

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 20. studenog 2019.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.
- Rješenja će biti objavljena danas na web-stranici kolegija.
- Rezultati će biti objavljeni do utorka, 27. studenog 2018. navečer na web-stranici kolegija.
- Uvid u kolokvij održat će se u srijedu, 28. studenog 2018. u 11:15 za zadatke 1.-5., odnosno u petak 7. prosinca u 11:15 za zadatke 6.-7. Mjesto uvida bit će objavljeno na web-stranici kolegija.

## Zadatak 1.

- (a) (3 boda) U jednom odjeljenju od 30 učenika odgovaralo je: 21 učenik matematiku, 17 učenika fiziku, 12 učenika informatiku, 10 učenika matematiku i fiziku, 6 učenika matematiku i informatiku, 6 učenika fiziku i informatiku, a 2 učenika sva tri predmeta. Koliko učenika je:
- (i) odgovaralo informatiku, ali ne i matematiku,
  - (ii) odgovaralo točno dva predmeta od tri moguća,
  - (iii) odgovaralo samo jedan predmet?
- (b) (2 boda) Na skupu  $S = \{-3, -2, 0, 3, 5, 7\}$  definirana je binarna relacija  $\rho$  sa  $x\rho y \Leftrightarrow x^2 = y^2$ . Napišite sve elemente relacije  $\rho$ .

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 20. studenog 2019.

## Zadatak 2.

(a) (3 boda) Zadana je permutacija

$$f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \end{pmatrix}$$

skupa  $\{a, b, c\}$ . Odredite  $f^2$ ,  $f^3$  i  $f^{-1}$ . Ovdje  $f^2$  označava  $f \circ f$ , a  $f^3$  označava  $f \circ f \circ f$ .

(b) (2 boda) Funkciju  $f(x) = 3x^5 - 4x^4 + x^2 + 1$  napišite kao zbroj jedne parne i jedne neparne funkcije.

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 20. studenog 2019.

**Zadatak 3.** (5 bodova) Zapišite simbolima zadanu tvrdnju te njen obrat, negaciju i obrat po kontrapoziciji. Zapišite zatim riječima sve dobivene tvrdnje. Odredite istinitost svih tvrdnji i obrazložite što tvrdite. Zadana je sljedeća tvrdnja.

*Za svaka dva prirodna broja vrijedi: ako je barem jedan od ta dva broja paran, onda je potencija broja dva kojoj je eksponent produkt ta dva broja dijeljiva s četiri.*

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 20. studenog 2019.

**Zadatak 4.** (5 bodova) Nacrtajte Vennove dijagrame za skupove  $A \Delta (B \cup C)$  i  $(A \Delta B) \cup (A \Delta C)$ . Odredite odnos ta dva skupa. Inkluziju koja vrijedi općenito dokažite, a za inkluziju koja ne vrijedi općenito pronađite kontraprimjer.

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 20. studenog 2019.

**Zadatak 5.** (5 bodova) Na skupu realnih brojeva  $\mathbb{R}$  zadana je relacija  $\rho \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  sa

$$x \rho y \iff \sin x \leq \sin y.$$

Odredite je li relacija  $\rho$  refleksivna, simetrična, tranzitivna, antisimetrična. Sve svoje tvrdnje dokažite. Je li  $\rho$  relacija ekvivalencije? Je li  $\rho$  relacija parcijalnog uređaja? Obrazložite!

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 20. studenog 2019.

## Zadatak 6.

- (a) (3 boda) Dokažite da je funkcija  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zadana s

$$f(x) := \frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}}.$$

injekcija.

- (b) (2 boda) Neka je  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funkcija dana s  $h(x) := 3^x$ . Zapišite pravilo pridruživanja za funkciju  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tako da vrijedi  $f = g \circ h$  (pri čemu je  $f$  funkcija iz (a) dijela zadatka) te se uvrštavanjem uvjerite da je funkcija  $g$  ispravno određena.

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 20. studenog 2019.

**Zadatak 7.** (5 bodova) Neka je  $f(x) = x - 2\sqrt{x} - 15$ .

- (a) (2 boda) Odredite sliku funkcije  $f$ .
- (b) (3 boda) Odredite skup  $f^{-1}([0, 9])$ .

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 20. studenog 2019.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.
- Rješenja će biti objavljena danas na web-stranici kolegija.
- Rezultati će biti objavljeni do utorka, 27. studenog 2018. navečer na web-stranici kolegija.
- Uvid u kolokvij održat će se u srijedu, 28. studenog 2018. u 11:15 za zadatke 1.-5., odnosno u petak 7. prosinca u 11:15 za zadatke 6.-7. Mjesto uvida bit će objavljeno na web-stranici kolegija.

## Zadatak 1.

- (a) (3 boda) U jednom odjeljenju od 30 učenika odgovaralo je: 20 učenika matematiku, 18 učenika fiziku, 13 učenika informatiku, 10 učenika matematiku i fiziku, 8 učenika matematiku i informatiku, 5 učenika fiziku i informatiku, a 2 učenika sva tri predmeta. Koliko učenika je:
- (i) odgovaralo fiziku, ali ne i matematiku,
  - (ii) odgovaralo točno dva predmeta od tri moguća,
  - (iii) odgovaralo samo jedan predmet?
- (b) (2 boda) Na skupu  $S = \{-5, -2, 0, 3, 5, 7\}$  definirana je binarna relacija  $\rho$  sa  $x\rho y \Leftrightarrow x^2 = y^2$ . Napišite sve elemente relacije  $\rho$ .



# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 20. studenog 2019.

## Zadatak 2.

(a) (3 boda) Zadana je permutacija

$$f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \end{pmatrix}$$

skupa  $\{a, b, c\}$ . Odredite  $f^2$ ,  $f^3$  i  $f^{-1}$ . Ovdje  $f^2$  označava  $f \circ f$ , a  $f^3$  označava  $f \circ f \circ f$ .

(b) (2 boda) Funkciju  $f(x) = 3x^6 - 4x^3 + x^2 + 1$  napišite kao zbroj jedne parne i jedne neparne funkcije.

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 20. studenog 2019.

**Zadatak 3.** (5 bodova) Zapišite simbolima zadanu tvrdnju te njen obrat, negaciju i obrat po kontrapoziciji. Zapišite zatim riječima sve dobivene tvrdnje. Odredite istinitost svih tvrdnji i obrazložite što tvrdite. Zadana je sljedeća tvrdnja.

*Za svaka dva prirodna broja vrijedi: ako su oba broja neparna, onda je potencija broja tri kojoj je eksponent produkt ta dva broja dijeljiva s devet.*

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 20. studenog 2019.

**Zadatak 4.** (5 bodova) Nacrtajte Vennove dijagrame za skupove  $A \setminus (B \Delta C)$  i  $(A \setminus (B \cup C)) \cup (B \cap C)$ . Odredite odnos ta dva skupa. Inkluziju koja vrijedi općenito dokažite, a za inkluziju koja ne vrijedi općenito pronađite kontraprimjer.

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 20. studenog 2019.

**Zadatak 5.** (5 bodova) Na skupu realnih brojeva  $\mathbb{R}$  zadana je relacija  $\rho \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  sa

$$x \rho y \iff \cos x \leq \cos y.$$

Odredite je li relacija  $\rho$  refleksivna, simetrična, tranzitivna, antisimetrična. Sve svoje tvrdnje dokažite. Je li  $\rho$  relacija ekvivalencije? Je li  $\rho$  relacija parcijalnog uređaja? Obrazložite!

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 20. studenog 2019.

## Zadatak 6.

- (a) (3 boda) Dokažite da je funkcija  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zadana s

$$f(x) := \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}.$$

injekcija.

- (b) (2 boda) Neka je  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funkcija dana s  $h(x) := 2^x$ . Zapišite pravilo pridruživanja za funkciju  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tako da vrijedi  $f = g \circ h$  (pri čemu je  $f$  funkcija iz (a) dijela zadatka) te se uvrštavanjem uvjerite da je funkcija  $g$  ispravno određena.

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 20. studenog 2019.

**Zadatak 7.** (5 bodova) Neka je  $f(x) = x - 2\sqrt{x} - 24$ .

- (a) (2 boda) Odredite sliku funkcije  $f$ .
- (b) (3 boda) Odredite skup  $f^{-1}([-9, 0))$ .