

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2020.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.
- Rješenja će biti objavljena danas na web-stranici kolegija.

## Zadatak 1.

- (3 boda) Iskažite teorem o dijeljenju s ostatkom za cijele brojeve.
- (2 boda) Iskažite Aksiom potpunosti.

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2020.

## Zadatak 2.

- (i) (3 boda) Odredite sve racionalne nultočke polinoma  $x^7 - 5x^5 + x^4 - x^3 + 2x^2 + x + 1$ .
- (ii) (2 boda) Ako je jedna nultočka polinoma s realnim koeficijentima  $z = 1 + i$ , koji kvadratni polinom sigurno dijeli taj polinom? Odgovor obrazložite.

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2020.

**Zadatak 3.** (5 bodova) Neka je  $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$  niz podskupova od  $\mathbb{R}$  takav da vrijedi

$$A_n \subseteq A_{n+1}, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Definirajmo niz  $(B_n)_{n \in \mathbb{N}}$  s

$$B_1 = A_1, \quad B_{n+1} = A_{n+1} \setminus A_n, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Dokažite da za svaki  $n \in \mathbb{N}$  vrijedi

$$A_n = B_1 \cup \dots \cup B_n.$$

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2020.

## Zadatak 4.

- (i) (3 boda) Odredite ostatak pri dijeljenju broja  $234^{56}$  brojem 7.
- (ii) (2 boda) Dokažite da se razlomak  $\frac{7n+1}{20n+3}$  ne može skratiti ni za koji  $n \in \mathbb{N}$ .

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2020.

**Zadatak 5.** (5 bodova) Odredite najveću zajedničku mjeru polinoma  $f(x) = x^3 + 2x$  i  $g(x) = x^2 - 2x$ .

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2020.

**Zadatak 6.** (5 bodova) Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma  $f(x) = x^{400} + 3x^{200} + 4x^{17} + 1$  polinomom  $g(x) = x^3 - x^2$ .

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2020.

**Zadatak 7.** (5 bodova) Rastavite na parcijalne razlomke

$$\frac{x^3 + x^2 + 7x - 2}{x^4 + 5x^2 + 4}$$

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2020.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.
- Rješenja će biti objavljena danas na web-stranici kolegija.

## Zadatak 1.

- (3 boda) Iskažite teorem o dijeljenju s ostatkom za polinome s realnim koeficijentima.
- (2 boda) Iskažite Arhimedov aksiom.

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2020.

## Zadatak 2.

- (i) (3 boda) Odredite sve racionalne nultočke polinoma  $x^9 - x^5 + 2x^4 - 5x^3 + x^2 + x + 1$ .
- (ii) (2 boda) Ako je jedna nultočka polinoma s realnim koeficijentima  $z = 1 - 2i$ , koji kvadratni polinom sigurno dijeli taj polinom? Odgovor obrazložite.

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2020.

**Zadatak 3.** (5 bodova) Neka je  $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$  niz podskupova od  $\mathbb{R}$ . Definirajmo niz  $(B_n)_{n \in \mathbb{N}}$  s

$$B_1 = A_1, \quad B_{n+1} = A_{n+1} \setminus (A_1 \cup \dots \cup A_n), \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Dokažite da za svaki  $n \in \mathbb{N}$  vrijedi

$$A_1 \cup \dots \cup A_n = B_1 \cup \dots \cup B_n.$$

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2020.

## Zadatak 4.

- (i) (3 boda) Odredite ostatak pri dijeljenju broja  $136^{79}$  brojem 7.
- (ii) (2 boda) Dokažite da se razlomak  $\frac{6n+1}{17n+3}$  ne može skratiti ni za koji  $n \in \mathbb{N}$ .

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2020.

**Zadatak 5.** (5 bodova) Odredite najveću zajedničku mjeru polinoma  $f(x) = x^3 + x$  i  $g(x) = x^2 - x$ .

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2020.

**Zadatak 6.** (5 bodova) Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma  $f(x) = x^{200} + 5x^{100} + 2x^{13} + 1$  polinomom  $g(x) = x^3 - x^2$ .

# UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2020.

**Zadatak 7.** (5 bodova) Rastavite na parcijalne razlomke

$$\frac{x^3 + 2x^2 + 3x + 3}{x^4 + 3x^2 + 2}$$