

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 23. studenog 2023.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.

**Zadatak 1.** Odredite sve vrijednosti parametra  $a \in \mathbf{R}$  za koje nejednakost

$$a \cdot 3^{2x} + (a - 1) \cdot 3^{x+1} \cdot 2^x + a \cdot 4^x > 2^{2x}$$

vrijedi za sve  $x \in \mathbf{R}$ .

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 23. studenog 2023.

## Zadatak 2.

(a) Zadana je tvrdnja:

*Za svaka dva prirodna broja vrijedi: ako je jedan od njih strogo veći od drugog, onda je neka potencija broja 2 strogo manja od njihovog zbroja.*

Zapišite simbolima zadanu tvrdnju te njenu negaciju, obrat i obrat po kontrapoziciji. Provjerite istinitost zadane tvrdnje i svih dobivenih tvrdnji. Obrazložite svoje odgovore.

(b) Pomoću tablice istinitosti provjerite je li sud

$$((A \Rightarrow B) \vee \overline{C}) \Leftrightarrow ((A \wedge C) \Rightarrow B)$$

tautologija.

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 23. studenog 2023.

**Zadatak 3.** Nacrtajte Vennove dijagrame za skupove

$$(A \cap B) \Delta C \quad \text{i} \quad (B \setminus (A \cap C)) \cup (C \setminus (A \cap B)).$$

Odredite odnos ta dva skupa. Inkluziju koja vrijedi općenito dokažite, a za inkluziju koja ne vrijedi općenito nađite protuprimjer.

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 23. studenog 2023.

**Zadatak 4.** Na skupu cijelih brojeva  $\mathbb{Z}$  zadana je relacija  $\sim$  sa

$$m \sim n \iff 3 \mid (m + 2n).$$

Dokažite da je  $\sim$  relacija ekvivalencije i odredite joj klase.

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 23. studenog 2023.

**Zadatak 5.** Zadana je funkcija

$$f(x) = \ln \left( \sqrt{\frac{1}{e^x - 1}} \right)$$

Odredite prirodnu domenu  $D_f$  i sliku  $\text{Im}f$  funkcije  $f$ . Je li funkcija  $f$  injekcija? Ako jest, odredite funkciju  $f^{-1} : \text{Im}f \rightarrow D_f$ .

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 23. studenog 2023.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.

**Zadatak 1.** Odredite sve vrijednosti parametra  $b \in \mathbf{R}$  za koje nejednakost

$$b \cdot 5^{2x} + (b - 1) \cdot 5^x \cdot 2^{x+2} + b \cdot 2^{2x} > 4^x$$

vrijedi za sve  $x \in \mathbf{R}$ .

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 23. studenog 2023.

## Zadatak 2.

(a) Zadana je tvrdnja:

*Za svaka dva prirodna broja vrijedi: ako je jedan od njih strogo manji od drugog, onda je njihov zbroj strogo veći od nekog parnog prirodnog broja.*

Zapišite simbolima zadanu tvrdnju te njenu negaciju, obrat i obrat po kontrapoziciji. Provjerite istinitost zadane tvrdnje i svih dobivenih tvrdnji. Obrazložite svoje odgovore.

(b) Pomoću tablice istinitosti provjerite je li sud

$$((A \wedge B) \Rightarrow C) \Leftrightarrow (\overline{A} \vee (B \Rightarrow C))$$

tautologija.

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 23. studenog 2023.

**Zadatak 3.** Nacrtajte Vennove dijagrame za skupove

$$A \Delta (B \cap C) \quad \text{i} \quad (A \setminus (B \cap C)) \cup (C \setminus (A \cap B)).$$

Odredite odnos ta dva skupa. Inkluziju koja vrijedi općenito dokažite, a za inkluziju koja ne vrijedi općenito nađite protuprimjer.



# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 23. studenog 2023.

**Zadatak 4.** Na skupu cijelih brojeva  $\mathbb{Z}$  zadana je relacija  $\sim$  sa

$$m \sim n \iff 5 \mid (2m + 3n).$$

Dokažite da je  $\rho$  relacija ekvivalencije i odredite joj klase.

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi kolokvij – 23. studenog 2023.

**Zadatak 5.** Zadana je funkcija

$$f(x) = \ln \left( \sqrt{\frac{1}{e^{2x} - 1}} \right)$$

Odredite prirodnu domenu  $D_f$  i sliku  $\text{Im}f$  funkcije  $f$ . Je li funkcija  $f$  injekcija? Ako jest, odredite funkciju  $f^{-1} : \text{Im}f \rightarrow D_f$ .