

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 21. studenog 2018.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.

Zadatak 1.

- (1 bod) Napišite semantičku tablicu (tablicu istinitosti) za sud $A \vee \bar{A}$.
- (2 boda) Odredite partitivni skup $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\{\emptyset\}))$.
- (2 boda) Napišite sve binarne relacije na skupu $S = \{0, 1\}$ koje su refleksivne.

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 21. studenog 2018.

Zadatak 2.

(a) (1 bod) Skicirajte graf funkcije $f(x) = |x + 2|$.

(b) (2 boda) Zbroj $\sin x + \sin y$ prikažite u obliku produkta primjenjujući formulu

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}(\sin(x + y) + \sin(x - y)).$$

(c) (2 boda) Izvedite formulu kojom se $\operatorname{ch} 2x$ izražava pomoću $\operatorname{ch} x$.

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 21. studenog 2018.

Zadatak 3. (5 bodova) Zapišite simbolima zadanu tvrdnju te njen obrat, negaciju i obrat po kontrapoziciji. Zapišite zatim riječima sve dobivene tvrdnje. Odredite istinitost svih tvrdnji i obrazložite što tvrdite. Zadana je sljedeća tvrdnja.

Za svaka dva podskupa skupa prirodnih brojeva vrijedi: ako su skupovi međusobno disjunktne, tada njihovi komplementi imaju bar jedan zajednički element.

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 21. studenog 2018.

Zadatak 4. (5 bodova) Nacrtajte Vennove dijagrame za skupove $(A \triangle B) \cup C$ i $A \triangle (C \cup B)$.
Odredite odnos ta dva skupa. Inkluziju koja vrijedi općenito dokažite, a za inkluziju koja ne vrijedi općenito pronađite kontraprimjer.

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 21. studenog 2018.

Zadatak 5. (5 bodova) Na skupu prirodnih brojeva \mathbb{N} zadana je relacija $\rho \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ sa

$$x \rho y \iff |y - x| \leq 2.$$

Odredite je li relacija ρ refleksivna, simetrična, tranzitivna, antisimetrična. Sve svoje tvrdnje dokažite. Je li ρ relacija ekvivalencije? Je li ρ relacija parcijalnog uređaja? Obrazložite!

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 21. studenog 2018.

Zadatak 6.

- (a) (2 boda) Neka je $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ strogo padajuća funkcija, a $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ strogo rastuća. Definirajmo funkciju $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ formulom

$$h(x) := f(x) - 4g(x) \text{ za sve } x \in \mathbb{R}.$$

Je li funkcija h strogo rastuća, strogo padajuća ili ne mora biti ništa od navedenoga?

- (b) (3 boda) Dokažite da je funkcija $f : \langle -\infty, 0 \rangle \rightarrow \langle -\infty, 1 \rangle$ definirana s

$$f(x) = \frac{x^8 - 3}{x^8 + 2}$$

surjeksija.

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 21. studenog 2018.

Zadatak 7. (5 bodova) Neka je $f(x) = \log_2(x)^2 - 6|\log_2(x)| + 9$.

- (a) (2 boda) Odredite sliku funkcije f .
- (b) (3 boda) Odredite skup $f^{-1}([0, 1])$.

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 21. studenog 2018.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.

Zadatak 1.

- (1 bod) Napišite semantičku tablicu (tablicu istinitosti) za sud $A \wedge \bar{A}$.
- (2 boda) Odredite partitivni skup $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\{\emptyset\}))$.
- (2 boda) Napišite sve binarne relacije na skupu $X = \{x, y\}$ koje su refleksivne.

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 21. studenog 2018.

Zadatak 2.

- (a) (1 bod) Skicirajte graf funkcije $f(x) = |x + 1|$.
- (b) (2 boda) Zbroj $\cos x + \cos y$ prikažite u obliku produkta primjenjujući formulu

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x - y) + \cos(x + y)).$$

- (c) (2 boda) Izvedite formulu kojom se $\operatorname{ch} 2x$ izražava pomoću $\operatorname{sh} x$.

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 21. studenog 2018.

Zadatak 3. (5 bodova) Zapišite simbolima zadanu tvrdnju te njen obrat, negaciju i obrat po kontrapoziciji. Zapišite zatim riječima sve dobivene tvrdnje. Odredite istinitost svih tvrdnji i obrazložite što tvrdite. Zadana je sljedeća tvrdnja.

Za svaka dva podskupa skupa prirodnih brojeva vrijedi: ako njihovi komplementi imaju bar jedan zajednički element, tada su skupovi međusobno disjunktne.

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 21. studenog 2018.

Zadatak 4. (5 bodova) Nacrtajte Vennove dijagrame za skupove $(A \triangle B) \setminus C$ i $A \triangle (B \setminus C)$.
Odredite odnos ta dva skupa. Inkluziju koja vrijedi općenito dokažite, a za inkluziju koja ne vrijedi općenito pronađite kontraprimjer.

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 21. studenog 2018.

Zadatak 5. (5 bodova) Na skupu prirodnih brojeva \mathbb{N} zadana je relacija $\rho \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ sa

$$x \rho y \iff (y - x)^2 \leq 5.$$

Odredite je li relacija ρ refleksivna, simetrična, tranzitivna, antisimetrična. Sve svoje tvrdnje dokažite. Je li ρ relacija ekvivalencije? Je li ρ relacija parcijalnog uređaja? Obrazložite!

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 21. studenog 2018.

Zadatak 6.

- (a) (2 boda) Neka je $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ strogo rastuća funkcija, a $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ strogo padajuća. Definirajmo funkciju $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ formulom

$$h(x) := f(x) - 2g(x) \text{ za sve } x \in \mathbb{R}.$$

Je li funkcija h strogo rastuća, strogo padajuća ili ne mora biti ništa od navedenoga?

- (b) (3 boda) Dokažite da je funkcija $f : \langle -\infty, 0 \rangle \rightarrow \langle -\infty, 1 \rangle$ definirana s

$$f(x) = \frac{x^6 - 5}{x^6 + 1}$$

surjekcija.

UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 21. studenog 2018.

Zadatak 7. (5 bodova) Neka je $f(x) = \log_3(x)^2 - 4|\log_3(x)| + 4$.

- (a) (2 boda) Odredite sliku funkcije f .
- (b) (3 boda) Odredite skup $f^{-1}([0, 1])$.