

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 30. siječnja 2019.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.

Zadatak 1.

- (2 boda) Iskažite teorem o dijeljenju s ostatkom za polinome.
- (3 boda) Iskažite aksiom potpunosti.

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 30. siječnja 2019.

Zadatak 2.

- (i) (3 boda) Odredite sve polinome stupnja 4 s realnim koeficijentima kojima je jedina realna nultočka $\alpha = 1$, jedna od kompleksnih nultočaka $\beta = 1 + i$ i vodeći koeficijent jednak 1. Odgovor bez obrazloženja vrijedi nula bodova.
- (ii) (2 boda) Napišite $w = 1 + \sqrt{3}i$ u trigonometrijskom obliku i napišite sva rješenja jednadžbe $z^7 = w$ u trigonometrijskom obliku. Odgovor bez obrazloženja vrijedi nula bodova.

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 30. siječnja 2019.

Zadatak 3. (5 bodova) Neka je $(F_n)_{n \in \mathbb{N}}$ niz definiran s

$$F_1 = F_2 = 1, \quad F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \text{ za sve } n \in \mathbb{N}.$$

Dokažite da za sve prirodne brojeve vrijedi

$$F_1^2 + F_2^2 + \cdots + F_n^2 = F_n F_{n+1}.$$

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 30. siječnja 2019.

Zadatak 4. (5 bodova) Odredite najveću zajedničku mjeru brojeva 1650 i 1365 te pronađite cijele brojeve k i l takve da je tražena najveća zajednička mjera jednaka $1650k + 1365l$.

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 30. siječnja 2019.

Zadatak 5. (5 bodova)

- (a) Odredite posljednju znamenku broja $5^{2019} - 3^{2019}$.
- (b) Odredite sumu svih koeficijenata uz neparne potencije od x polinoma

$$p(x) = (x^5 - x^4 + 1)^{2019} \left(-6x^{1931} + \frac{11}{2}x^{1211} + \frac{1}{2} \right)^{333}.$$

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 30. siječnja 2019.

Zadatak 6. (5 bodova) Odredite normirani polinom $f \in \mathbb{R}[x]$ stupnja 4 koji je djeljiv s $x^2 + 1$, a pri dijeljenju s $(x - 1)^2$ daje ostatak $2x + 1$. Odredite ostatak polinoma f pri dijeljenju s $x - 2$.

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 30. siječnja 2019.

Zadatak 7. (5 bodova) Rastavite na parcijalne razlomke

$$\frac{3x + 4}{2x^3 + x^2 + 3x - 2}.$$

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 30. siječnja 2019.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.

Zadatak 1.

- (2 boda) Iskažite aksiom matematičke indukcije.
- (3 boda) Iskažite Cantorov aksiom.

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 30. siječnja 2019.

Zadatak 2.

- (i) (3 boda) Odredite sve polinome stupnja 4 s realnim koeficijentima kojem su $\beta_1 = i$ i $\beta_2 = 1 + 2i$ jedne od kompleksnih nultočaka i vodeći koeficijent jednak 1. Odgovor bez obrazloženja vrijedi nula bodova.
- (ii) (2 boda) Napišite $w = 1 - i$ u trigonometrijskom obliku i napišite sva rješenja jednadžbe $z^7 = w$ u trigonometrijskom obliku. Odgovor bez obrazloženja vrijedi nula bodova.

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 30. siječnja 2019.

Zadatak 3. (5 bodova) Neka je $(L_n)_{n \in \mathbb{N}}$ niz definiran s

$$L_1 = 1, L_2 = 2, L_{n+2} = L_{n+1} + L_n \text{ za sve } n \in \mathbb{N}.$$

Dokažite da za sve prirodne brojeve vrijedi

$$L_1^2 + L_2^2 + \cdots + L_n^2 = L_n L_{n+1} - 1.$$

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 30. siječnja 2019.

Zadatak 4. (5 bodova) Odredite najveću zajedničku mjeru brojeva 3115 i 2045 te pronađite cijele brojeve k i l takve da je tražena najveća zajednička mjera jednaka $3115k + 2045l$.

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 30. siječnja 2019.

Zadatak 5. (5 bodova)

- (a) Odredite posljednju znamenku broja $7^{2019} - 6^{2019}$.
- (b) Odredite sumu svih koeficijenata uz neparne potencije od x polinoma

$$p(x) = (x^4 - x^3 - 1)^{2019} \left(8x^{1319} - \frac{15}{2}x^{703} + \frac{1}{2} \right)^{222}.$$

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 30. siječnja 2019.

Zadatak 6. Odredite normirani polinom $f \in \mathbb{R}[x]$ stupnja 4 koji je djeljiv s $(x - 1)^2$, a pri dijeljenju s $x^2 + 1$ daje ostatak $2x + 1$. Odredite ostatak polinoma f pri dijeljenju s $x - 2$.

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 30. siječnja 2019.

Zadatak 7. (5 bodova) Rastavite na parcijalne razlomke

$$\frac{4x^2 + 9}{4x^3 - 3x^2 + 7x + 2}$$