

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 1. veljače 2017.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.
- Rješenja će biti objavljena danas na web-stranici kolegija.
- Rezultati će biti objavljeni do ponedjeljka, 6. veljače 2017. u 20 sati na web-stranici kolegija.
- Uvid u kolokvij održat će se u utorak, 7. veljače 2017. u 11 sati u prostorijama A301 (1. i 2. zadatak) i A318 (3.–7. zadatak).

## Zadatak 1.

- (a) (2 boda) Iskažite aksiom matematičke indukcije.
- (b) (2 boda) Iskažite Arhimedov aksiom.
- (c) (1 bod) Zadan je realan broj  $\beta = 0.2223509776349234 \dots$ . Odredite decimalan broj koji ga aproksimira s točnošću  $10^{-12}$ .

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 1. veljače 2017.

## Zadatak 2.

- (a) (2 boda) Odredite Taylorov razvoj polinoma  $x^7 - x^5 + x^4 - x^3 + 3x^2 + x + 2$  oko  $\alpha = 1$ .
- (b) (3 boda) Dokažite da broj  $\sqrt[11]{2} + 1$  nije racionalan.

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 1. veljače 2017.

**Zadatak 3.** (5 bodova) Neka je  $s$  suma koeficijenata polinoma  $p(x) = (x^3 + 3x^2 - 3x + 2)^{2017}$ . Odredite ostatke pri dijeljenju broja  $s$  sa 28 i 18.

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 1. veljače 2017.

**Zadatak 4.** (5 bodova) Neka je  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  niz realnih brojeva za koji je  $a_1 = a_2 = 1$  i  $a_{n+1} = a_n + 12a_{n-1}$  za sve  $n \geq 2$ . Odredite sve prirodne brojeve  $n$  za koje je  $a_n \leq 4^n - 5$ .

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 1. veljače 2017.

**Zadatak 5.** (5 bodova) Zadan je broj  $m \in \mathbb{N}$ . Ako je  $y \in \mathbb{N}$  takav da je  $m^3 - y^3$  prost, odredite  $y$  (tj. izrazite ga preko  $m$ ).

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 1. veljače 2017.

**Zadatak 6.** (5 bodova) Polinom  $f \in \mathbb{R}[x]$  pri dijeljenju s  $x^2$  daje ostatak  $2x + 5$ , a pri dijeljenju s  $x - 1$  daje ostatak 3. Odredite ostatak koji  $f$  daje pri dijeljenju s  $x^3 - x^2$ .

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 1. veljače 2017.

**Zadatak 7.** (5 bodova) Rastavite na parcijalne razlomke

$$\frac{x + 3}{x^3 + x^2 + 2x + 8}$$

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 1. veljače 2017.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.
- Rješenja će biti objavljena danas na web-stranici kolegija.
- Rezultati će biti objavljeni do ponedjeljka, 6. veljače 2017. u 20 sati na web-stranici kolegija.
- Uvid u kolokvij održat će se u utorak, 7. veljače 2017. u 11 sati u prostorijama A301 (1. i 2. zadatak) i A318 (3.–7. zadatak).

## Zadatak 1.

- (a) (2 boda) Iskažite teorem o dijeljenju s ostatkom.
- (b) (2 boda) Iskažite aksiom potpunosti.
- (c) (1 bod) Zadan je realan broj  $\alpha = 0.233409876348353\dots$ . Odredite decimalan broj koji ga aproksimira s točnošću  $10^{-12}$ .



# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 1. veljače 2017.

## Zadatak 2.

- (a) (2 boda) Odredite Taylorov razvoj polinoma  $x^7 - 2x^5 + x^4 + x^3 + 3x^2 + x + 2$  oko  $\alpha = -1$ .
- (b) (3 boda) Dokažite da broj  $\sqrt[9]{3} - 1$  nije racionalan.

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 1. veljače 2017.

**Zadatak 3.** (5 bodova) Neka je  $s$  suma koeficijenata polinoma  $p(x) = (x^3 - 5x^2 + x + 7)^{2017}$ . Odredite ostatke pri dijeljenju broja  $s$  sa 65 i 48.

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 1. veljače 2017.

**Zadatak 4.** (5 bodova) Neka je  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  niz realnih brojeva za koji je  $a_1 = a_2 = 1$  i  $a_{n+1} = a_n + 6a_{n-1}$  za sve  $n \geq 2$ . Odredite sve prirodne brojeve  $n$  za koje je  $a_n \leq 3^n - 5$ .

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 1. veljače 2017.

**Zadatak 5.** (5 bodova) Zadan je broj  $m \in \mathbb{N}$ . Ako je  $x \in \mathbb{N}$  takav da je  $m^2 - x^2$  prost, odredite  $x$  (tj. izrazite ga preko  $m$ ).

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 1. veljače 2017.

**Zadatak 6.** (5 bodova) Polinom  $f \in \mathbb{R}[x]$  pri dijeljenju s  $x^2$  daje ostatak  $3x + 4$ , a pri dijeljenju s  $x + 1$  daje ostatak  $-1$ . Odredite ostatak koji  $f$  daje pri dijeljenju s  $x^3 + x^2$ .

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 1. veljače 2017.

**Zadatak 7.** (5 bodova) Rastavite na parcijalne razlomke

$$\frac{x^2 - 2}{x^3 - x - 6}.$$