_n} \left(f + \sum_{m=1}^M \lambda_m g_m \right) &= 0, \\ 1 \leq n \leq N\end{aligned}\tag{E8}$$

gdje općenito uvjet oblika (E4) može biti diferencijalna jednačba. Ako je poznata stacionarna točka lako je naći stacionarnu vrijednost funkcije za tu točku.

b) Stacionarna vrijednost određenog integrala

Kaže se da je I funkcional funkcije $u(x)$ na intervalu (x_a, x_b) ako on zavisi o svim vrijednostima od $u(x)$, $x_a \leq x \leq x_b$. Dva primjera funkcionala su

$$\begin{aligned}i \quad I\{u(x)\} &= \int_{x_a}^{x_b} F(u(x)) dx \\ I\{u(x)\} &= \int_{x_a}^{x_b} F(x, u, u', \dots, u^{(n)}) dx,\end{aligned}\tag{E9}$$

gdje je

$$u' = \frac{du}{dx} \dots u^{(n)} = \frac{d^n u}{dx^n}.$$

Područje definicije funkcionala je niz funkcija umjesto koordinatnog prostora. Na primjer, područje definicije funkcionala moglo bi se sastojati od niza svih pozitivnih neprekidnih funkcija na intervalu $x_a \leq x \leq x_b$.

U određenom području funkcija, naći funkciju $u(x)$ datog funkcionala I za koju je $I\{u(x)\}$ stacionarna vrijednost je osnovni problem varijacijskog računa. Rezultat nije nužno ekstrem.

Razmatrajmo prvi tzv. *najjednostavniji* problem varijacijskog računa. Naći funkciju $u(x)$ koja čini funkcional

$$I\{u(x)\} = \int_{x_a}^{x_b} F(x, u, u') dx \quad (\text{E10})$$

stacionarnim uz uvjet $u(x_a) = \alpha$ i $u(x_b) = \beta$. Ovdje su α i β zadani, u je pretpostavljeno neprekidnom funkcijom s prvom i drugom derivacijom. Ovaj problem prvi su riješili *Euler* i *Lagrange* promatrajući dvostruko ograničeni proces.

Pretpostavimo da funkcija $u(x)$ daje stacionarnu vrijednost funkcionala $I\{u(x)\}$ iz (E10). Promatrajmo zatim, neznatno modificiranu funkciju

$$\tilde{u}(x) = u(x) + \varepsilon \eta(x), \quad (\text{E11})$$

gdje je $\eta(x)$ proizvoljna neprekidna i diferencijabilna funkcija s $\eta(x_a) = \eta(x_b) = 0$ i ε po iznosu mali parametar koji teži nuli kao u jedn. (E2). Slika E2 shematski ilustrira funkcije $u(x)$, $\tilde{u}(x)$ i $\varepsilon \eta(x)$.

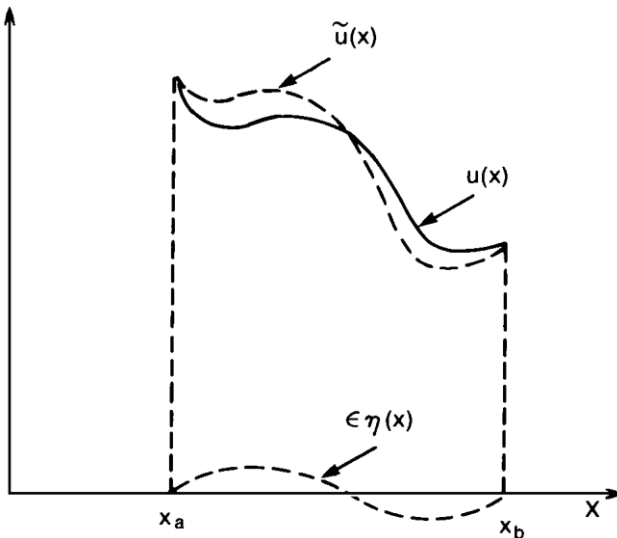
Razlika između $u(x)$ i $\tilde{u}(x)$ se naziva *varijacijom funkcije "u"* tj.

$$\delta u = \tilde{u}(x) - u(x) = \varepsilon \eta(x). \quad (\text{E12})$$

Ona se u potpunosti može dovesti u analogiju s varijacijom položaja točke (iz prethodnog odlomaka) koja je infinitezimalna i virtuelna. Pomoću parametra $\varepsilon \rightarrow 0$ promjena se može učiniti proizvoljnom.

Ovdje se može uočiti razlika između varijacijskog operatora δ i diferencijalnog operatora d ; δu i du su infinitezimalne promjene funkcije u . Međutim, du se odnosi na infinitezimalnu promjenu od $u(x)$ uzrokovanu promjenom dx nezavisne varijable, dok je δu infinitezimalna promjena od $u(x)$ koja proizvodi novu funkciju $u(x) + \delta u(x)$ na istom položaju. U procesu varijacije zavisne varijable, u se varira dok varijabla x ne varira, tako da je δx uvijek nula. Međutim, ako su granične vrijednosti $u(x_a)$ i $u(x_b)$ zadane onda se one ne mogu varirati tj.

$$\delta x = 0, \quad \delta u /_{x_a} = 0, \quad \delta u /_{x_b} = 0.$$



Slika E2 Ilustracija funkcija $u(x)$, $\tilde{u}(x)$ i $\eta(x)$ upotrebljenih u izvodu Euler-Lagrangeovih jednadžbi (Daley, 1991; str. 247).

Operator δ je komutativan s operatorom derivacija i integracija:

$$\frac{d}{dx}(\delta u) = \frac{d}{dx}(\varepsilon \eta(x)) = \varepsilon \frac{d\eta}{dx} = \frac{d\tilde{u}}{dx} - \frac{du}{dx} = \delta \left(\frac{du}{dx} \right). \quad (\text{E13})$$

Analogno, lako je pokazati da je

$$\delta \int_{x_a}^{x_b} F(x, u, u') dx = \int_{x_a}^{x_b} \delta F(x, u, u') dx. \quad (\text{E14})$$

Sada razmotrimo varijaciju integranda u jedn. (E10)

$$\begin{aligned} \delta F(x, u, u') &= F(x, u + \delta u, u' + \delta u') - F(x, u, u') \\ &= F(x, u + \varepsilon \eta, u' + \varepsilon \eta') - F(x, u, u'). \end{aligned} \quad (\text{E15})$$

Razvojem F u *Taylorov* red oko u i u' , ignorirajući nelinearne članove razvoja (kako je ε malo), slijedi

$$\delta F(x, u, u') = \varepsilon \left(\frac{\partial F}{\partial u} \eta + \frac{\partial F}{\partial u'} \eta' \right). \quad (\text{E16})$$

Nadalje promatrajmo varijaciju integrala iz (E10)

$$\delta I = \delta \int_{x_a}^{x_b} F dx = \int_{x_a}^{x_b} \delta F dx = \varepsilon \int_{x_a}^{x_b} \left(\frac{\partial F}{\partial u} \eta + \frac{\partial F}{\partial u'} \eta' \right) dx. \quad (\text{E17})$$

Primjenom parcijalne integracije nalazimo:

$$\delta I = \varepsilon \int_{x_a}^{x_b} \eta \left(\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial u'} \right) dx + \varepsilon \eta(x) \frac{\partial F}{\partial u'} \Big|_{x_a}^{x_b}. \quad (\text{E18})$$

δI se naziva *varijacijom* ili preciznije, *prvom varijacijom* od I . Da bi se dobila stacionarna vrijednost od I , prema analogiji s (E2), $\delta I / \varepsilon$ mora iščezavati. Ovaj zahtjev u fizici se naziva *varijacijskim principom* (vidi Supek, 1974).

Kako je $\eta(x)=0$ u $x = x_a$ i $x = x_b$, a drugdje je $\eta(x)$ proizvoljno, integral (E18) mora iščezavati za bilo koji izbor $\eta(x)$. To se ostvaruje pod uvjetom da je

$$\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial u'} = 0, \quad (E19)$$

$$x_a \leq x \leq x_b.$$

Uvjet (E19) je nužan i dovoljan za iščezavanje δI i obično se naziva *Euler - Lagrangeovom jednadžbom*. Iščezavanje od δI je potreban ali ne i dovoljan uvjet da bi to bio ekstrem od I . Funkcija $u(x)$ koja zadovoljava Euler - Lagrangeovu jednadžbu naziva se *stacionarnom funkcijom*.

Najjednostavniji problem varijacijske analize (E10) može se generalizirati na više načina. Pretpostavimo da je I funkcional dviju funkcija $u(x)$ i $v(x)$:

$$I\{u(x), v(x)\} = \int_{x_a}^{x_b} F(x, u, u', v, v') dx. \quad (E20)$$

Može se jednostavno pokazati da ako je I stacionarno, postoje dvije Euler-Lagrangeove jednadžbe za $u(x)$ i $v(x)$:

$$\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial u'} = 0 \quad \text{i} \quad \frac{\partial F}{\partial v} - \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial v'} = 0. \quad (E21)$$

Ako podintegralna funkcija sadrži više derivacije od u ,

$$I\{u(x)\} = \int_{x_a}^{x_b} F(x, u, u', \dots, u^{(n)}) dx, \quad (E22)$$

onda Euler-Lagrangeova jednadžba postaje

$$\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial u'} + \frac{d^2}{dx^2} \frac{\partial F}{\partial u} - \dots (-1)^n \frac{d^n}{dx^n} \frac{\partial F}{\partial u^{(n)}} = 0. \quad (\text{E23})$$

Ako postoje dvije nezavisne varijable x i y onda I može poprimiti oblik

$$I\{u(x, y)\} = \iint_S F(x, y, u_x, u_y) dx dy, \quad (\text{E24})$$

gdje su

$$u_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{i} \quad u_y = \frac{\partial u}{\partial y}.$$

S je područje u (x, y) ravnini gdje je u neprekidna i derivabilna te ima zadane vrijednosti na granici od S . U tom slučaju Euler-Lagrangeova jednadžba za (E24) ima oblik:

$$\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial u_x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial u_y} \right) = 0. \quad (\text{E25})$$

Analogne jednadžbe mogu se izvesti za bilo koji broj varijabli.

Promatrajmo problem traženja stacionarne vrijednosti od I iz (E10) uz proizvoljan uvjet

$$\int_{x_a}^{x_b} g(x, u, u') dx = 0. \quad (\text{E26})$$

Formirajmo novi funkcional

$$I_1(u, g, \lambda) = \int_{x_a}^{x_b} (F + \lambda g) dx, \quad (\text{E27})$$

gdje je λ neodređeni Lagrangeov multiplikator. Slijedeći proceduru od (E16)-(E18), jednostavno se može pokazati da je

$$\frac{\partial}{\partial u}(F + \lambda g) - \frac{d}{dx} \frac{\partial}{\partial u'}(F + \lambda g) = 0. \quad (\text{E28})$$

Jedn. (E28) zajedno s uvjetom (E26) dovoljni su za određivanje stacionarne vrijednosti integrala (E27). U slučaju više uvjeta može se pojaviti više Lagrangeovih multiplikatora.

Nešto je različit problem traženja stacionarne vrijednosti integrala (E10) uz dodatni uvjet

$$g(x, u, u') = 0. \quad (\text{E29})$$

Ako funkcija g ovisi o u' , onda je riječ o diferencijalnoj jednadžbi (eng. nonholonomic constraint). Može se pokazati da je Euler-Lagrangeova jednadžba ovog sustava

$$\frac{\partial}{\partial u}[F + \lambda(x)g] - \frac{d}{dx}[F + \lambda(x)g] = 0, \quad (\text{E30})$$

gdje je λ funkcija nezavisne varijable.

Do sada su samo djelomično analizirani granični uvjeti. Jedna od karakteristika varijacijske analize je uključivanje realnih graničnih uvjeta na elegantan način. Razmatrajmo funkcional

$$I = \int_{x_a}^{x_b} F(x, u, u', u'') dx. \quad (\text{E31})$$

Uzmimo prvu varijaciju

$$\delta I = \int_{x_a}^{x_b} \delta F dx = \int_{x_a}^{x_b} \left(\frac{\partial F}{\partial u''} \delta u'' + \frac{\partial F}{\partial u'} \delta u' + \frac{\partial F}{\partial u} \delta u \right) dx$$

ili

$$\delta I = \int_{x_a}^{x_b} \delta u \left(\frac{d^2}{dx^2} \frac{\partial F}{\partial u''} - \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial u'} + \frac{\partial F}{\partial u} \right) dx + \left[\delta u' \frac{\partial F}{\partial u''} - \delta u \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial u''} + \delta u \frac{\partial F}{\partial u'} \right] \Bigg|_{x_a}^{x_b}. \quad (\text{E32})$$

Ovaj integral odgovara slučaju (E22) za $n=2$. Granični članovi iščezavaju ako je $\delta u = \delta u' = 0$ za $x = x_a, x_b$. Ovo odgovara specifikaciji u i u' na rubovima (uključen granični uvjet).

Međutim, δI može iščeznuti ako δu i $\delta u'$ nisu jednaki nuli na rubovima. Ako je

$$\frac{\partial F}{\partial u'} - \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial u''} = 0 \quad \text{i} \quad \frac{\partial F}{\partial u''} = 0 \quad \text{na} \quad x = x_a, x_b, \quad (\text{E33})$$

onda rubni članovi također iščezavaju. Ovi uvjeti su poznati pod nazivom *prirodni granični uvjeti*. Ako ne postoji druga derivacija od F , onda granični uvjeti postaju

$$\frac{\partial F}{\partial u'} = 0 \quad \text{na} \quad x = x_a, x_b. \quad (\text{E34})$$

Gornje se može generalizirati na veće dimenzije i više varijabli.

Konačno, moguće je utvrditi da li je stacionarna vrijednost ekstrem izračunavanjem druge varijacije od I . Ona se označava s $\delta^2 I$ i analogna je ispitivanju drugih derivacija funkcija. Ovo kompletira temelje varijacijske analize (vidi Daley, 1991).

DODATAK F

Izentropska analiza na vertikalnom presjeku

Izentropska (iso+entropija) *analiza* vezana je za analizu ploha iste potencijalne temperature. Definicija potencijalne temperature pak, izvodi se iz prvog principa termodinamike za slučaj kada nema razmjene topline u određenom sustavu (na primjer, česti zraka) s okolinom. U tom slučaju jednadžba prvog principa termodinamike može se pisati u obliku (vidi Haltiner i Martin, 1957)

$$0 = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}, \quad (\text{F1})$$

gdje je R plinska konstanta vlažnog zraka, T temperatura i p tlak zraka te c_p specifična toplina zraka uz konstantan tlak. Integracijom (F1) od početnog stanja (p_0, T_0) do konačnog (p, T) dobiva se *Poissonov* izraz koji povezuje temperaturu i tlak zraka u adijabatskom procesu tj.

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{R/c_p}. \quad (\text{F2})$$

Potencijalna temperatura θ plina temperature T i tlaka p definira se kao temperatura dobivena adijabatskom ekspanzijom ili kompresijom na tlak 1000 hPa. Dakle, potencijalna temperatura

$$\theta = T (1000/p)^{R/c_p}, \quad (\text{F3})$$

za adijabatske procese je konstantna (vidi Haltiner i Martin, 1957). Za suhi zrak, $R=R_d=287 \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$ i $c_p=1004 \text{ JK}^{-1}$; zato, $R/c_p=0.286$.

Ako se pretpostavi ovisnost atmosferske potencijalne temperature o visini, što je većinom realno, tada diferenciranjem jedn. (F3) po z dobiva se

$$\frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{R}{c_p} \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (\text{F4})$$

Zamjenom *hidrostatičke* $\partial p / \partial z = -\rho g$ (ρ gustoća zraka i g akceleracija sile teže) i jednadžbe stanja $p = \rho RT$ u jedn. (F4), nalazimo

$$\sigma = \frac{T}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} = \Gamma_d - \Gamma, \quad (\text{F5})$$

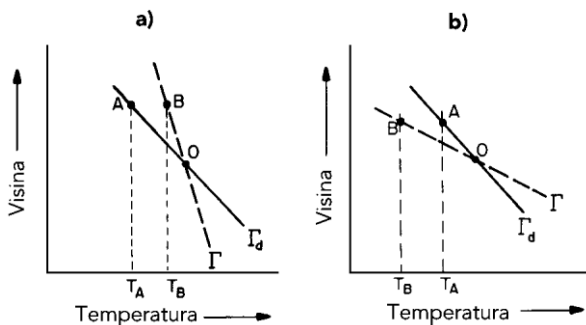
gdje su $\Gamma_d = \frac{g}{c_p}$ i $\Gamma = -\frac{\partial T}{\partial z}$ suoadijabatska odnosno stvarna *stopa promjene temperature visinom* (vertikalne temperaturne stope odnosno negativni vertikalni temperaturni gradijenti). Ako uzmemo da je $C_p = 1004 \text{ JK}^{-1}$ i $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$ slijedi da je iznos suoadijabatske stope približno $1^\circ \text{C} / 100\text{m}$, a iznos stvarnog vertikalnog temperaturnog gradijenta u prosjeku oko $0.6^\circ \text{C} / 100\text{m}$. Parametar σ iz jedn. (F5) je mjera *hidrostatičke stabilnosti (nestabilnosti)* atmosfere^V. Drugim riječima ako je:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial z} \text{ odnosno } \Gamma_d - \Gamma < 0; & \quad \text{atmosfera stabilna,} \\ \frac{\partial \theta}{\partial z} \text{ odnosno } \Gamma_d - \Gamma = 0; & \quad \text{atmosfera neutralna,} \\ \frac{\partial \theta}{\partial z} \text{ odnosno } \Gamma_d - \Gamma > 0; & \quad \text{atmosfera nestabilna.} \end{aligned} \quad (\text{F6})$$

Gornje se može ilustrirati grafički slikom F1 (vidi Wallace i Hobbs, 1977). Na toj slici promatra se adijabatsko dizanje česti zraka iz polaznog ravnotežnog položaja O do položaja A . U prvom slučaju stabilne atmosfere na tom položaju taj zrak će biti hladniji od okolnog zraka koji je označen položajem B tj. $T_A < T_B$

^V Katkad se u literaturi susreće i nešto drukčija definicija parametra hidrostatičke stabilnosti (nestabilnosti) od one u jed. (F5), što ovisi o izboru koordinatnog sustava. Tako na primjer u p -koordinatnom sustavu taj parametar poprima oblik $\sigma = -\frac{T}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial p}$, ili alternativno $\sigma = -\frac{RT}{p} \frac{\partial \ln \theta}{\partial p}$, što ne utječe na promjenu predznaka parametra tj. bit definicije hidrostatičke stabilnosti.

(slika F1a). To istovremeno znači da je čest zraka specifično teža od okolnog zraka pa će se nastojati vratiti na početni položaj. U slučaju nestabilne atmosfere bit će specifično lakša od okolnog zraka pa će nastaviti gibanje uvis (slika F1b).

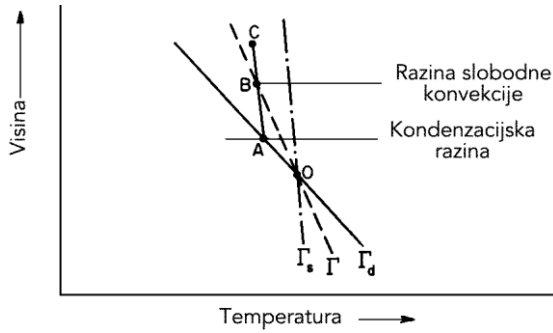


Slika F1 Ilustracija hidrostatički stabilnog (a) i nestabilnog (b) stanja atmosfere za nezasićeni zrak. Za oznake vidi tekst (Wallace i Hobbs, 1977; str. 82).

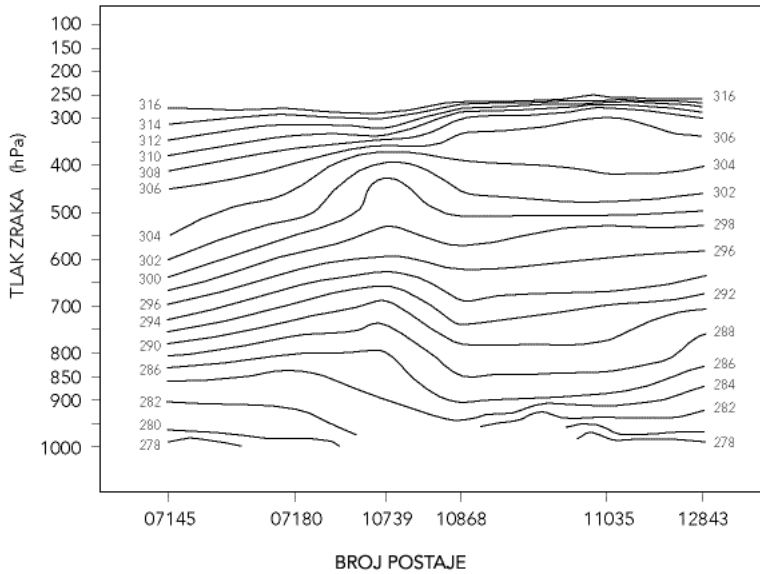
U zasićenoj atmosferi odvijaju se vlažnoadijabatski procesi s vertikalnim vlažnoadijabatskim temperaturnim gradijentom $\Gamma_s \approx 0.6^\circ C/100m$. Hlađenje dizanjem je sporije zbog oslobađanja topline kondenzacije. U tom slučaju atmosfera je stabilna, neutralna ili nestabilna ovisno o tome da li je $\Gamma < \Gamma_s$, $\Gamma = \Gamma_s$ ili $\Gamma > \Gamma_s$.

Nadalje, ako je $\Gamma_s < \Gamma < \Gamma_d$ i čest zraka na ravnotežnoj razini O na slici F2, ona ne mora biti zasićena, ali kako se dizanjem hladi na tzv. *kondenzacijskoj razini* A to postaje. Međutim, kako je u tom položaju čest zraka hladnija od okoline traži se dodatni mehanizam njenog dizanja (na primjer vertikalno strujanje) do razine B odnosno razine *slobodne konvekcije*. Ako taj dodatni mehanizam (energija) izostane proces slobodne konvekcije se ne realizira. Ovakva atmosfera naziva se *uvjetno nestabilnom* (eng. conditionally unstable).

Logično je da prikaz polja potencijalne temperature na vertikalnom prostornom ili vremenskom presjeku može dati više informacija o stanju atmosfere nego netom razmatrani jednodimenzijalni prikazi. Ograničimo se na prostorni presjek napominjući da se na vremenskom presjeku mogu analizirati procesi na sličan način. Primjer navedenog prostornog vertikalnog presjeka prikazan je na slici F3.



Slika F2 Ilustracija uvjetne hidrostatičke nestabilnosti za vlažnoadijabske procese (Wallace i Hobbs, 1977; str. 85).

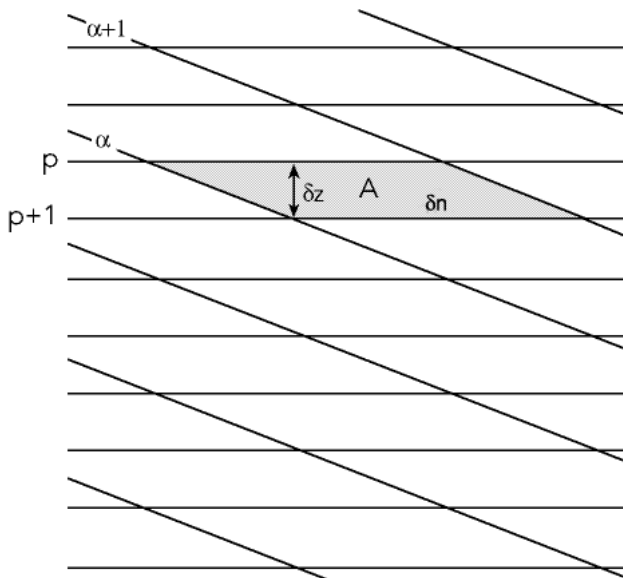


Slika F3 Vertikalni presjek polja potencijalne temperature na potezu Francuska-Mađarska za 4. ožujka 1994. u 00 UTC (Zwats-Meise, 1994; str. 146).

Prema relaciji (F4) stabilnija su područja gdje je vertikalni gradijent potencijalne temperature veći, a nestabilnija gdje je manji tj. negativan (pad potencijalne temperature visinom). Posljednje se međutim u prirodi rijetko događa i to najčešće

u prizemnim slojevima. Prema prethodnom, za vlažnoadijabatske procese su potrebni blaži uvjeti za pojavu statičke nestabilnosti osobito uvjetne. Zato je vrlo vjerojatno da će se ona javiti u razmjerno vlažnom zrakom na područjima slabih vertikalnih gradijenata potencijalne temperature bliskih suhoadijabatskom neutralnom stanju (vidi Holton, 1979; str. 333).

Treba također obratiti pozornost na horizontalne gradijente potencijalne temperature (nagnute izentropske linije) na slici F3 koji ujedno ukazuju na *atmosfersku frontu* (potpoglavlje 3.2). Prema *solenoidnoj* teoriji (vidi Saucier, 1955; Haltiner i Martin, 1957) *baroklinost* atmosfere tj. promjenjivost geostrofičkog vjetrova visinom može se dovesti u vezu s brojem solenoida na vertikalnom presjeku po jedinici površine kao i odgovarajućom zatvorenom cirkulacijom (*Bjerknesov cirkulacijski teorem*). Solenoidi se javljaju na presjecištima *izobarnih* i *izosternih*^{VI} ploha (slika F4).



Slika F4 Solenoidi na verikalnom presjeku. Za oznake vidi tekst (Saucier, 1955; str. 155).

Iz gornje slike slijedi da je površina A solenoida dana produktom udaljenosti δz između "jediničnih" izobara (označenih s p , $p+1$) i δn udaljenost između "jediničnih" izostera (označenih s α , $\alpha+1$)

^{VI} Plohe konstantnog specifičnog volumena.

$$A = \delta z \delta n. \quad (\text{F7})$$

Ako se s α označi specifični volumen kao i na slici F4, tada iz hidrostatičke jednadžbe slijedi

$$\delta z = (\alpha / g)(-\delta p). \quad (\text{F8})$$

Kako je duž izobare

$$\frac{\delta \alpha}{\delta n} = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial n} \right)_p, \quad (\text{F9})$$

zamjenom (F8) u (F7) dobiva se

$$A = \alpha(-\delta p \delta \alpha) / g(\delta \alpha / \delta n)_p. \quad (\text{F10})$$

Površina za jedinični p i α je

$$A' = A / (-\delta p \delta \alpha) = \alpha / g(\partial \alpha / \partial n)_p, \quad (\text{F11})$$

odakle slijedi da je gustoća solenoida po jedinici površine

$$N_{-p,\alpha} = \frac{g}{\alpha} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial n} \right)_p \approx \frac{g}{\theta} \left(\frac{\partial \theta}{\partial n} \right)_p. \quad (\text{F12})$$

Premda je izraz $N_{-p,\alpha}$ numerički jednak broju solenoida na jedinicu površine vertikalnog presjeka, dimenzionalna analiza pokazuje da su mu dimenzije s^{-2} što znači specifičnu energiju na jediničnu površinu okomitu na solenoid. Dakle, područje atmosferske fronte (tamo su izraženi horizontalni gradijenti potencijalne temperature) je i energetska zona. Istovremeno je vidljivo da je baroklinost atmosfere jača (veća promjena specifične gustoće duž izobara) tamo gdje je broj solenoida iz (F12) veći. Identičan izraz s (F12) povezuje horizontalni gradijent apsolutne temperature T i broja solenoida $N_{p,\alpha}$ (vidi Saucier, 1955). Operator δ ovdje ne označava virtuelni nego stvarni pomak.

DODATAK G

Diferencijalna svojstva polja vjetra

Ako su u i v komponente vjetra u smjeru osi x i y , kojih su istovremeno i funkcije, onda se one mogu predstaviti u obliku *Taylorovog razvoja* u okolini neke točke (x_0, y_0) koja označava ishodište koordinatnog sustava. Dakle

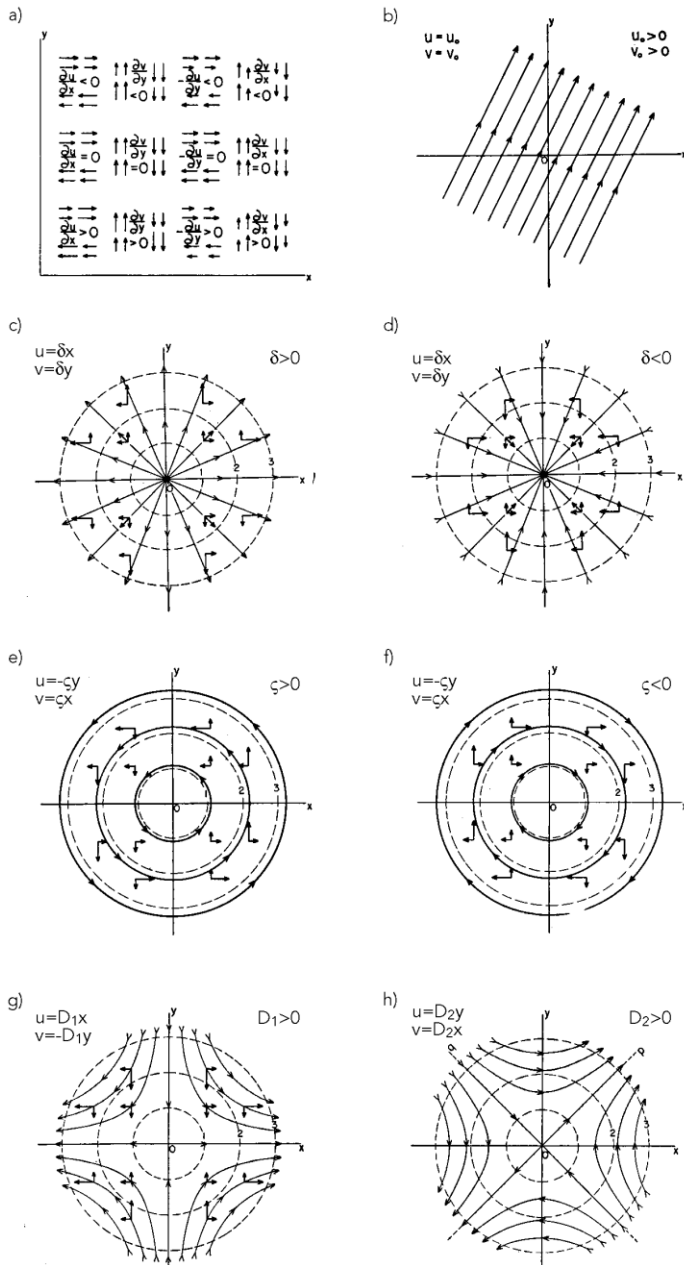
$$\begin{aligned} u(x, y) &= u_0 + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_0 x + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_0 y + \dots \\ v(x, y) &= v_0 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_0 x + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_0 y + \dots \end{aligned} \quad (\text{G1})$$

Članovi višeg reda su zanemareni jer se zadržalo na razini linearnih promjena u bliskoj okolini ishodišta (x i y razmjerno mali u odnosu na makrorazmjernu koje su reda 1000 km). Prostorne derivacije komponenti vektora vjetra mogu se kombinirati na slijedeći način:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= \delta \quad (\text{divergencija}), \\ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} &= \zeta \quad (\text{vrtložnost}), \\ \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} &= D_1 \quad (\text{deformacija rastezanja}), \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} &= D_2 \quad (\text{deformacija smicanja}). \end{aligned} \quad (\text{G2})$$

Iz gornjih jednažbi (zbrajanjem i oduzimanjem) može se naći da je:

$$\begin{aligned} \partial u / \partial x &= (1/2)(\delta + D_1), \quad \partial u / \partial y = (1/2)(D_2 - \zeta), \\ \partial v / \partial x &= (1/2)(D_2 + \zeta) \quad \text{i} \quad \partial v / \partial y = (1/2)(\delta - D_1). \end{aligned} \quad (\text{G3})$$



Slika G1 Elementarna svojstva linearnog polja vjetra u okolini ishodišta: a) predznak derivacija, b) translacija, c) divergencija, d) konvergencija, e) pozitivna vrtložnost, f) negativna vrtložnost, g) deformacija rastezanja i h) deformacija smicanja. Kratke pune crtice predstavljaju komponente vjetra a dulje strujnice dok crtkane kružnice označene brojkama od 1 do 3 označavaju radialne udaljenosti od ishodišta koordinatnog sustava (Saucier, 1955; str. 317).

Zamjenom (G3) u (G1) nalazimo

$$\begin{aligned} u &= u_0 + \frac{1}{2} \delta x - \frac{1}{2} \zeta y + \frac{1}{2} D_1 x + \frac{1}{2} D_2 y, \\ v &= v_0 + \frac{1}{2} \delta y + \frac{1}{2} \zeta x - \frac{1}{2} D_1 y + \frac{1}{2} D_2 x. \end{aligned} \quad (\text{G4})$$

Gornje sugerira da je gibanje u odnosu na ishodište složeno od: *divergencije*, *vtložnosti* i *deformacije* u ishodištu. Upotrebom relacija (G4) može se odrediti karakter horizontalnog strujanja u izvoru (slika G1).

Za praktične primjene katkad nije najpogodniji oblik jednadžbi (G4). Zbog toga se pribjegava rotaciji polaznog koordinatnog sustava (x,y) . Neka je to početno rotacija za kut γ u smjeru obrnutom od kazaljke na satu (vidi Bluestein, 1992). Tada se položaj točke P , prikazan na slici G2, može prikazati u rotiranom sustavu (x',y') slijedećim vektorsko-matričnim prikazom

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad (\text{G5})$$

gdje se matrica s trigonometrijskim elementima naziva *matricom transformacije koordinata*. Na sličan način dobiva se rotacija komponenti vektora vjetra

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}, \quad (\text{G6})$$

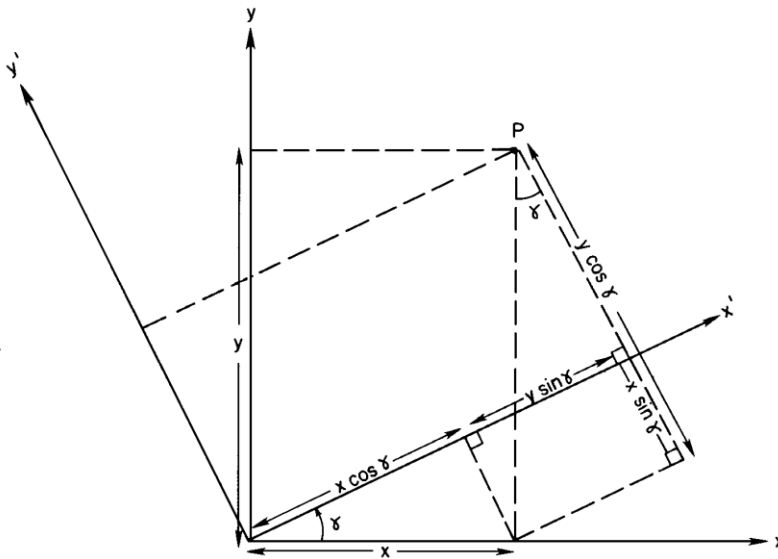
gdje su: $\frac{dx}{dt} = u$, $\frac{dy}{dt} = v$, $\frac{dx'}{dt} = u'$ i $\frac{dy'}{dt} = v'$.

Zanimaju nas veličine: $\frac{\partial u'}{\partial x'}$, $\frac{\partial u'}{\partial y'}$, $\frac{\partial v'}{\partial x'}$ i $\frac{\partial v'}{\partial y'}$. Kako su u' i v' složene funkcije nezavisnih varijabli x' i y' tada prema pravilu za derivacije složenih funkcija vrijedi (eng. chain rule; vidi Riley et al., 1988)

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u'}{\partial x'} & \frac{\partial u'}{\partial y'} \\ \frac{\partial v'}{\partial x'} & \frac{\partial v'}{\partial y'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial x'} & \frac{\partial x}{\partial y'} \\ \frac{\partial y}{\partial x'} & \frac{\partial y}{\partial y'} \end{pmatrix}. \quad (G7)$$

Iz jend. (G6) slijedi

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u'}{\partial x'} & \frac{\partial u'}{\partial y'} \\ \frac{\partial v'}{\partial x'} & \frac{\partial v'}{\partial y'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix}. \quad (G8)$$



Slika G2 Geometrijska veza između koordinata točke P u nerotiranom \$(x,y)\$ i rotiranom \$(x',y')\$ koordinatnom sustavu (Bluestein, 1992 (Vol. I); str. 83).

Kako je međutim,

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma \\ \sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}, \quad (\text{G9})$$

tada,

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial x'} & \frac{\partial x}{\partial y'} \\ \frac{\partial y}{\partial x'} & \frac{\partial y}{\partial y'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma \\ \sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix}. \quad (\text{G10})$$

Upotrebom jedn. (G7), (G8), (G9) i (G10) dobiva se

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u'}{\partial x'} & \frac{\partial u'}{\partial y'} \\ \frac{\partial v'}{\partial x'} & \frac{\partial v'}{\partial y'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma \\ \sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix}. \quad (\text{G11})$$

Jedn. (G11) predstavlja pogodan mehanizam za utvrđivanje veze između diferencijalnih parametara u polju vjetra u polaznom i rotiranom koordinatnom sustavu. Tako, lako se pokazuje da su *divergencija* i *vrtiložnost invarijantni* na rotaciju koordinatnog sustava. To međutim, nije slučaj s *deformacijom*. Naime, prema jedn. (G11)

$$\begin{aligned} D_1' &= D_1 \cos 2\gamma + D_2 \sin 2\gamma \\ D_2' &= -D_1 \sin 2\gamma + D_2 \cos 2\gamma. \end{aligned} \quad (\text{G12})$$

Međutim, suma kvadrata komponenata deformacije je invarijanta rotacije tj.

$$D_1'^2 + D_2'^2 = D_1^2 + D_2^2 = D^2. \quad (\text{G13})$$

Veličina D zove se *rezultantna deformacija* koja može biti pozitivna ili negativna. Povoljno je odabrati takvu rotaciju da je $D_2' = 0$. U tom slučaju (G12) postaje

$$\begin{aligned} D_1' &= D_1 \cos 2\gamma_d + D_2 \sin 2\gamma_d, \\ 0 &= -D_1 \sin 2\gamma_d + D_2 \cos 2\gamma_d. \end{aligned} \quad (\text{G14})$$

Iz jedn. (G14) proizilazi

$$\gamma_d = \frac{1}{2} \tan^{-1}(D_2 / D_1) \quad (\text{G15})$$

i

$$D_1' = \frac{D_2}{\sin 2\gamma_d} = \frac{D_1}{\cos 2\gamma_d} = D. \quad (\text{G16})$$

Dakle, prva komponenta deformacije u rotiranom koordinatnom sustavu jednaka je rezultantnoj deformaciji. Ako je ona pozitivna, čest zraka će biti razvlačena duž osi x' (os dilatacije) i sažimana duž osi y' (os kontrakcije). Ako je pak negativna, vrijedi obrat (slika G3). Iz jedn. (G13) i (G16) slijedi da je apsolutna vrijednost rezultantne deformacije jednaka

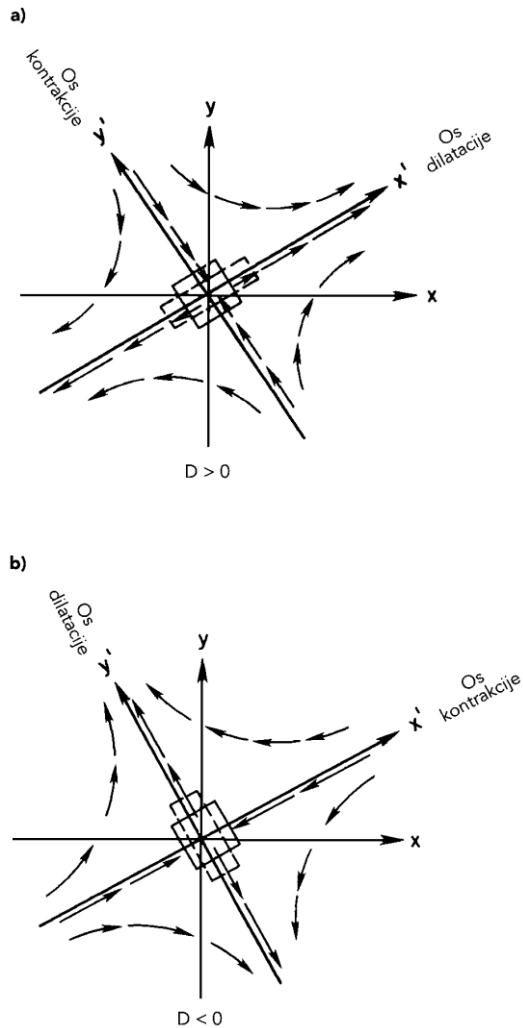
$$|D| = |D_1'| = \sqrt{D_1^2 + D_2^2}. \quad (\text{G17})$$

Uzevši prethodno u obzir, polje vjetra može biti predstavljeno u rotiranom sustavu izrazima

$$\begin{aligned} u' &= u_0' + \frac{1}{2} \delta x' - \frac{1}{2} \zeta y' + \frac{1}{2} D x', \\ v' &= v_0' + \frac{1}{2} \delta y' + \frac{1}{2} \zeta x' - \frac{1}{2} D y'. \end{aligned} \quad (\text{G18})$$

Deriviranjem jedn. (G18) po x' i y' proizlazi

$$\begin{aligned} \partial u' / \partial x' &= (1/2)(\delta + D), \quad \partial u' / \partial y' = -(1/2)\zeta, \\ \partial v' / \partial x' &= (1/2)\zeta \quad \text{i} \quad \partial v' / \partial y' = (1/2)(\delta - D). \end{aligned} \quad (\text{G19})$$



Slika G3 Ilustracija djelovanja polja čiste deformacije na čest zraka: a) pozitivna deformacija i b) negativna (Bluestein, 1992 (Vol. I); str. 101).

U praksi se najčešće ispušta crtica iako se prikazuje polje vjetra na ovaj način, osobito prilikom promatranja frontogenetičkih procesa na koje deformacija vjetra većinom ima znatan upliv (vidi Haltiner i Martin, 1957). Stoga treba obratiti pozornost na to o kojem se koordinatnom sustavu radi prilikom spomenutih analiza.

DODATAK H

Horizontalne strujnice i trajektorije

Pretpostavimo da je gibanje horizontalno. U tom slučaju vektor vjetra \mathbf{V} može se prikazati na dva načina tj. pomoću brzine V i smjera β tj.

$$V = V(x, y), \quad \beta(x, y)$$

ili komponentata

(H1)

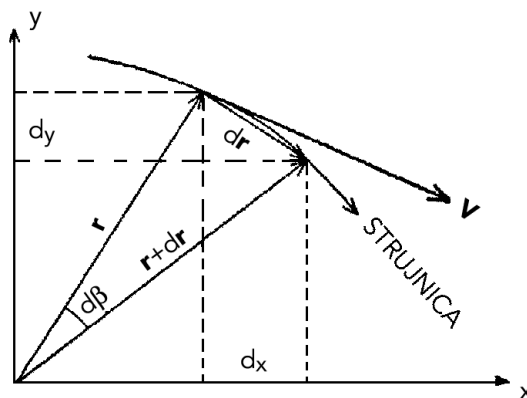
$$u = u(x, y) \quad \text{i} \quad v = v(x, y),$$

koji su funkcije položaja u koordinatnom sustavu (x, y) . Polje vjetra može se analizirati pomoću *strujnica* i *trajektorija* (vidi Petterssen (Vol. I), 1956).

Strujnice su linije duž kojih je *strujna funkcija* konstantna tj. $\psi(x, y) = \text{const.}$ i zadovoljen uvjet (slika H1)

$$\mathbf{V} \times d\mathbf{r} = 0; \quad d\mathbf{r} \times \mathbf{V} = 0 \quad (\text{H2})$$

ili



Slika H1 Ilustracija odnosa vektora vjetra i strujnice u koordinatnom sustavu (Petterssen, 1956 (Vol I); str. 21).

$$-u dy + v dx = 0 \quad \text{odnosno} \quad \frac{dx}{dy} = \frac{u}{v}, \quad (\text{H3})$$

gdje je $d\mathbf{r}$ prirast radijus vektora \mathbf{r} s odgovarajućim komponentama dx i dy . Drugim riječima, strujnice su linije na koje je u svakoj njihovoj točki vektor vjetera tangencijalan. S druge strane (Ćurić, 1983)

$$d\psi = \frac{\partial\psi}{\partial x} dx + \frac{\partial\psi}{\partial y} dy. \quad (\text{H4})$$

Kako je duž strujnice $d\psi=0$, iz jedn. (H3) i (H4) slijedi

$$u = -\frac{\partial\psi}{\partial y}; \quad v = \frac{\partial\psi}{\partial x}. \quad (\text{H5})$$

Budući da u jednadžbi (H5) eksplicite nije uključen Coriolisov parametar one se katkad upotrebljavaju za izračunavanje vektora vjetera u kvazinedivergentnim numeričkim modelima, što je pogodno za područja oko ekvatora gdje Coriolisov parametar iščezava (vidi Zverev, 1977)^{vii}.

Mogu se razlikovati strujnice utjecanja (konvergencije), istjecanja (divergencije) i neutralne točke (singulariteti). Konvergencija je vezana za ciklone, divergencija za anticiklone, a singularne točke za njihova središta u kojima smjer vjetera nije definiran (vidi Saucier, 1955; Petterssen, 1956).

Grafička konstrukcija strujnica temelji se na podacima smjera i brzine vjetera. Najprije se konstruiraju *izogone* (linije istih smjerova). Zatim se na njih postave crtice u smjeru koji predstavljaju (slika H2a). Nakon toga se spajanjem tih crtica dobivaju strujnice (slika H2b).

Strujnice, po definiciji, predstavljaju sliku strujanja zraka, u određenom trenutku (u ovom slučaju horizontalnog strujanja). *Trajektorija* ili *staza* (*putanja*), međutim, je krivulja uzastopnih položaja česti zraka. *Individualna* promjena položaja česti u koordinatnom sustavu (x,y) može se prikazati jednadžbom

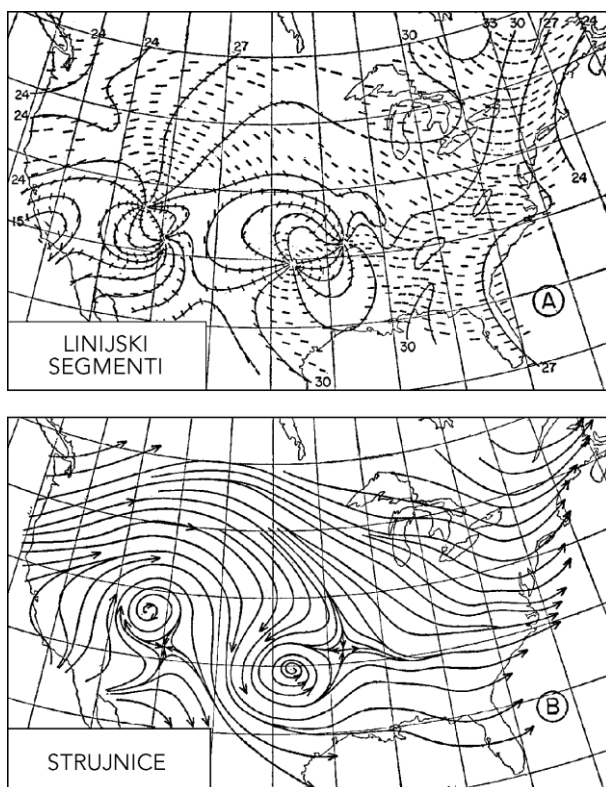
^{vii} Budući da je $\nabla\psi \cdot \mathbf{V}=0$, iz (H5) slijedi da je \mathbf{V} tangencijalno na izoplete strujnih funkcija tj. da one jesu strujnice ($\nabla\psi$ je po definiciji okomit na izoplete). Ako se Coriolisov parametar f pretpostavi konstantnim u polju geostrofičkog strujanja tada su geopotencijalne visine izobarnih ploha (na izohipsama) proporcionalne strujnoj funkciji tj. $\psi=\phi/f$.

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{V} \quad (\text{H6})$$

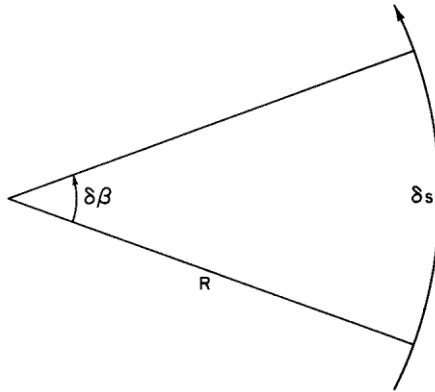
ili, što je više uobičajeno jednadžbom

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{d\beta}{ds} \frac{ds}{dt} = VK_t, \quad (\text{H7})$$

gdje je $K_t = 1/R_t$ zakrivljenost trajektorije, R_t polumjer njene zakrivljenosti te ds segment trajektorije (slika H3). U jedn. (H7) upotrebljena je aproksimacija $ds = R_t d\beta$ kada $ds \rightarrow 0$. Nadalje,



Slika H2 Ilustracija konstrukcije strujnica: A) segmenti strujnica s glavnim izogonama i B) strujnice. Karte predstavljaju situaciju od 05.06.1950. u 1500 UTC na visini oko 5500 m (18000 ft), (Petterssen, 1956 (Vol. I); str. 25).



Slika H3. Veza između promjene kuta smjera vjetra $\delta\beta$, duž dijela trajektorije (strujnice) δs , i zakrivljenosti R (Holton, 1979; str 65).

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{\partial\beta}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla\beta = VK_t, \quad (\text{H8})$$

Ako je $\partial\beta/\partial s$ promjena smjera vjetra duž strujnice, tada je

$$\mathbf{V} \cdot \nabla\beta = V \frac{\partial\beta}{\partial s} \quad (\text{H9})$$

tj.

$$\mathbf{V} \cdot \nabla\beta = VK_s, \quad (\text{H10})$$

gdje je $K_s = \frac{1}{R_s}$, zakrivljenost strujnice a R_s polumjer njene zakrivljenosti (slika

H3). U jedn. (H10) upotrebljena je aproksimacija $\delta s = R_s \delta\beta$ kada $\delta s \rightarrow 0$. Konačno, jedn. (H8) može biti pisana u obliku izraza

$$\frac{\partial\beta}{\partial t} = V(K_t - K_s) = V\left(\frac{1}{R_t} - \frac{1}{R_s}\right), \quad (\text{H11})$$

poznatog pod nazivom *Blatonova formula*. U slučaju stacionarnog gibanja strujnice i trajektorije se poklapaju. Ako su pak poznate lokalne promjene smjera vjetra ($\partial\beta/\partial t$), brzina vjetra i zakrivljenost strujnica (relativno jednostavno dostupno), tada korištenjem jedn. (H11) može se izračunati zakrivljenost trajektorija.

Općenito, *konfiguracije izopleta* (izobara ili izohipsa) atmosferskih sustava umjerenih širina, gibaju se od zapada prema istoku kao posljedica zapadnih visinskih vjetrova. U takvim slučajevima javlja se lokalna promjena smjera vjetra iako se, po pretpostavci, konfiguracija sustava ne mijenja. Zbog jednostavnosti pretpostavimo da se takav sustav giba konstantnom brzinom \mathbf{C} . U tom slučaju treba razlikovati ovu brzinu premještanja sustava od vektora vjetra \mathbf{V} koja se najčešće aproksimira *gradijentskim* vjetrom, obično zanemarujući trenje (vidi npr. Haltiner i Martin, 1957). Prema ovom, izoplete (izobare ili izohipse geopotencijalnih visina izobarnih ploha) su ujedno i strujnice pa lokalna promjena smjera vjetra ovisi o brzini gibanja sustava. Dakle,

$$\frac{\partial\beta}{\partial t} = -\mathbf{C} \cdot \nabla\beta = -C \cos\gamma \frac{\partial\beta}{\partial s}, \quad (\text{H12})$$

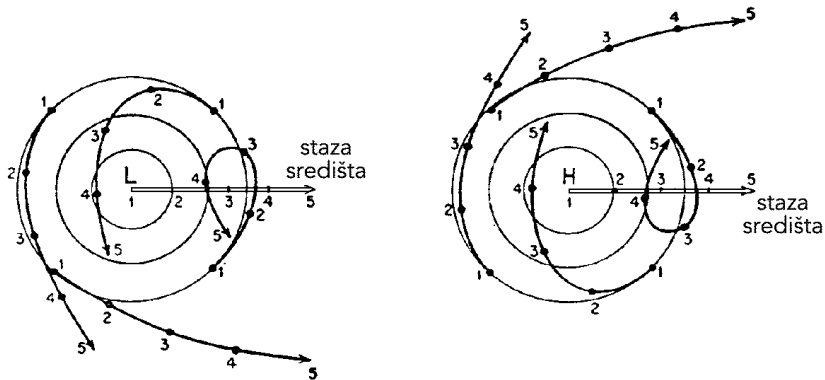
gdje je γ kut između strujnica (izopleta) i smjera gibanja sustava. Zamjenom jedn. (H12) u (H11) dobiva se veza između polumjera zakrivljenosti strujnica i trajektorija tj.

$$R_s = R_t \left(1 - \frac{C \cos\gamma}{V} \right), \quad (\text{H13})$$

odnosno druga verzija *Blatonove formule*. Prema ovoj jednadžbi može se izračunati zakrivljenost trajektorije bilo gdje na gibajućoj konfiguraciji strujnica (slika H4).

Prema izloženom, izgleda, da je konstrukcija trajektorija višestruko složenija nego konstrukcija strujnica. Jedan od mogućih postupaka konstrukcije trajektorija opisao je *Gustafson* na temelju karata strujnica i razdiobe brzina vjetra (izotaha). Postupak se odvija u nekoliko koraka (vidi Petterson, 1955):

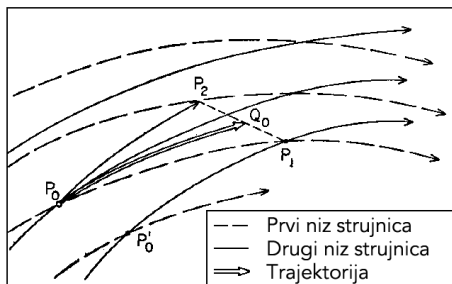
1. Neka je P_0 na slici H5 početak praćenja trajektorije i neka je brzina vjetra u toj točki V_0 . Ako se prvi niz strujnica (crtkano na slici) i brzina vjetra ne bi mijenjali tijekom vremenskog intervala Δt tada bi pređeni put bio $P_0P_1 = V_0\Delta t$.



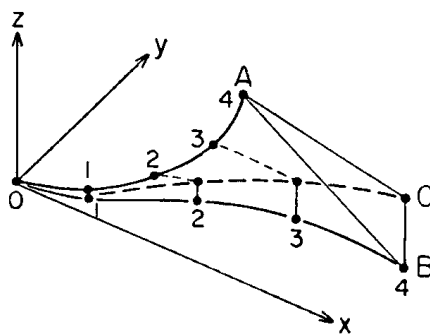
Slika H4 Tipične trajektorije u blizini baričkih cirkulacijskih sustava: a) ciklonalne i b) anticiklonalne cirkulacije. Brojevi od 1 do 5 označavaju uzastopne položaje centra ciklona odnosno anticiklona (dvostruka crta) i odgovarajuće položaje promatranih česti zraka (jednostruke deblje krivulje). Tanje kružne krivulje predstavljaju izobare ili izohipse topografije izobarnih ploha (Petterssen, 1956 (Vol. I); str. 32).

2. Ako bi se čest zraka premještala po drugom nizu strujnica (pune crte na slici) konstantnom brzinom V_1 ona bi prešla put $P_0'P_1 = V_1\Delta t$.
3. Premjestimo element krivulje $P_0'P_1$ na položaj P_0P_2 . Druga aproksimacija položaja česti na kraju vremenskog intervala Δt bila bi u Q_0 .
4. Nacrtajmo spojnicu P_0Q_0 koja je u početnom položaju tangencijalna na prvi niz strujnica, a u konačnom na drugi.
5. Ako se duljina krivulje P_0Q_0 ne slaže s duljinom $D = \bar{V} \Delta t$, gdje je \bar{V} srednja vektorska brzina vjetra duž aproksimativne trajektorije P_0Q_0 , (dobivena iz dva odgovarajuća niza linija *izotaha* tj. linija istih brzina vjetra) treba pristupiti daljnjoj prilagodbi konstruirane trajektorije stvarnim uvjetima.

Treba spomenuti da se pri analizi samo horizontalnih trajektorija obično čini pogreška u odnosu na stvarno gibanje česti. Naime, iako su vertikalne brzine male, one mogu u duljem razdoblju znatno promijeniti visinski položaj česti zraka, gdje mogu biti različita horizontalna strujanja od onih na prethodnom nivou.



Slika H5 Prikaz konstrukcije trajektorija iz karata strujnica i izotaha (nisu prikazane), (Petterssen, 1956 (Vol. I); str. 28).



Slika H6 Ilustracija mogućeg utjecaja vertikalne brzine na trajektoriju česti zraka (Petterssen, 1956 (Vol. I); str. 29).

Mogućnost pojave navedene pogreške ilustrirana je primjerom prikazanim na slici H6. Krivulja OA , na slici, predstavlja trajektoriju česti zraka uz pretpostavku da je vertikalna brzina jednaka nuli. Stvarno, čest zraaka može sljediti putanju OC čija je horizontalna projekcija OB . Zbog toga je preporučljivo konstruirati trajektorije u izentropskom koordinatnom sustavu, uz pretpostavku da je gibanje zraaka adijabatsko.

DODATAK I

Hidrodinamička nestabilnost

Analogno *hidrostatičkoj nestabilnosti* može se definirati *hidrodinamička nestabilnost*. Prva se katkad naziva statičkom nestabilnošću, a druga dinamičkom. Razlika je pored ostalog u tome što se kod hidrostatičke nestabilnosti promatra gibanje česti zraka u verikalnom, a kod hidrodinamičke u horizontalnom smjeru. Naime, u posljednjem slučaju promatra se poremećaj na zonalnoj struji. Takvi poremećaji su valovitog karaktera, a kaže se da je atmosfera u području struje hidrodinamički nestabilna ako amplituda poremećaja (vala) raste. Postoji nekoliko kategorija hidrodinamičke nestabilnosti kao što su: *barotropna i baroklina*.

Oblik barotropne nestabilnosti, nazvan *inercijalna nestabilnost*, pretpostavlja da je strujanje geostrofičko te da je atmosfera hidrostatički stabilna, što znači da nema sile uzgona. Ovo posljednje znači da je ubrzano gibanje česti zraka moguće samo u horizontalnoj ravnini. Dalje se pretpostavlja da pomak česti ne remeti polje tlaka što istovremeno znači da ne dolazi do razvoja vala u tom polju nego samo u polju strujanja tj. polju divergencije, vrtložnosti i deformacije. Dakle, poremećaj utječe na diferencijalne veličine polja strujanja bitne za frontogenezu i ciklogenezu. Uz gornje pretpostavke, primjenom hidrodinamičkih jednadžbi na gibanje česti zraka u Kartezijevom koordinatnom sustavu, može se izvesti kriterij za inercijalnu nestabilnost atmosfere (vidi Holton, 1979). Taj je kriterij dan relacijom

$$f - \frac{\partial u_g}{\partial y} < 0, \quad (II)$$

gdje je f Coriolisov parametar i $\partial u_g / \partial y$ meridionalno smicanje geostrofičkog vjetra u zonalnoj struji. Veličina na lijevoj strani nejednadžbe (II) je apsolutna vrtložnost. Kako apsolutna vrtložnost na sinoptičkoj ljestvici teži pozitivnim vrijednostima, pojava negativne vrijednosti ukazuje na lateralno (s obzirom na osnovnu struju) miješanje fluida čime se dio kinetičke energije osnovne struje prenosi na vrtložna gibanja.

Općenito, gore navedena metoda pomaka česti ne može opisati složenije tipove hidrodinamičke nestabilnosti, na primjer one koji uključuju poremećaj u polju tlaka odnosno geopotencijala. U toj skupini nestabilnosti razlikuje se opet barotropna i baroklina nestabilnost. Prva se zasniva na pretpostavci da nema

vertikalnog smicanja geostrofičkog vjetra (barotropnost), a druga da postoji takvo smicanje (baroklinost). Za izvedbu kriterija gornjih nestabilnosti koriste se linearizirane verzije hidrodinamičkih jednadžbi (vidi također Holton, 1979). Takve linearizirane jednadžbe zadovoljava valno rješenje oblika

$$e^{ik(x-ct)}, \quad (I2)$$

gdje je i imaginarna jedinica, k valni broj, c fazna brzina gibanja vala, x prostorna i t vremenska neovisna koordinata. Fizikalno je važan realni dio iz jedn. (I2), te se uvjet nestabilnosti određuje na temelju postojanja (ili ne) kompleksnog dijela brzine c . Ova tehnika se naziva tehnikom *normalnih modova*.

Posebno izveden kriterij za barotropnu nestabilnost dan je relacijom

$$\beta - \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial^2 y} = 0, \quad (I3)$$

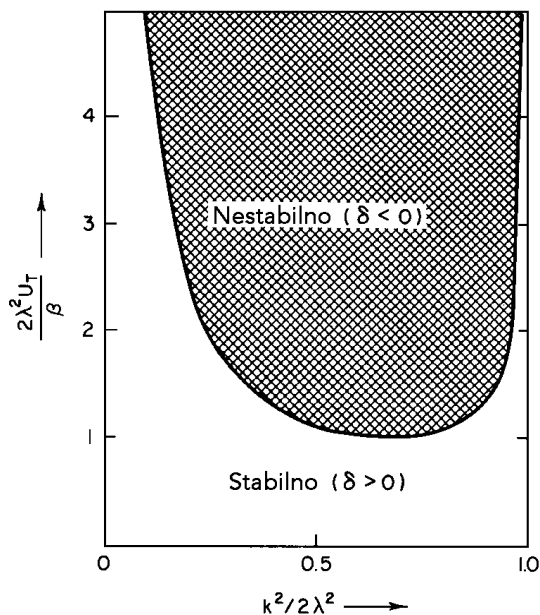
gdje je $\beta = \partial f / \partial y$, a \bar{u} brzina osnovne struje. Dakle, na području zone barotropne nestabilnosti mora biti ispunjen uvjet (I3). To istovremeno znači da apsolutna vrtložnost osnovne struje $f - \partial \bar{u} / \partial y$ ima ekstremnu vrijednost na istom mjestu. Istraživanja pokazuju da se barotropna nestabilnost najčešće javlja na području intertropske zone konvergencije. Ona se može javiti i u području mlaznih struja u mjerenim širinama iako njen utjecaj na razvoj atmosferskih valnih poremećaja u tim širinama nije toliko važan kao baroklina nestabilnost.

Konačno, treća od navedenih nestabilnosti je baroklina. Kao što je već rečeno, posljedica je vertikalnog smicanja vjetra u osnovnoj struji. S obzirom na to da temperatura zraka općenito opada od juga prema sjeveru, prema definiciji termalnog vjetra jasno je da zonalna komponenta geostrofičkog vjetra, koji je blizak stvarnom vjetru iznad graničnog sloja, raste visinom. Dakle, ima smisla promatrati slučaj kada osnovna struja raste visinom (vidi Holton, 1979).

Primjenom lineariziranog atmosferskog modela na dvije razine, može se pokazati da je atmosfera baroklino nestabilna tamo gdje je veličina

$$\delta = \frac{\beta^2 \lambda^4}{k^4 (k^2 + 2\lambda^2)^2} - \frac{u_T^2 (2\lambda^2 - k^2)}{(k^2 + 2\lambda^2)^2}, \quad (I4)$$

manja od nule, a koja je tada imaginarni dio fazne brzine c , gibanja valnog poremećaja s valnim brojem k koji je obrnuto proporcionalan valnoj duljini tog poremećaja. δ je također funkcija promjene Coriolisovog parametra β , parametra λ koji je funkcija Coriolisove sile i hidrostatičke stabilnosti atmosfere kao i zonalne komponente termalnog vjetra u_T . Na slici I1 grafički je predstavljena dijagnoza jednadžbe (14). Na apscisi je veličina proporcionalna valnom broju, a na ordinati veličina proporcionalna zonalnoj komponenti termalnog vjetra osnovne struje. Sa slike je vidljivo da za male i velike valne duljine neovisno o vertikalnom smicanju vjetra atmosfera nije baroklino nestabilna, dok u slučaju slabog vertikalnog smicanja atmosfera nije baroklino nestabilna ni za jednu valnu duljinu. Pri normalnim uvjetima hidrostatičke stabilnosti atmosfere u umjerenim širinama, pojava barokline nestabilnosti je najvjerojatnija za valne duljine od oko 4000 km što su prosječne valne duljine atmosferskih poremećaja sinoptičkih razmjera. Kada se baroklini val razvije dolazi do intenzivnijeg transporta toplije zračne mase s



Slika I1 Krivulja neutralne barokline stabilnosti atmosfere koja odvaja nestabilno (sjenčano) od stabilnog područja (bijelo). Na apscisi je bezdimenzionalna veličina proporcionalna valnom broju k , a na ordinati također bezdimenzionalna veličina proporcionalna zonalnoj komponenti termalnog vjetra osnovne struje (Holton, 1979; str. 222).

juga na sjever i obrnuto. Na taj način se smanjuju temperaturni kontrasti u meridionalnom smjeru odnosno zonalni termalni vjetar. Taj proces postupno slabi valni tip cirkulacije. Ipak, temperaturni gradijenti u smjeru *sjever-jug* se u potpunosti ne poništavaju nego se valnom cirkulacijom oslabljeni, realiziraju u prosjeku za dulja razdoblja nego što je vijek trajanja atmosferskih poremećaja sinoptičkih razmjera.

Iako opisani mehanizmi hidrodinamičke nestabilnosti doprinose razumijevanju opće cirkulacije atmosfere i procesa ciklogeneze postoje određena ograničenja u teorijskom pristupu. Naime, prilikom linearizacije hidrodinamičkih jednadžbi početno se pretpostavljaju valni poremećaji malih amplituda. Nakon porasta njihovih amplituda oni općenito ne zadovoljavaju polazne linearizirane jednadžbe. Nestabilno rješenje vrijedi samo za neko kraće početno vrijeme koje se naziva *linearnim područjem* (vidi Mesinger, 1976).

DODATAK J

Izračunavanje vertikalne brzine gibanja zraka pomoću jednadžbe očuvanja mase

Pored ostalih, metoda izračunavanja vertikalnih brzina gibanja zraka pomoću jednadžbe očuvanja mase je zacijelo najtradicionalnija i jedna od jednostavnijih. Ta jednostavnost proizilazi iz jednadžbe očuvanja mase izražene u izobarnom kordinatnom sustavu čiji je oblik

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)_p + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0, \quad (\text{J1})$$

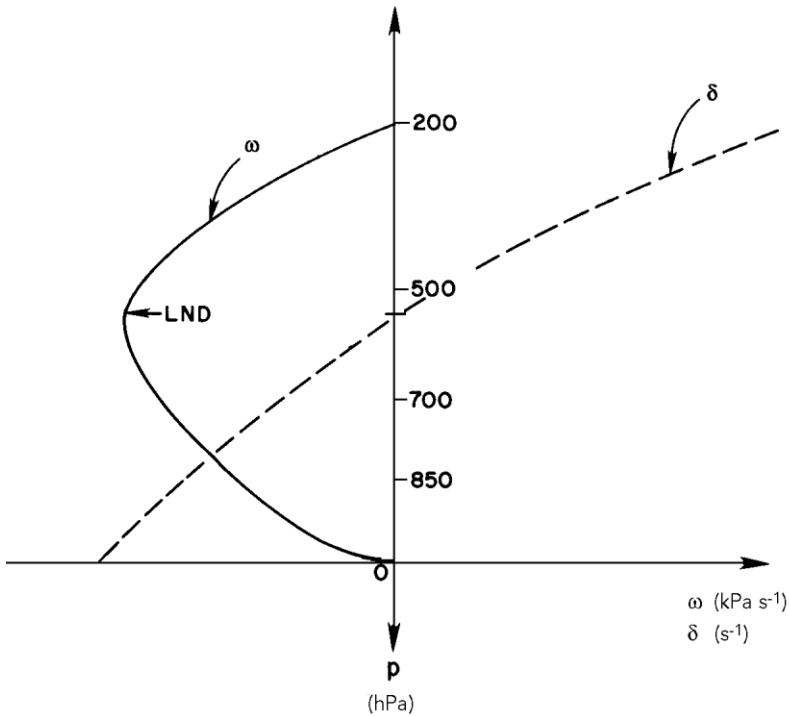
gdje su u i v zonalna odnosno meridionalna komponenta vjetra, a ω vertikalna brzina (definirana također u p -sustavu). Kako je po definiciji divergencija horizontalnog polja strujanja dana s

$$\delta = \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)_p, \quad (\text{J2})$$

jedn. (J1) može se pisati kao

$$\frac{\partial \omega}{\partial p} = -\delta. \quad (\text{J3})$$

Istraživanja pokazuju da tipičan oblik međusobne ovisnosti vertikalne brzine i divergencije o visini, može biti ilustriran grafički kao na slici J1. Naime, na toj slici položaj maksimalne verikalne brzine odgovara bezdivergentnom nivou što je također u suglasju s jednadžbom (J3). Mogu se pretpostaviti i drukčiji vertikalni profili od navedenog na slici koji također zadovoljavaju gornju jednadžbu (vidi Bluestein, 1992).



Slika J1 Tipični profil vertikalne brzine ω (puna crta) i horizontalne divergencije δ (isprekidana crta) iznad morske razine. Bezdivergentna razina je označena s LND (eng. level of nondivergence), (Bluestein, 1992 (Vol. I); str. 296).

Navedeno ukazuje na opravdanost primjene opisane jednadžbe kontinuiteta za izračunavanje vertikalne brzine. Postupak izračunavanja pak, sastoji se u sukcesivnim integracijama jed. (J3) po vertikali. Između dvije razine s tlakom p_1 i p_2 integrirani oblik jedn. (J3) glasi

$$\bar{\delta}(p_2 - p_1) = -(\omega_2 - \omega_1), \quad (\text{J4})$$

gdje $\bar{\delta}$ predstavlja srednju vrijednost divergencije u sloju između navedenih razina, a ω_1 i ω_2 odgovarajuće vertikalne brzine. Ako se postupak počne primjenjivati od tla, uz pretpostavku da je $\omega_1 = 0$, uzastopnom integracijom po visini (tlaku) mogu se dobiti procjene vertikalne brzine na višim nivoima. Ako se uzme da je

$$\bar{\delta} = \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)_p, \quad (J5)$$

gdje su u i v komponente vjetera na sredini promatranog sloja atmosfere, tada opisani postupak izračunavanja vertikalne brzine nosi naziv *kinematička metoda*. Kako postoje signifikantne pogreške u mjerenju horizontalne brzine vjetera (čak do 20%) postoji realna mogućnost pojave numeričke nestabilnosti u izračunavanju $\bar{\delta}$ odnosno vertikalne brzine. S obzirom na postupak, pogreška se akumulira visinom. Rezultati se mogu popraviti primjenom varijacijske metode koju je uveo O'Brien (1970).

Varijacijskom metodom obavlja se prilagodba polja vertikalnih brzina jednadžbi kontinuiteta koja se temelji na minimizaciji funkcionala

$$I = \int_{p_T}^{p_B} w_{\delta}(p) \{ \delta_I(p) - \delta_A(p) \}^2 dp, \quad (J6)$$

uz uvjet da je

$$\delta_I + \frac{\partial \omega_1}{\partial p} = 0, \quad (J7)$$

gdje su δ_I i δ_A inicijalno odnosno analitičko (izračunato) polje divergencije, a (J7) jedn. kontinuiteta mase. Na dnu (eng. bottom) promatranog stupca zraka tlak je p_B , a na vrhu (eng. top) stupca je p_T , $w_{\delta}(p) = 0.5 \langle \varepsilon_{\delta}^2(p) \rangle^{-1}$ su težine koje su obrnuto proporcionalne varijanci pogreške izračunavanja divergencije^{VIII}

^{VIII} Težine $w_{\delta}(p)$ su već spominjani Gaussovi moduli preciznosti. One bi trebale biti veće za preciznije izračunate vrijednosti, u ovom slučaju polja divergencije, i manje za vrijednosti izračunate s većom pogreškom. Kada bi usporedo s izračunatim vrijednostima postojale i precizno izmjerene vrijednosti odnosno točne vrijednosti divergencije onda bi se navedene težine mogle procijeniti empirijskim putem na temelju uzoraka tih podataka. Kako to nije slučaj, preostaje način da se pretpostavi oblik težinske funkcije. Ona može biti odabrana kao: nulta vrijednost, konstanta različita od nule, funkcija tlaka zraka, vertikalne brzine, turbulencije ili gustoće radiosondažnih mjerenja vjetera itd. U našem slučaju ove težine odabrane su kao funkcija tlaka ili jednostavno kao konstanta (vidi O'Brien, 1970).

(vidi Dodatak B) i ω_I inicijalno polje vertikalne brzine. Uvjet (J7), nakon integracije, može se pisati u obliku

$$\int_{p_T}^{p_B} \delta_I dp = \omega_T - \omega_B, \quad (\text{J8})$$

gdje se ω_T i ω_B pretpostavljaju poznatim. Sada se može definirati novi funkcional uz upotrebu Lagrangeovog multiplikatora kao u (E27) tj.

$$I_1 = \int_{p_T}^{p_B} \left\{ w_\delta (\delta_I - \delta_A)^2 + \lambda \left(\delta_I + \frac{\omega_B - \omega_T}{p_B - p_T} \right) \right\} dp, \quad (\text{J9})$$

gdje je λ nepoznat Lagrangeov multiplikator uz također nepoznato δ_I . Uzimajući prvu varijaciju, uz napomenu da $\delta\lambda$ ne ovisi o p , nalazimo

$$\delta I_1 = \int_{p_T}^{p_B} \delta \delta_I \left\{ 2w_\delta(p) (\delta_I - \delta_A) + \lambda \right\} dp + \delta \lambda \int_{p_T}^{p_B} \left\{ \delta_I + \frac{\omega_B - \omega_T}{p_B - p_T} \right\} dp. \quad (\text{J10})$$

Primjenom varijacijskog principa tj. uvjeta $\delta I_1 = 0$, treba biti zadovoljeno

$$\delta_I(p) - \delta_A(p) = -\frac{\lambda}{2w_\delta(p)}, \quad (\text{J11})$$

a također i jedn. (J7). Integracijom jedn. (J11) uz uvjet (J7) dobiva se

$$\lambda = \frac{2 \left\{ \int_{p_T}^{p_B} \delta_A(p) dp + \omega_B - \omega_T \right\}}{\int_{p_T}^{p_B} \frac{dp}{w_\delta(p)}}, \quad (\text{J12})$$

gdje je λ mjera kako dobro $\delta_A(p)$ zadovoljava uvjet (J7). Zamjenom (J12) u (J11) dobivamo

$$\delta_l(p) = \delta_A(p) + \alpha(p) \left\{ \omega_T - \omega_B - \int_{p_T}^{p_B} \delta_A(p') dp' \right\}, \quad (J13)$$

uz

$$\alpha(p) = \frac{\langle \varepsilon_\delta^2(p) \rangle}{\int_{p_T}^{p_B} \langle \varepsilon_\delta^2(p') \rangle dp'}$$

te napomenu da je nezavisna funkcija zamijenjena s p' da ne bi bilo zabune.

Ako je $\langle \varepsilon_\delta^2(p) \rangle$ neovisno od p , odnosno konstanta, tada (J13) poprima oblik

$$\delta_l(p) = \delta_A(p) + \frac{1}{p_B - p_T} \left\{ \omega_T - \omega_B - \int_{p_T}^{p_B} \delta_A(p') dp' \right\} \quad (J14)$$

Lako je vidljivo da drugi član u jedn. (J14) je popravka analizirane vrijednosti $\delta_A(p)$ u smislu suglasnosti s jednadžbom kontinuiteta izražene u integriranom obliku (J8). Ako je $\omega_T = \omega_B$, onda (J14) implicira da je profil divergencije promjenjen za konstantu tako da integral od $\delta_l(p)$ po vertikali iščezava. Vertikalna brzina se dobiva integracijom jedn. (J7).

Osim popravki pogrešaka u proračunu vertikalnih brzina ova procedura spada u skupinu postupaka inicijalizacije atmosferskih modela radi izbjegavanja numeričke nestabilnosti prilikom njihove integracije.

REFERENCIJE

- Ahlberg, J., Nilson, E. and J. Walsh, 1967: *The theory of splines and their applications*. Academic Press, New York. 284 pp.
- Anthes, R. A., 1982: *Tropical cyclones — Their evolution, structure and effects*. American Meteorological Society, Boston. 208 pp.
- Atlas, D., 1990: *Radar in meteorology*. American Meteorological Society, Boston. 806 pp.
- Band, G., 1950: *Die Bora der Adria*. Doktorska disertacija, Köln.
- Barnes, S., 1964: A technique for maximizing details in numerical map analysis. *J. Appl. Meteor.*, 3, 395-409.
- Barnes, S., 1978: Oklahoma thunderstorms on 29-30 April 1970. Part I: Morphology of a tornadic storm. *Mon. Wea. Rev.*, 106, 673-684.
- Bengtsson, L., Ghil M. and E. Källén, 1981: *Dynamic meteorology - Data assimilation methods*. Springer - Verlag, Heidelberg. 330 pp.
- Bergthorsson, P. and B. Doos, 1955: Numerical weather map analysis. *Tellus*, 7, 329-340.
- Bigelow, F., 1902: Studies on the statics and kinematics of the atmosphere in the United States. *Mon. Wea. Rev.*, 30, 80-87.
- Bigelow, F., 1903: The mechanism of countercurrents of different temperatures in cyclones and anticyclones. *Mon. Wea. Rev.*, 31, 72-84.
- Bjerknes, J., 1919: On the structure of moving cyclones. *Geofys. Publ.* 1/2, 1-8.
- Bjerknes, J. and J. Holmboe, 1944: On the theory of cyclones. *J. Meteorol.*, 1, 1-22.
- Bjerknes, J. and H. Solberg, 1922: Life cycle of cyclones and the polar front theory of atmospheric circulation. *Geofys. Publ.* 3/1, 1-18.
- Bluestein, H.B., 1992: *Synoptic-dynamic meteorology in midlatitudes*, (Vol. I). Oxford University Press, New York. 431 pp.
- Bluestein, H.B., 1993: *Synoptic-dynamic meteorology in midlatitudes*, (Vol. II). Oxford University Press, New York. 594 pp.
- Blumen, W., 1990: *Atmospheric processes over complex terrain*. American Meteorological Society, Boston. 323 pp.
- Brown, R.A., 1966: *Three-dimensional growth characteristics of an orographic thunderstorm system*. Satellite & Mesometeorology Research Project Paper 61, University of Chicago.

- Browning, K.A., 1980: *Structure mechanism and prediction of orographically enhanced rain in Britain*. Global Atmospheric Research Programme, Ser.23, WMO, 88-114.
- Buzzi, A., 1992: Analysis and modeling of a summer case of Alpine lee cyclogenesis associated with organized convective activity. *International Workshop on Mediterranean Cyclones Studies*. Trieste, Italy; 18-22 May, 1992, 5-8.
- Buzzi, A. and S. Tibaldi, 1978: Cyclogenesis in the lee of the Alps: A case study. *Quart. J.R. Met. Soc.*, 104, 271-287.
- Carroll, E.B., 1995: Practical subjective application of the omega equation and Sutcliffe development theory. *Meteor. Appl.*, 2, 71-81.
- Cressman, G., 1959: An operational objective analysis system. *Mon. Wea. Rev.*, 87, 367-374.
- Čačić, I., 1986: Utjecaj orografije u mezorazmjeru na ponašanje Cb oblaka i razdiobu oborine: Slučaj 28. srpnja 1980. na području Medvednice. *Rasprave (Zagreb)*, 21, 69-76.
- Čurić, M., 1983: *Osnovi dinamičke meteorologije*. Beograd. 317 str.
- Čadež, M., 1973: *Meteorologija*. Izdavačko-grafički zavod, Beograd. 228 str.
- Daley, R., 1991: *Atmospheric data analysis*. Cambridge University Press, Cambridge. 457 pp.
- Defant, F., and H.T. Moerth, 1978: *Compendium of Meteorology*. Editor Aksel Wiin-Nielsen. Vol. 1. P3 Synoptic meteorology, WMO-No. 364.
- Devuyt, P., 1972: *La meteorologie*. Albert De Visscher, Bruxelles. 164 pp.
- Durrant, D.R., 1981: *The effects of moisture on mountain lee waves*. Ph. D. Dissertation, National Center for Atmospheric Research Cooperative Thesis No. 65, 142 pp.
- Ferrell, W., 1878: *On cyclones, tornadoes and waterspouts*. U.S. Coast and Geodetic Survey, Washington.
- Fitzroy, R., 1863: *The weather book — A manual of practical meteorology*. London.
- Frisinger, H.H., 1983: *The history of meteorology to 1800*. American Meteorological Society, Boston. 143 pp.
- Feynman, R.P., et al., 1964: *Lectures on physics* (Volume 2). Addison-Wesley, London.
- Ficker, H., 1911: Das Fortschreiten der Erwärmungen in Russland und Nordasien. *Sitzber. Ak. Wien.*, 120, 745-836.
- Gandin, L., 1963: *Objective analysis of meteorological fields* (English translation in 1965). Jerusalem.

REFERENCE

- Gandin, L., 1988: Complex quality control of meteorological observations. *Mon. Wea. Rev.*, 116, 1137-1156.
- Gauss, K., 1963: *Theory of motion of the heavenly bodies* (translation of "*Theoria Motus Corporum Coelestium*"; 1809). New York.
- Gelo, B., 2000: *Opća i prometna meteorologija (II dio)*. Sveučilište u Rijeci, Rijeka. 520 str.
- Gilchrist, B. and G. Cressman, 1954: An experiment in objective analysis. *Tellus*, 6, 309-318.
- Guldberg, C. et H. Mohn, 1876: *Études sur les mouvements de l'atmosphère*. A.W. Brogger, Christiania, 39 pp.
- Hadley, G., 1735: Concerning the cause of the general trade winds. *Trans. Roy. Soc.*, 39, 58-62.
- Haltiner, G.J. and F.L. Martin, 1957: *Dynamical and physical meteorology*. McGraw-Hill, New York. 470 pp.
- Haltiner, G.J., 1971: *Numerical weather prediction*. John Wiley & Sons, New York. 317 pp.
- Haltiner, G.J. and R.T. Williams, 1980: *Numerical prediction and dynamic meteorology*. John Wiley & Sons, New York. 477 pp.
- Holton, J.R., 1979: *An introduction to the dynamic meteorology*. Academic Press, New York. 391 pp.
- Hook, R., 1665: *Micrographia*. London. 38 pp.
- Hoskins, B.J., Draghici, I. and H.C. Davies, 1978: A new look at the ω - equation. *Quart. J. R. Met. Soc.*, 104, 31-38.
- Hoskins, B.J. and M.A. Pedder, 1980: The diagnosis of middle latitude synoptic development. *Quart. J. R. Met. Soc.*, 106, 707-719.
- Houghton, D.D., 1985: *Handbook of applied meteorology*. John Wiley & Sons, New York. 1461 pp.
- Huschke, R.E., 1986: *Glossary of meteorology*. Amer. Meteor. Soc., Boston. 638 pp.
- Ivančan-Picek, B., 1998: *Generiranje atmosferskih vrtloga nad područjem Jadrana*. Doktorska disertacija, PMF-Zagreb. 138 str.
- Jovanović, 1983: *Matematička kartografija*. Beograd. 559 str.
- Kurepa, S., 1975: *Matematička analiza III - Funkcije više varijabli*. Tehnička knjiga, Zagreb. 419 str.
- Kurz, M., 1998: *Synoptic meteorology*. Deutscher Wetterdienst, Offenbach. 200 pp.
- Kutzbach, G., 1979: *The thermal theory of cyclones - A history of meteorological thought in the nineteenth century*. Amer. Meteor. Soc., Boston. 254 pp.

- Lisac, I., 1998: Andrija Mohorovičić i prognoza vremena. *Znanstveni skup "Andrija Mohorovičić" — 140. obljetnica rođenja*, Zagreb, 10/12. ožujka 1998, 77-91.
- Lukšić, I., 1989: Dnevni periodički vjetrovi u Senju. *Geofizika*, 6, 59-74.
- Makjanić, B., 1967: *Osnove meteorologije*. Sveučilište u Zagrebu, Zagreb. 243 str.
- Makjanić, B., 1978: *Bura, jugo, etezije*. Savezni hidrometeorološki zavod, Beograd. 73 str,
- Maksimović, S., 1973: *Korišćenje radarskih osmatranja u analizi i prognozi vremena*. Republički hidrometeorološki zavod SR Srbije, Beograd. 97 str.
- Margules, M., 1906: Über Temperaturschichtung in stationär bewegter und ruhender Luft. *Meteorolog. Z. Hann-Band*, 243-254.
- Mesinger, F., 1976: *Dinamička meteorologija - Analitička rešenja i numeričke metode*. Građevinska knjiga, Beograd. 224 str.
- Meteorological Office, 1971: *Handbook of aviation meteorology*. London. 402 pp.
- Mintz, Y., 1961: *The general circulation of planetary atmospheres. The Atmospheres of Mars and Venus*. National Acad. of Sciences. Publ. 944, 107-146.
- Neumann, J., 1977: On the rotation rate of the direction of sea and land breeze circulation. *J. Atmos. Sci.*, 34, 1913-1917.
- Newton, C.W. and E.O. Holopainen, 1990: *Extratropical cyclones*. American Meteorological Society, Boston. 262 pp.
- O'Brien, J., 1970: Alternative solutions to the classical vertical velocity problem. *J. Appl. Meteor.*, 9, 197-203.
- Orlić, M., Penzar, B. and I., Penzar, 1988: Adriatic sea and land breezes: clockwise versus anticlockwise rotation. *J. Appl. Meteorol.*, 27, 675-679.
- Palmen, E., 1951: *The aerology of extratropical disturbances*. In *Compendium of meteorology*. American Meteorological Society, Boston, 599-620.
- Palmen, E. and C.W. Newton, 1969: *Atmospheric circulation systems - Their structure and physical interpretation*. Academic Press, New York. 603 pp.
- Pandžić, K., Kisegi, M, Gelo, B. and M. Sijerković, 1992: An analysis of the low and high pressure centre influence on precipitation. *Beitr. Phys. Atmosph.* 65, 107-128.
- Pandžić, K. et al., 1998: *50 godina Državnog hidrometeorološkog zavoda*. Državni hidrometeorološki zavod, Zagreb. 288 str.
- Pandžić, K., 2000: *Sezonske karakteristike oborinskih vertikalnih gradijenata na području Like i Gorskog kotara*. Državni hidrometeorološki zavod, Zagreb. 38 str.
- Panofsky, H., 1949: Objective weather-map analysis. *J. Appl. Meteor.*, 6, 386-392.

REFERENCE

- Penzar, B., i B. Makjanić, 1978: *Uvod u opću klimatologiju*. Prirodoslovno - matematički fakultet, Zagreb. 206 str.
- Penzar, I. i B. Penzar, 2000: *Agrometeorologija*. Školska knjiga, Zagreb. 222 str.
- Petterssen, S., 1956: *Weather analysis and forecasting* (Vol. I and II). McGraw-Hill, New York. 428 (266) pp.
- Pichler, H. and R. Steinacker, 1987: On the synoptics and dynamics of orographically induced cyclones in the Mediterranean. *Meteor. Atmos. Phys.*, 36, 108-117.
- Plazinić, S., 1985: *Tehnička meteorologija*. Naučna knjiga, Beograd. 463 str.
- Radinović, Đ., 1969: *Analiza vremena*. Univerzitet u Beogradu, Beograd. 367 str.
- Radinović, Đ., 1978: *Praktikum iz analize i prognoze vremena*. Univerzitet u Beogradu, Beograd. 191 str.
- Radinović, Đ., 1979: *Prognoza vremena*. Univerzitet u Beogradu, Beograd. 266 str.
- Radinović, Đ., i D., Lalić, 1959: *Ciklonska aktivnost u Zapadnom Sredozemlju*. Savezni hidrometeorološki zavod, Beograd. 57 str.
- Ray, P.S., 1986: *Mesoscale meteorology and forecasting*. American Meteorological Society, Boston. 793 pp.
- Richardson, L.F., 1922: *Weather prediction by numerical process*. Cambridge University Press, London. 236 pp.
- Riley, K.F., Hobson, M.P. and S.J. BencI, 1998: *Mathematical methods for physics and engineering*. Cambridge University Press, Cambridge. 1008 pp.
- Sajko, A., 1996: *Mlazne struja iznad NW Hrvatske*. Diplomski rad - PMF, Zagreb. 59 str.
- Sasaki, Y., 1958: An objective analysis based on the variational method. *J. Meteor. Soc. Japan*, 36, 77-88.
- Sasaki, Y., 1960: *An objective analysis for determining initial conditions for the primitive equations*. Tech. Rep. (Ref. 60-16T), Texas University.
- Saucier, W.J., 1955: *Principles of meteorological analysis*. The University of Chicago Press, Chicago. 438 pp.
- Schott, J.R., 1997: *Remote sensing - The image chain approach*. Oxford University Press, Oxford. 394 pp.
- Schwartz, L., 1967: *Cours d'analyse*. Herman, Paris.
- Shaw, N. and R.G.K., Lempfert, 1906: The life history of surface air currents. *M.O. Memoir*, 174, 15-131.
- Sijerković, M., 1993: *Hrvatski vremenari — crtice iz povijesti hrvatske meteorologije*. Školske novine, Zagreb. 138 str.

- Stepanenko, V.D., 1966: *Radiolokacija v meteorologii*. Gidrometeoizdat, Lenjingrad. 350 str.
- Supek, I., 1978: *Teorijska fizika i struktura materije* (I dio). Školska knjiga, Zagreb. 639 str.
- Sutcliffe, R.C., 1947: A contribution to the problem of development. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 73, 370-383.
- Tutiš, V., 1995: *Razvoj olujnih procesa iznad nehomogene podloge*. Doktorska disertacija, PMF-Zagreb. 182 str.
- Uccellini, L.W. et al., 1992: Report on the surface analysis workshop held at the National Meteorological Center, 25-28 March 1991. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 73, 459-472.
- Vernić, R., 1952: *Termodinamičke karakteristike zračnih masa*. JAZU, Zagreb. 35 str.
- Volarić, B. i I. Penzar, 1967: *Osnove meteoroloških motrenja i mjerenja*. Sveučilište u Zagrebu, Zagreb. 199 str.
- Wallace, J.M. and P.Y. Hobbs, 1977: *Atmospheric science - An introductory survey*. Academic Press, New York. 467 pp.
- Yoshino, M.M., 1976: *Local wind bora*. Univ. of Tokyo Press, Tokyo. 289 pp.
- Zverev, A.S., 1977: *Sinoptičeskaja meteorologija*. Gidrometeoizdat, Leningrad. 710 pp.
- Zwatz-Meise, V., 1994: *Contributions to satellite and radar meteorology in Central Europe*. Zentralanstalt für Meteorologie and Geodynamik, Wien. 162 pp.

DJELOMIČAN POPIS OZNAKA

- a* polumjer Zemlje, Fourierov koeficijent, Magnus-Tetensova konstanta, koeficijent u radarskoj oborinskoj jednadžbi
- b* Fourierov koeficijent, Magnus-Tetensova konstanta, koeficijent u radarskoj oborinskoj jednadžbi
- c* koeficijent razvoja, regresijska težina, proizvoljna konstanta, brzina gibanja atmosferskih sustava
- c_p* specifična toplina zraka uz konstantan tlak
- d* totalna derivacija, deficit rosišta
- dr* diferencijal radijus vektora položaja
- e* tlak vodene pare
- e_s* tlak vodene pare zasićenja
- e_s'* tlak vodene pare zasićenja mokrog termometra
- f* proizvoljna funkcija, Coriolisov parametar
- f_A* analitička vrijednost funkcije
- f_B* preliminarna procjena funkcije
- f_o* izmjerena vrijednost funkcije
- f_T* točna vrijednost funkcije
- g* konstanta ubrzanja sile teže
- h* visina, proizvoljna funkcija razvoja
- i* $\sqrt{-1}$, indeks
- i** jedinični vektor u smjeru osi *x*
- j* indeks
- j** jedinični vektor u smjeru osi *y*
- k* indeks
- k** jedinični vektor u smjeru osi *z*
- l* indeks
- m* valni broj, indeks
- m_d* masa suhog zraka
- m_v* masa vodene pare
- n* valni broj, smjer okomice, indeks, faktor stošca

- n jedinični vektor u smjeru osi n *prirodnog* koordinatnog sustava
- p tlak zraka
- p_0 tlak zraka na morskoj razini
- p_s tlak zraka na postaji
- q specifična vlažnost zraka, indeks
- q_s specifična vlažnost zasićenja
- r iznos vektora položaja
- \tilde{r} relativna udaljenost
- \mathbf{r} vektor položaja
- s proizvoljna varijabla stanja procesa
- \underline{s} stupac vektor prostorno zavisne varijable
- \hat{s} jedinični vektor u smjeru osi s *prirodnog* koordinatnog sustava
- t temperatura zraka, vrijeme
- t' temperatura mokrog termometra
- t_r rosište
- t_v virtuelna temperatura zraka
- u zonalna (zapad-istok) komponenta vjetra
- \bar{u} prosječna zonalna komponenta vjetra
- v meridionalna (jug-sjever) komponenta vjetra
- w *a priori* težine, vertikalna komponenta vjetra
- w_s omjer miješanja zasićenog zraka vodenom parom
- x horizontalna koordinatna os u zonalnom (zapad-istok) smjeru
- y horizontalna koordinatna os u meridionalnom (jug-sjever) smjeru
- z vertikalna koordinatna os, *geometrijska* visina izobarne plohe
- \underline{z} proizvoljni stupac-vektor
- A površina omeđena izohipsama i osima doline i grebena, površina solenoida
- \underline{A} matrica kovarijance pogreške analize
- A_p površina radarske antene
- B odnos snage povratnog radarskog signala i snage razine šuma
- \underline{B} matrica kovarijance pogrešaka pozadinske procjene
- \underline{C} opća matrica kovarijance
- D deformacija polja vjetra

- D_g geostrofička deformacija polja vjetra
- E^2 varijanca pogreške
- F frontogenetička funkcija, podintegralna funkcija
- F_p parametar
- \mathbf{F} frontogenetički vektor
- I kvadratna forma, funkcional, intenzitet oborine procijenjene radarom, intenzitet ciklone
- $\underline{\underline{I}}$ matrica identiteta
- J "uvjetna" kvadratna forma, genetička funkcija mlazne struje
- K zakrivljenost trajektorije ili strujnice
- L valna duljina atmosferskih valova, udaljenost radarskog cilja, energija zračenja u "velikoj jednadžbi" satelitskog sustava motrenja, opseg paralele, latentna toplina kondenzacije
- $\underline{\underline{O}}$ matrica kovarijance pogreške motrenja
- P_r snaga povratnog radarskog signala
- P_s snaga radarskog šuma
- P_t snaga emitiranog radarskog signala
- Q promjena količine topline po jedinici zraka u jedinici vremena
- \mathbf{Q} vektor Q [ku]
- R polumjer područja utjecaja, polumjer Zemljine paralele, plinska konstanta zraka, polumjer zakrivljenosti strujnice ili trajektorije
- R_d plinska konstanta za suhi zrak
- S proizvodljivo svojstvo zraka
- T apsolutna temperatura zraka
- T_v apsolutna virtuelna temperatura zraka
- \bar{T}_v srednja apsolutna virtuelna temperatura u sloju zraka
- V brzina vjetra, volumen zraka
- V_g brzina geostrofičkog vjetra
- V_T brzina termalnog vjetra
- W *a posteriori* težine
- $\underline{\underline{W}}$ matrica *a posteriori* težina
- Z geopotencijalna visina izobarne plohe izražena u geopotencijalnim metrima

α	azimut, kut nagiba frontalne plohe
β	promjena Coriolisovog parametra s geografskom širinom
β_p	kut nagiba izobarne plohe
γ_d	kut između osi dilatacije (kontrakcije) x' i osi x
δ	divergencija, varijacijski i diferencijalni operator, koordinata ravinskog polarnog sustava karte, parametar
ε	pogreška, kut nagiba (elevacija), parametar
ζ	vertikalna komponenta relativne cirkulacije (vrtložnosti)
ζ_g	geostrofička vrtložnost
ζ_T	termalna vrtložnost
η	proizvoljna funkcija, očekivana vrijednost funkcije
θ	potencijalna temperatura
λ	geografska duljina, valna duljina radarskih signala, parametar
π	3.14
ρ	korelacija, gustoća zraka
σ	standardna devijacija, efektivna površina rasipanja, mjerilo projekcije
φ	geografska širina
χ	tendencija visine izobarne plohe
ψ	komplement geografske širine, strujna funkcija
ω	normalizirane težine, vertikalna brzina u p -sustavu
Γ	vertikalna temperaturna stopa
Γ_d	suhoadijabatska vertikalna temperaturna stopa
Δn	prirast horizontalne udaljenosti u smjeru osi n
Δr	prirast iznosa vektora položaja r
Δt	vremenski interval
Δz	<i>geometrijska</i> debljina sloja atmosfere
ΔZ	debljina sloja atmosfere izražena u geopotencijalnim metrima
Δx	prirast horizontalne udaljenosti u smjeru koordinatne osi x
Δy	prirast horizontalne udaljenosti u smjeru koordinatne osi y
$\Delta \Phi$	prirast geopotencijala
Φ	geopotencijal

DJELOMIČAN POPIS OZNAKA

- ∂ operator za parcijalnu derivaciju
- ∇ trodimenzijalni *nabla* operator
- ∇_p dvodimenzijalni nabla operator na izobarnoj plohi
- ∇_p diskretni oblik dvodimenzijalnog nabla operatora na izobarnoj plohi
- ∇_z dvodimenzijalni nabla operator na plohi konstantne visine
- ∇_x jednodimenzijalni nabla operator u smjeru osi x
- $\nabla \cdot$ operator *divergencije*
- $\nabla \times$ operator *rotacije*
- Ω *omega* — zadnje slovo grčkog *alfabeta*

KAZALO POJMOVA I IMENA

A

aerološke postaje, 23, 27
Ahlberg, 71
analiza
 globalna, 68, 79
 lokalna, 63
 objektivna, 19, 62-101
 subjektivna, 101
analitički materijali, 53-61
anticiklona, 13, 17, 20-21, 26, 132-187, 203-208
Anthes, 204
Anticiklogeneza, 154-172
asimilacija podataka, 23
Atlas, 33
atmosfera
 nestabilna, 268
 neutralna, 268
 stabilna, 268
atmosferska fronta, 108-128, 141-148, 199-202
atmosfersko polje, 23, 103, 191
atmosferski sustav, 13, 86, 103, 191

B

Band, 215
barički sustav, 103, 132-187, 203-209
Barnes, 77, 80
Bengtsson, 73
Bergenska škola, 17, 109, 141
Bergthorsson, 20, 73-78
Bigelow, 140-141
Bjerknes J., 17, 19, 109, 141-147, 171, 205
Bjerknes V., 19, 109, 139, 173, 271

Bluestein, 20-22, 26, 61, 105, 114, 118-125, 128-132, 149, 151, 155-163, 176, 178, 188, 198, 275-279, 293-294

Blumen, 210-229

Brown, 218, 220

Browning, 222

Buzzi, 127, 177-186

C

Carroll, 154, 164

Ciklona, 13, 16, 20-21, 132-187, 203-208

Ciklogeneza, 137-187, 289

Coriolis, 17

Coriolisov parametar, 52, 66, 111, 149, 155, 173-174, 282, 289, 291

Coriolisova sila, 17, 20, 131, 167, 231, 291

Cressman, 20, 63, 65, 77

Č

Čačić, 229

Čadež, 24

D

Daley, 23, 62-96, 237-265

Decibel, 34

Defant, 107

Deformacija, 117, 119, 121, 125, 160-163, 273-280

Devuyst, 200-202

Dijagnoza, 103

Divergencija, 117, 119, 121, 125, 155, 161, 167-172, 176, 275-278, 282, 289, 293-297

Dolina, 135

Doos, 20, 73-78

Durrant, 216

E

Espy, 138

Euler-Lagrangeova jednadžba, 92, 262

F

Ferell, 139

Feynman, 216

Ficker, 140-141

Fitzroy, 15, 17, 139

Frisinger, 13-14

fronta

hladna, 109, 113, 127, 143, 201, 204

okluzije, 113, 143, 202, 204

stacionarna, 113, 142

topla, 113, 143, 199-200, 204

frontogeneza, 113-127, 289

frontogenetička funkcija, 114

frontogenetički vektor, 121

funkcija prisile, 156

funkcional, 90, 258

G

Gandin, 20, 43-52, 82, 100

Gauss, 82, 243

Gelo, 24

Gilchrist, 20, 63, 65

Geben, 135

gusta mreža, 96

H

Hadly, 17

Haltiner, 54, 60, 91-96, 108-120, 134, 188, 267, 271, 279, 285

Holton, 51, 118, 134, 142, 149, 152, 155, 173-175, 289-291

Hook, 13

Hoskins, 161-165

Houghton, 22, 33, 36, 136, 177, 204

Huschke, 20, 23, 109, 114, 118, 133

homogenost, 241

I

interpolacija

klasična, 253-254

polinomna, 63-64

statistička, 81-89

Ivančan-Picek, 185

izobare, 132

izogone, 282, 283

izohiete, 35

izohipse, 132

izoplete, 62

izotahe, 285

izoterme, 110

izotropnost, 241

J

jednadžba

geostrofičke ravnoteže, 52, 66

gradijenske ravnoteže, 167

hipsometrijska, 236

očuvanja mase, 155, 293

omega (ω), 159-165, 176

radarska, 33

stanja plina, 235

tendencije visina, 155-158

velika, 39

vrtložnosti, 149

Jovanović, 53, 58, 60

K

kontrola

dijagnostička, 49-52

logička, 43

statistička, 44-49

konvergencija, 107, 118-119, 121, 141, 164, 171, 176, 178, 204, 225, 228-229, 274, 282, 290

Kurepa, 71, 114, 133, 246, 257, 258
 Kurz, 106-107, 114, 131, 152, 157-158, 162, 164
 Kutzbach 15-17, 109, 112, 125, 138, 140

L

Lagrange, 74, 82, 92-94, 98, 246, 253-255, 257-264, 296
 Lambert, 14, 53-55, 58-60
 Legendre, 73
 Lisac, 16
 Lukšić, 231

M

Makjanić, 215, 217
 Maksimović, 33
 Margules, 109, 112, 139
 matrica
 autokorelacije, 240
 autokovarijance, 240
 dijagonalna, 46, 240
 jedinična, 46
 korelacije, 239
 kovarijance, 239
 Mesinger, 292
 meteorološka polja, 23, 103, 191
 meteorološke karte, 53-60
 meteorološki
 radari, 33-36
 sateliti, 36-42
 mjerenja
 pilotbalonska, 28
 radiosondažna, 29-33
 mlazne struje, 128-132, 209-210

N

nagib frontalne plohe, 110-112
 nestabilnost
 barotropna, 289-290
 baroklina, 289-292

hidrostatička, 268, 289
 normalni modovi, 290
 Newton C.W., 106, 185, 187

O

O'Brien, 295
 olujna pruga, 203
 omega (Ω) situacija, 158
 Orlić, 231
 opća atmosferska cirkulacija, 165-166
 optimalna procjena, 44-49

P

Palmen, 106, 147, 148, 171-172
 Pandžić, 16, 187, 223
 Panofsky, 19
 Penzar B., 25, 187
 Penzar I., 24, 25, 187
 Petterssen, 113, 125-127, 130, 281-283, 285-287
 Pichler, 185
 Planckov zakon, 41
 Plazinić, 193-199
 pogreška
 analize, 251-252
 mjerenja, 243, 248
 preliminarne procjene, 249
 slučajna, 43
 sustavna, 43
 pol hladnoće, 191
 potencijalna temperatura, 267
 projekcija
 Lambertova, 54-59
 polarna stereografska, 54, 59
 Mercatorova, 54, 59-60
 prilagodba funkcija
 polinomna, 63-68
 spektralna, 68-73

R

Radinović, 24, 34, 36, 62, 96-100, 104, 110,
133, 135, 142-146, 153, 158, 166,
176-177, 191, 203, 206-209, 241

regeneracija ciklona, 145-147

Riley, 275

Ray, 177, 203, 230-231

Richardson, 19

S

Sajko, 129

Sasaki, 77, 89

Saucier, 53-61, 132-133, 271-272, 274, 282

Schott, 37-42, 84

Schwartz, 71, 246, 258

sedlo, 133, 257

Shaw, 140-141

Sijerković, 16

sinoptičke postaje, 23-27

smicanje vjetra, 130, 171

Solberg, 17, 142, 147, 205

srednja vrijednost, 237

stacionarna

funkcija, 262

točka, 133, 256

vrijednost, 255

standardna devijacija, 238

strujnice, 281

Sutcliffe, 137, 148, 154-157, 159, 162-165,
176-177

Svjetsko meteorološko bdijenje, 43

T

termodinamički dijagrami, 60-61

trajektorije, 282

tropski ciklon, 204-207

Tibaldi, 177-186

Tutiš, 185

U

Uccellini, 101

V

Varijacija

funkcije, 256

integrala, 261

položaja, 255

varijacijska metoda usklađivanja, 89-96

varijacijski račun, 255-265

varijacijski princip, 262

varijanica, 237

vektor **Q**, 123-125, 162-165

vertikalni presjek

prostorni, 106, 109-111, 113, 116-117,
129, 133, 138, 166, 183-184, 205-206,
209, 216, 270-271

vremenski, 17

vertikalna brzina, 293-297

virtuelna temperatura, 235

vjetar

ageostrofički, 131

geostrofički, 51-52, 66

gradijentski, 167

termalni, 150

Volarić, 24

vtložnost, 95, 119, 123, 125, 149-162,
173-178, 209, 273-278, 289-290

Z

zavjetrinska ciklogeneza, 172-187

zračne mase, 103-107, 191-193

Zverev, 111-112, 137, 205, 282

Zwatz-Meise, 270

W

Wallace, 26, 31, 50, 104, 222, 233-235

Y

Yoshino, 215