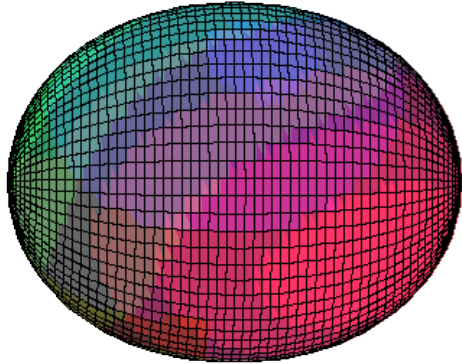


JEDNOČESTIČNI MODEL LJUSAKA ZA DEFORMIRANE JEZGRE



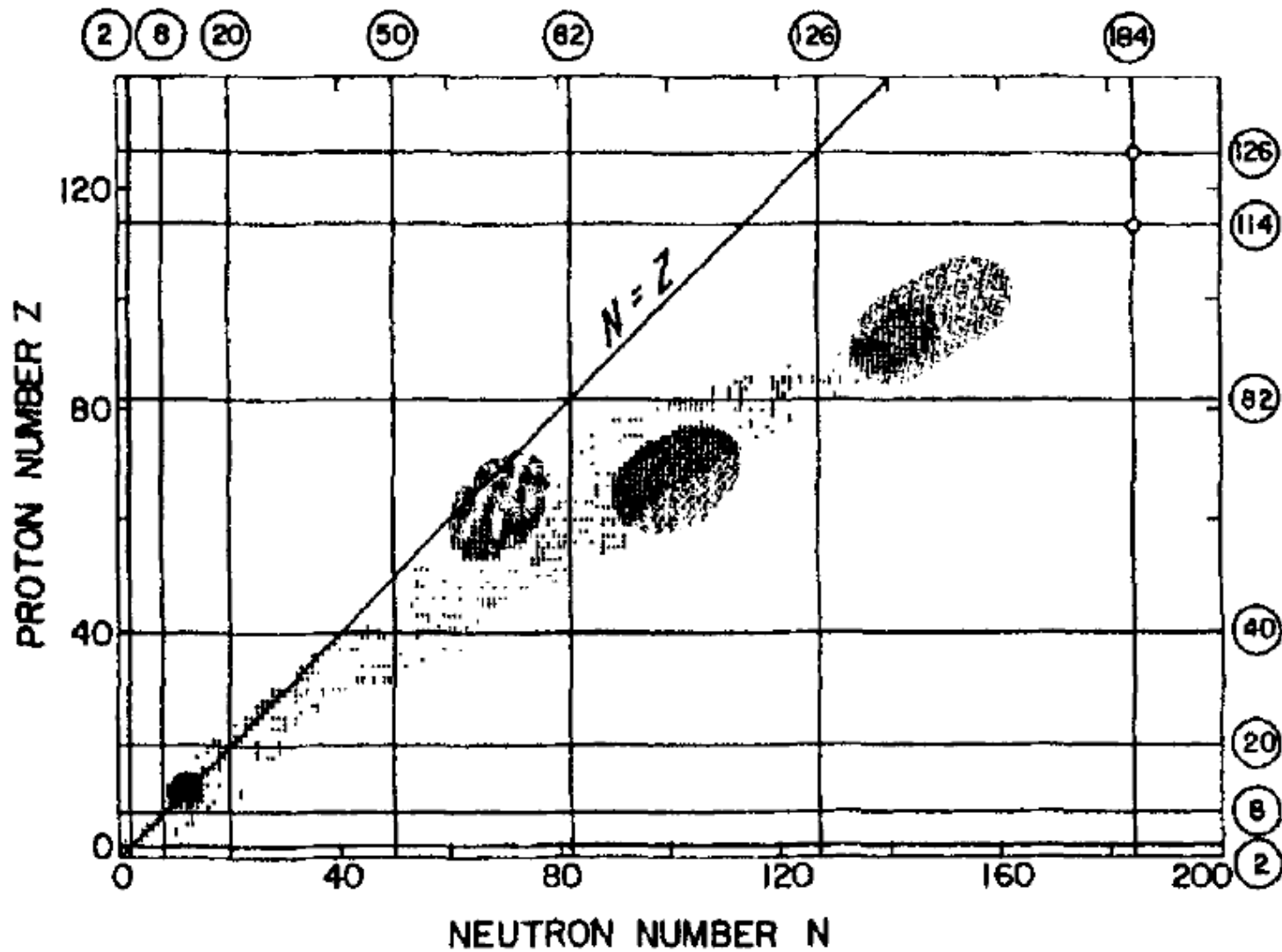
Osnovna pretpostavka modela ljusaka i svih mikroskopskih modela jezgre je koncept gotovo nezavisnog gibanja nukleona u srednjem efektivnom potencijalu.

U najjednostavnijem slučaju potencijalna jama je sferno-simetrična. To je strogo ispunjeno samo za jezgre s punim ljuskama (ili približno oko punih ljusaka).

Kada su sva jednočestična stanja pojedine ljuske popunjena, ukupna projekcija spina duž osi kvantizacije $M=0$. U tom slučaju je jezgra invarijantna na rotaciju koordinatnog sustava, dakle, sferičnog je oblika. To nije slučaj kod jezgre s djelomično popunjenom ljuskom → deformacija

Svojstvena stanja Hamiltonijana za sferični model ljusaka određena su kvantnim brojevima N, l, j, m , koji ostaju dobri kvantni brojevi za deformirane jezgre samo u slučaju malih deformacija.

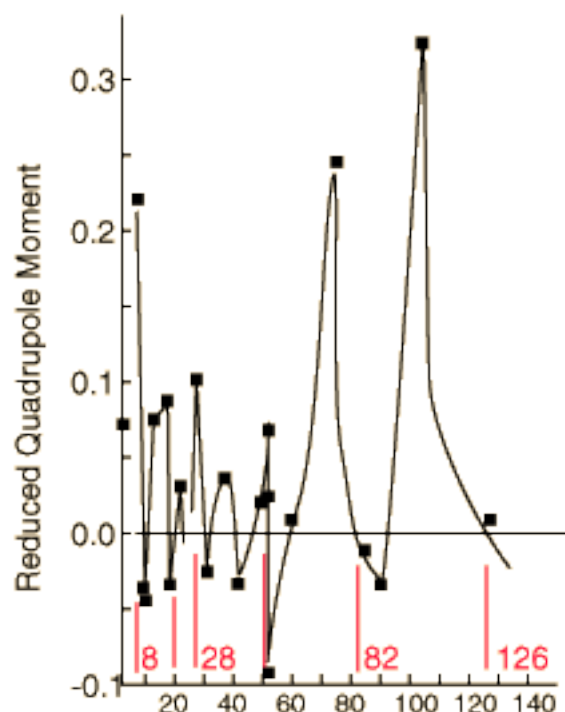
Područja deformacije u mapi nuklida nalaze se između zatvorenih ljusaka, posebice područja $150 \leq A \leq 190$ i $A > 230$.



Za jezgre u kojima je i broj protona i broj neutrona daleko od punih ljusaka, mjerena svojstva osnovnih i pobuđenih stanja ukazuju na deformaciju jednočestičnog potencijala.

EKSPERIMENTALNE EVIDENCIJE:

1) KVADRUPOLNI MOMENTI: izmjereni preko različitih područja masa.



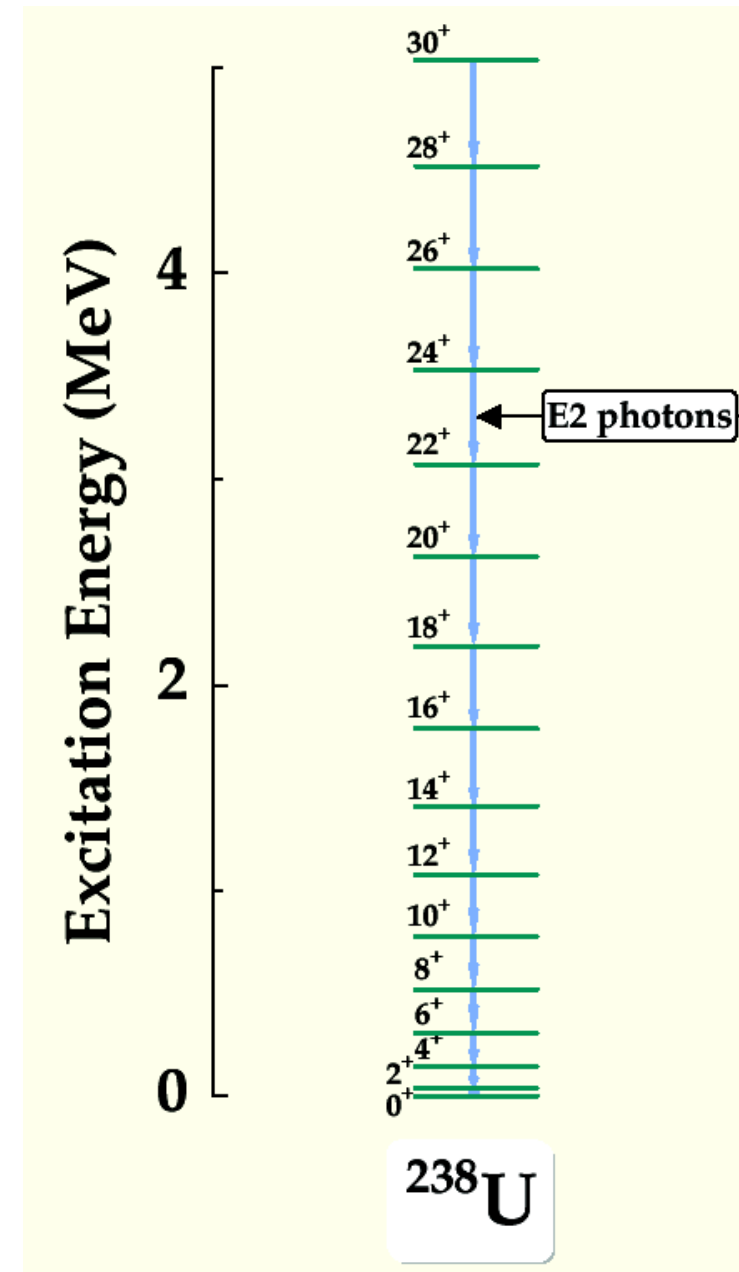
Sferno-simetrični jednočestični potencijal ne može objasniti postojanje velikih kvadrupolnih momenata. Iz mjerenih spektroskopskih vrijednosti moguće je izračunati intrinzične kvadrupolne momente i pripadne parametre deformacije.

Većina deformiranih jezgara su **dvoosni elipsoidi** pozitivne deformacije (oblik masline). Tek pojedine jezgre mogle bi biti troosni elipsoidi.

2) **ROTACIONE VRPCE:** U područjima mase $A \approx 80$, $150 < A < 190$ i $A > 220$ u spektrima pobuđenih stanja pojavljuju se izražene rotacione vrpce. Energija pobuđenja u tim vrpceama:

$$E_J \sim J(J + 1)$$

Kolektivne rotacione vrpce ukazuju na stabilnu deformaciju jezgre.



3) Velike vrijednosti reduciranih vjerojatnosti prijelaza za kvadrupolne električne prijelaze

B(E2) vrijednosti su u slučajevima grupe deformiranih jezgara veće za više od dva reda veličine od jednočestičnih reduciranih vjerojatnosti prijelaza.

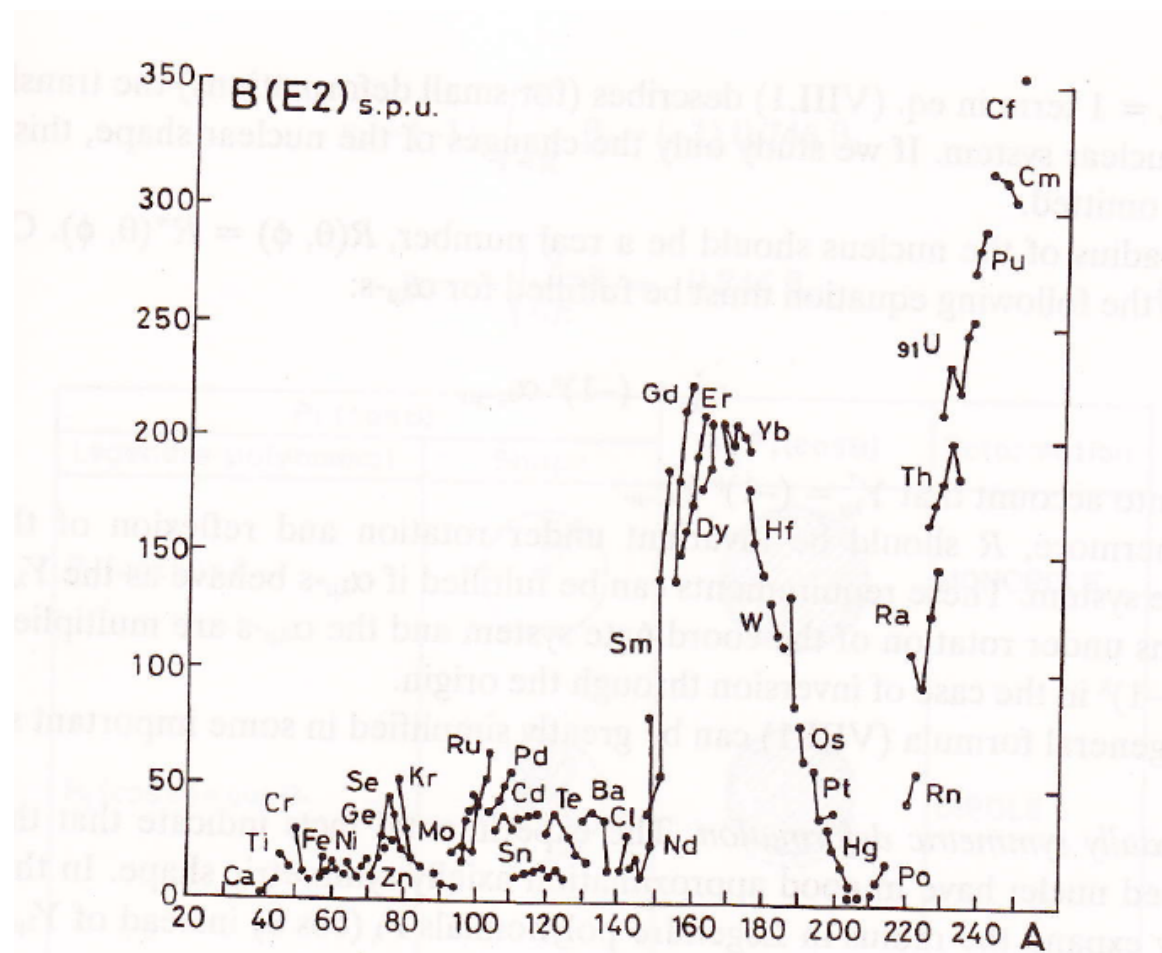
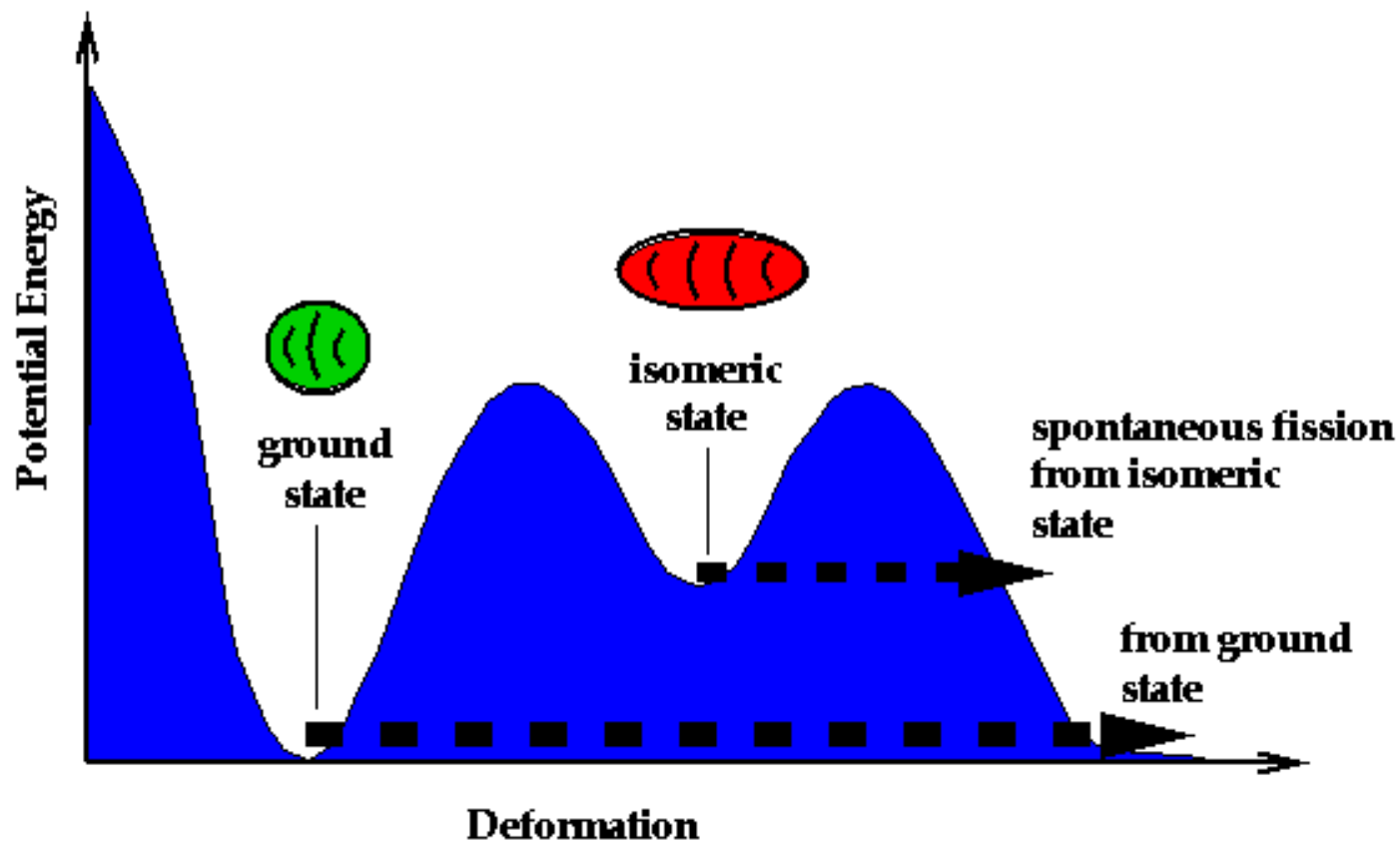


Fig. VIII. 1. Reduced $B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ transition probabilities in even-even nuclei (in single particle units). Based on [Soloviev 1981].

4) **FISIONI IZOMERI**: u nekim od najtežih jezgara opažena su stanja ekstremno dugih poluživota $T_{1/2} \approx 1$ msek, s jako velikim vrijednostima deformacije. Na tim su stanjima izmjerene rotacione vrpce i određeni momenti inercije.



OPĆENITI DEFORMIRANI POTENCIAL

Iz prethodno navedenih eksperimentalnih evidencija o deformaciji jezgre može se zaključiti da je potreban deformirani srednji nuklearni potencijal.

Zbog kratkog doseg nuklearne interakcije (≈ 1 fm) u usporedbi s dimenzijama jezgre, oblik potencijala slijedit će raspodjelu nukleona u jezgri.

Analogno sferičnom slučaju, uvodi se jednočestični Woods-Saxon deformirani potencijal:

$$V(r, \theta, \phi) = -V_0 \left[1 + \exp \left(\frac{r - R(\theta, \phi)}{a(\theta, \phi)} \right) \right]^{-1}$$

$a(\theta, \phi)$ opisuje difuznost površine, ovisi o kutevima.

Woods-Saxon potencijal nema analitička rješenja. Kao prvu aproksimaciju, potencijal aproksimiramo deformiranim harmoničkim oscilatorom.

ANIZOTROPNI HARMONIČKI OSCILATOR

$$h_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \frac{m}{2}(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2)$$

FREKVENCije: $\omega_k = \bar{\omega}_0 \frac{R_0}{a_k} \quad (k \equiv x, y, z)$

←
poluosi elipsoida

Nuklearna materija ima jako visok koeficijent nestlačivosti => konstantan volumen na svim vrijednostima deformacije:

$$V = \frac{4}{3}\pi a_x a_y a_z \qquad V = \frac{4}{3}\pi R_0^3$$

←
polumjer sferične jezgre
jednagog volumena

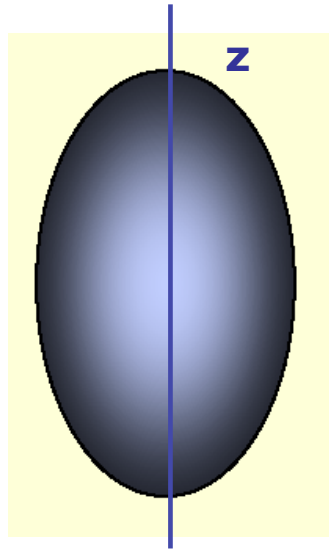
→ $\omega_x \omega_y \omega_z = \text{const.} = \bar{\omega}_0^3$

Svojstveni vektori određeni su kvantnim brojevima: n_x, n_y, n_z

Svojstvene vrijednosti:

$$\epsilon_0(n_x, n_y, n_z) = \hbar\omega_x(n_x + \frac{1}{2}) + \hbar\omega_y(n_y + \frac{1}{2}) + \hbar\omega_z(n_z + \frac{1}{2})$$

AKSIJALNA SIMETRIJA: izabiremo z-os kao os simetrije i uvodimo parametar deformacije δ definiran na slijedeći način:



$$\omega_z = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{4}{3}\delta} = \bar{\omega} \left(1 - \frac{2}{3}\delta\right)$$

$$\omega_{\perp} = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{2}{3}\delta} = \bar{\omega} \left(1 + \frac{1}{3}\delta\right)$$

$$\bar{\omega} = \frac{1}{3}(\omega_x + \omega_y + \omega_z) = \frac{1}{3}(2\omega_{\perp} + \omega_z) \approx \omega_0$$

$$a_x = a_y \neq a_z \quad \delta = \frac{\omega_{\perp} - \omega_z}{\bar{\omega}}$$

S.G. Nilsson -oscilatorska duljina kao funkcija deformacije:

$$b(\delta) = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_0(\delta)}}$$

-bezdimenionalne koordinate $\vec{r}' = \frac{\vec{r}}{b}$

$$\Rightarrow h_0(\delta) = \hbar\omega_0(\delta) \left[-\frac{1}{2}\nabla'^2 + \frac{1}{2}r'^2 - \frac{1}{3}\sqrt{\frac{16\pi}{5}}\delta r'^2 Y_{20}(\theta', \phi') \right]$$

sferični izotropni oscilator + kvadrupolna deformacija

CILINDRIČNE KOORDINATE: svojstveni vektori hamiltonijana anizotropnog harmoničkog oscilatora (aksijalna simetrija) određeni su kvantnim brojevima:

$$n_z, n_\rho, m_l$$

projekcija orbitalnog ang.
momenta na os simetrije

Glavni oscilatorski kvantni broj:

$$N = n_z + 2n_\rho + m_l = n_x + n_y + n_z$$

Svojstvene vrijednosti:

$$\begin{aligned}\epsilon_0(n_z, n_\rho, m_l) &= \hbar\omega_z\left(n_z + \frac{1}{2}\right) + \hbar\omega_\perp(n_x + n_y + 1) \\ &= \hbar\omega_z\left(n_z + \frac{1}{2}\right) + \hbar\omega_\perp(2n_\rho + m_l + 1) \\ &\approx \hbar\bar{\omega}_0 \left[\left(N + \frac{3}{2}\right) + \delta\left(\frac{N}{3} - n_z\right) \right]\end{aligned}$$

Aksijalna simetrija => projekcije angularnih momenata na os simetrije su dobri kvantni brojevi. Projekcija ukupnog angularnog momenta:

$$\Omega = m_l + m_s = m_l \pm \frac{1}{2}$$

Svojstvena stanja hamiltonijana anizotropnog harmoničkog oscilatora s aksijalnom simetrijom određena su skupom **NILSSONOVIH KVANTNIH BROJEVA**

$$\Omega \pi [N n_z m_l]$$

$$\text{Paritet: } \pi = (-1)^l = (-1)^N$$

PRIMJER: N=3

$$N = n_z + 2n_\rho + m_l$$

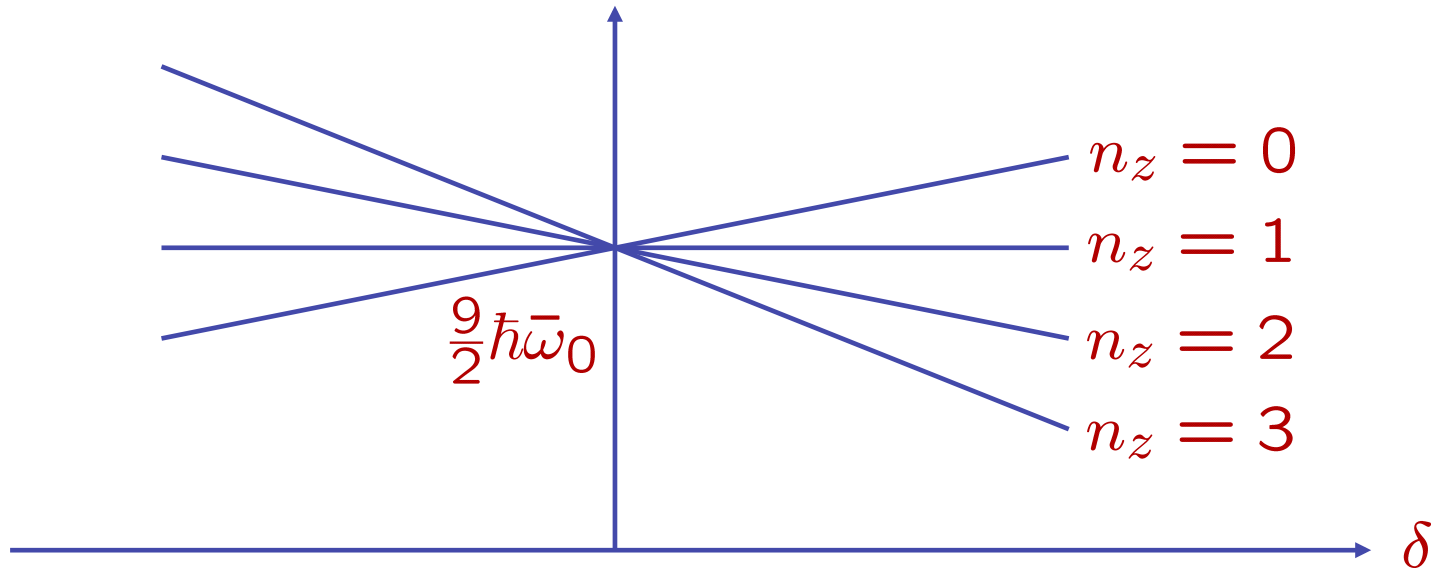
n_z	m_l	n_ρ	2Ω	DEG.
0	1	1	1, 3	2
	3	0	5, 7	2
1	0	1	1	1
	2	0	3, 5	2
2	1	0	1, 3	2
3	0	0	1	1

Degeneracija ljuske N:

$$\frac{1}{2}(N+1)(N+2)$$

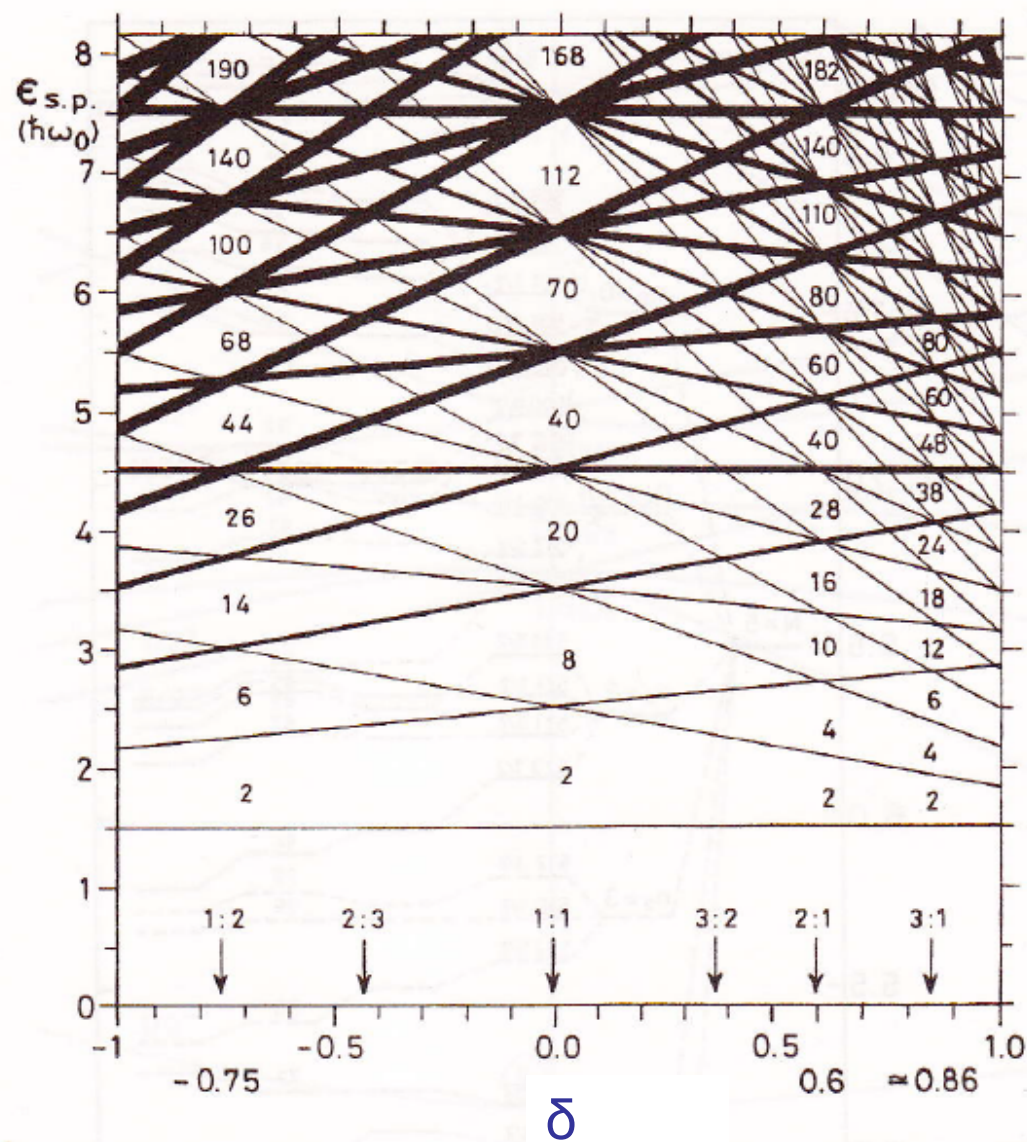
Degenerirana stanja $\pm\Omega$

$$\epsilon_0^{N=3}(n_z, n_\rho, m_l) \approx \frac{9}{2}\hbar\bar{\omega}_0 + \hbar\bar{\omega}_0\delta(1 - n_z)$$



Za male deformacije (članovi linearni u δ) stanja različitih n_z rascijepljena su proporcionalno δ .

Jednočestična stanja za harmonički oscilator sa aksijalnom simetrijom kao funkcija parametra deformacije. Naznačeni su magični brojevi dobiveni za različite deformacije.



NILSSONOV HAMILTONIJAN:

- 1) U jednočestični potencijal anizotropnog harmoničkog oscilatora treba dodati spin-orbit član da bi se reproducirali magični brojevi.
- 2) Za teške jezgre srednji jednočestični potencijal manje je zakrivljen nego potencijal harmoničkog oscilatora. Nukleoni u stanjima većih angularnih momenata osjećaju dublji potencijal nego u slučaju harmoničkog oscilatora. Treba dodati odgovarajući član koji spušta stanja većeg angularnog momenta.

$$\begin{aligned}h &= -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \frac{m}{2}\omega_{\perp}^2(x^2 + y^2) + \frac{m}{2}\omega_z^2 z^2 + C\vec{l} \cdot \vec{s} + D\vec{l}^2 \\&= \hbar\omega_0(\delta) \left(-\frac{1}{2}\nabla'^2 + \frac{1}{2}r'^2 - \beta r'^2 Y_{20} \right) - \kappa\hbar\bar{\omega}_0(2\vec{l} \cdot \vec{s} + \mu\vec{l}^2) \\C &= -2\kappa\hbar\bar{\omega}_0 \quad D = -\kappa\mu\hbar\bar{\omega}_0 \quad \beta = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{16\pi}{5}}\delta + \dots\end{aligned}$$

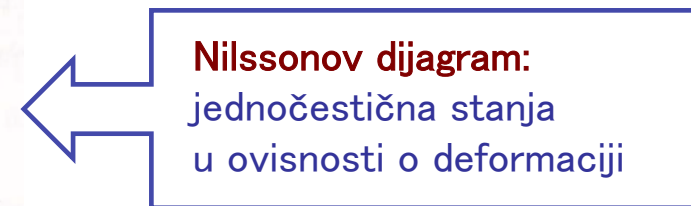
- 1) Članovi hamiltonijana $\vec{l} \cdot \vec{s}$, $\vec{l}^2$ nisu dijagonalni u bazi: (n_z, n_{ρ}, m_l)

Jedini kvantni brojevi koji su sačuvani i koji određuju svojstvene vektore Nilsson hamiltonijana:

$$\pi, \Omega$$

- 2) Za velike deformacije, članovi $\vec{l} \cdot \vec{s}$, $\vec{l}^2$ mogu se zanemariti u usporedbi s

βY_{20} U ovoj granici kvantni brojevi anizotropnog harmoničkog oscilatora postaju dobri kvantni brojevi => **ASIMPOTSKI KVANTNI BROJEVI**



Ljuska koja je za deformaciju $\beta=0$ određena ukupnim angularnim momentom $\mathbf{j}$, za $\beta \neq 0$ rascjepi se u $(2\mathbf{j}+1)$ dvostruko degeneriranih stanja $\pm\Omega$. Utjecaj kvadrupolnog polja $\beta Y_{20} \Rightarrow$ stanja s manjim vrijednostima Ω niža su u energiji za pozitivne deformacije, a rastu za negativne deformacije.

