

NAZIV KOLEGIJA: Praktikum fizike čvrstog stanja

NAZIV DIPLOMSKOG STUDIJA: Magistar fizike

GODINA STUDIJA: V. Godina

SEMESTAR STUDIJA: IX. semestar

CILJ KOLEGIJA:

Podučavanje u eksperimentalnim tehnikama i metodama u fizici čvrstog stanja kroz laboratorijske vježbe za studente.

NASTAVNI SADRŽAJI

Studenti vrše mjerenja iz aktualne znanstvene problematike iz područja eksperimentalne fizike čvrstog stanja na Fizičkom odsjeku.

Popis eksperimenata:

1. Vodljivost poluvodiča,
2. Hallov efekt,
3. Magnetootpor,
4. Peltierova toplinska pumpa,
5. Seebeckov efekt,
6. Difrakcija elektrona.

OBAVEZE STUDENATA TOKOM NASTAVE I NAČINI NJIHOVA IZVRŠAVANJA

Studenti trebaju napraviti mjerenja, izraditi analizu mjerenih rezultata u eksperimentu, napisati izvještaj za svaki eksperiment u formi znanstvenog rada i prezentirati rezultate jednog eksperimenta u vremenu 15 minuta prezentacije rezultata mjerenja i 10 minuta diskusije rezultata mjerenja.

UVJETI ZA POTPIS

Studenti trebaju napraviti mjerenja, izraditi analizu mjerenih rezultata u eksperimentu, napisati izvještaj za svaki eksperiment u formi znanstvenog rada.

NAČIN POLAGANJA ISPITA

Prezentacija rezultata jednog eksperimenta u vremenu 15 minuta pred ostalim studentima. Diskusija prezentiranih rezultata mjerenja.

OBAVEZNA LITERATURA

Nastavni tekst (Interna skripta) objavljena na web stranici Fizičkog odsjeka.

DOPUNSKA LITERATURA

C. Kittel, Introduction to Solid State Physics, John Wiley & Sons, 1971., New York.

V. Šips, Uvod u fiziku čvrstog stanja, Školska knjiga, Zagreb, 1991.

# ELEKTRIČNA VODLJIVOST POLUVODIČA

## UVOD

Znamo da se kristali različito ponašaju u vanjskom električnom polju. Dok su metali dobri vodiči električne struje, u izolatorima se svojstvo električne vodljivosti gotovo uopće ne primjećuje. Osim toga, promjene temperature različito utječu na električna svojstva metala, poluvodiča i izolatora. Dok se s porastom temperature u metalima električna vodljivost u većini slučajeva smanjuje u poluvodičima i izolatorima ona se povećava. Možemo reći da su poluvodiči materijali koji po svojim električnim svojstvima leže između vodiča i izolatora, ali to osnovno svojstvo, po kojem su dobili ime, ne određuje u cijelosti tu grupu materijala. Tako npr. unutar granica vodljivost poluvodiča postoje i ionski vodiči, razni elektroliti itd. S druge strane neki intermetalni spojevi koji bi po podrijetku i po iznosu električne vodljivosti na sobnoj temperaturi pripadali u vodiče, po karakteristikama pripadaju u poluvodiče; također i neki elementi (Silicij, Telur) koji po dijelu svojih svojstava pripadaju grupi metala, a to su vodiči, po karakteru vodljivosti pripadaju poluvodičima.

Klasična teorija nije uspjela objasniti razliku između metala, poluvodiča i izolatora brojem elektrona s energijom većom od potencijalne barijere koja razdvaja područja susjednih atoma jer elektroni mogu tunelirati između susjednih atoma pa su u kvantnoj teoriji električna svojstva kristala objašnjena postojanjem energetskih vrpca. Razlike su između električnog vodiča, poluvodiča i nevodiča (izolatora) u tome što je u poluvodiču ograničen broj mogućih stanja gibanja elektrona, kao što je to slučaj za elektrone u atomu. Elektroni atoma mogu imati slijed potpuno određenih vrijednosti energija prema kvantnim zakonima, i ne mogu poprimiti druge vrijednosti energija. Ujedinimo li atome u kristal, po Paulijevom principu dva elektrona u jednom kristalu ne mogu imati isto stanje. Tako osnovno stanje energije  $E_0$  izoliranog atoma degenerira u dvoatomskoj molekuli u dva podnivoa energije, a u kristalu u pojas energije s brojem podnivoa koji je jednak broju atoma u kristalu. Isto važi za pobuđene nivoe energija  $E_1$  i  $E_2$  u izoliranom atomu koji u kristalu prelazi u pobuđeni ili vodljivi pojas energije.

Na temperaturi apsolutne nule elektroni u kristalu zauzimaju redom najniža energetska kvantna stanja poštujući Paulijev princip. Određen broj najnižih energetskih vrpca potpuno je popunjen, dok najviša zauzeta vrpca može biti djelomično popunjena. U kristalima s djelomično popunjenom valetnom vrpcom male količine energije koju dobije elektron djelovanjem električnog polja uzrokuju protjecanje električne struje pa kažemo da su kristali s djelomično popunjenom valetnom vrpcom dobri vodiči struje.

Potpuno drugačije ponašanje imamo kod kristala s potpuno popunjenom valetnom vrpcom, u tom slučaju vanjsko električno polje ne izaziva promjene u gibanju elektrona jer vrpca nema slobodnih stanja. Pri tome važnu ulogu ima širina energetskog procjepa između valetne i vodljive vrpce. Za izolatore ona je veličine reda od 5 eV do 10 eV.

Zagrijavanjem kristala termička energija koju primaju elektroni na vrhu valetne vrpce može postati dovoljna da njih prebaci u vodljivu vrpcu. Prelazi elektrona događati će se ako širina energijskog procijepa nije prevelika. Koncentracija efektivnih elektrona koji pod djelovanjem električnog polja sudjeluju u prijenosu električnog naboja znatno je manja nego u metalima, pa se ti kristali nazivaju poluvodičima. Tipični poluvodiči su germanij i silicij, sa širinom energetskog procijepa 0,8 eV odnosno 1,2 eV. Čisti uzorci germanija i silicija na apsolutnoj nuli ponašaju se kao izolatori dok na višim temperaturama pokazuju sposobnost električne vodljivosti.

Dodavanjem čistom poluvodiču primjesa stvaraju se nepravilnosti u periodičnosti potencijalne energije pa i na niskim temperaturama poluvodiči mogu prenositi električni naboj. Na taj način stvaraju se lokalizirani energetski nivoi u području zabranjenog energijskog procjepa između valetne i vodljive vrpce. Dok elektroni valentne vrpce ne mogu dosegnuti vodljivu vrpcu jer im je energija na sobnoj temperaturi preniska, to mogu postići elektroni lokaliziranog nivoa koji se nalazi pri vrhu zabranjenog energetskog procjepa. Ovi lokalizirani nivoi nazivaju se donorski nivoi, jer daju suvišni elektron u vodljivu vrpcu koja je normalno prazna. Takvi poluvodiči mogu voditi struju pod utjecajem električnog polja zahvaljujući vodljivost donorskih elektrona pa kaženo da imamo vodljivost n-tipa. Ako se pak lokalizirani nivoi nalaze pri dnu zabranjenog procjepa, nazivaju se akceptorski nivoi, jer primaju jedan elektron iz valentne vrpce, ukojoj ostaje šupljina odnosno manjak elektrona. Budući da tako valentna vrpca postaje nepopunjena, takav poluvodič može voditi struju u vanjskom električnom polju. Može se reći da struja potječe od tih šupljina sa po jednim pozitivnim nabojem i da poluvodič ima vodljivost pomoću šupljina ili vodljivost p-tipa. Dakle kod poluvodiča postoje dvije vrste nosilaca naboja: negativni elektroni i pozitivne šupljine koje se u električnom polju gibaju u protivnim smjerovima. Kod n-tipa poluvodiča veća je vodljivost elektrona, a kod p-tipa veća je vodljivost šupljina.

Kristale dijelimo dakle na metale, poluvodiče i izolatore ovisno o električnim osobinama. Na sobnim temperaturama tipične vrijednosti koeficijenta električne vodljivosti u metalima su  $10^7 (\Omega\text{m})^{-1}$ , u poluvodičima  $10^{-5} (\Omega\text{m})^{-1}$  do  $10^2 (\Omega\text{m})^{-1}$ , a u izolatorima su manje od  $10^{-5} (\Omega\text{m})^{-1}$ .

Električna vodljivost poluvodiča povećava se s povišenjem temperature i približno je eksponencijalna funkcija temperature:

$$\sigma \approx e^{-\frac{E_A}{k_B T}}$$

Veličina  $E_A$  određuje energiju koju treba dovesti nosiocu naboja da bismo ga doveli u pobuđeno stanje i naziva se energija aktivacije,  $k_B$  je Boltzmannova konstanta, a  $T$  označava temperaturu. Nasuprot metalima u kojima se povišenjem temperature vodljivost smanjuje u poluvodičima se električna vodljivost povećava.

Možemo reći da je osnovna karakteristika poluvodiča visok stupanj osjetljivosti na vanjske uvjete. Promjene temperature, tlaka, stavljanje uzorka poluvodiča u vanjsko električno polje, dodavanje primjesa itd. može bitno promijeniti vodljivost poluvodiča.

Posebne skupine poluvodiča čine materijali kojima otpor ima izrazitu temperaturnu zavisnost. Prvu skupinu čine različiti oksidi i sulfidi: uran-oksidi, bakar-oksidi, srebro sulfid i dr., a drugu skupinu čine karbidi s dodatcima gline i grafita (silicijev karbid). Izrađuju se u obliku štapova, pločica, cijevi različiti veličina i vodljivosti, te su naročito važni u pojedinim područjima elektrotehnike.

Bakar(I)-oksidi, selen, kadmij-sulfid, bizmut-sulfid i još neki materijali imaju osobito izraženu zavisnost vodljivosti od djelovanja svjetlosne energije, pa se primjenjuju za izvedbu fotočlanaka i fotootpornika. Ove naprave imaju široku primjenu u regulacijskoj tehnici i brojnim signalno-sigurnosnim uređajima.

Razvoj ispitivanja i primjene poluvodiča obično se dijeli na četiri razdoblja. U prvom do 1931, upotrebljavani su samo neki poluvodiči kao suhi ispravljajući. Drugo razdoblje (1931.-1939.) karakterizirano je razvojem teorije čvrstog stanja i primjene kvantne mehanike za objašnjenje svojstava poluvodiča što je omogućilo utvrđivanje preciznih granica između vodiča, poluvodiča i izolatora. treće razdoblje vezano je uz napore u II. svjetskom ratu da se konstruira radar. Vakumske diode nisu prikladne za konstrukciju detektora centimetarskih radiovalova, pa se intenzivno istraživalo na novim suhim ispravljajima, tj. poluvodičkim diodama. Četvrto razdoblje koje počinje od 1948. pa do danas, kada je ispitivanje kristala germanija s pomoću dva metalna šiljka dovelo do otkrića tranzistora. To otkriće konačno je nedvojbeno pokazalo velike mogućnosti primjene poluvodiča u znanosti i tehnici i uvjetovalo brzi razvoj njihova ispitivanja i primjene. Moderna velika elektronička računala ne bi na klasičan način bila ostvariva, ne samo zbog glomaznosti nego i zbog sporosti. Konstruiran je niz elemenata kao zamjena za cijevi (razni tranzistori) ili čitavi sklopovi (integrirani krugovi) kao i niz elemenata koji u klasičnoj elektroničkoj industriji nisu ni postojali (npr. fotodiode).

Kod nekih vrlo osjetljivih i preciznih mjernih instrumenata primjenjuju se poluvodički elementi sa izrazitim Hallovim efektom (E. H. Hall), posebno se to odnosi na razne tipove magnetometra.

## Teorijski dio

Električna vodljivost jedna je od najznačajnijih osobina metala i poluvodiča i posve je razumljivo da su prva teorijska istraživanja nastojala objasniti tu pojavu. Drude je 1900. godine primjenom modela idelnog elektronskog plina izveo Ohmov zakon koji povezuje gustoću struje,  $\mathbf{j}$ , s električnim poljem  $\mathbf{E}$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad (1)$$

gdje je faktor proporcionalnosti  $\sigma$ , električna vodljivost, određen izrazom

$$\sigma = \frac{Zn\tau e^2}{m} = ne\mu \quad (2)$$

gdje je  $\mu$  pokretljivost elektrona,  $Zn$  koncentracija elektrona,  $\tau$  relaksacijsko vrijeme,  $e$  naboj,  $m$  masa elektrona. U poluvodičima fizikalni uvjeti određuju ne samo pokretljivost nego i koncentraciju elektrona, pri čemu se koncentracija nosilaca naboja najčešće mijenja mnogo brže nego i koncentracija. treba istaknuti da razlikujemo ionske i elektronske poluvodiče. U ionskim poluvodičima nosioci naboja su ioni, a u elektronskim poluvodičima naboj prenose elektroni i šupljine. U ovome radu ograničiti ćemo se na elektronske poluvodiče.

Električnu vodljivost elektronskog poluvodiča u općenitom slučaju izražavamo relacijom:

$$\sigma = ne\mu_e + pe\mu_h \quad (3)$$

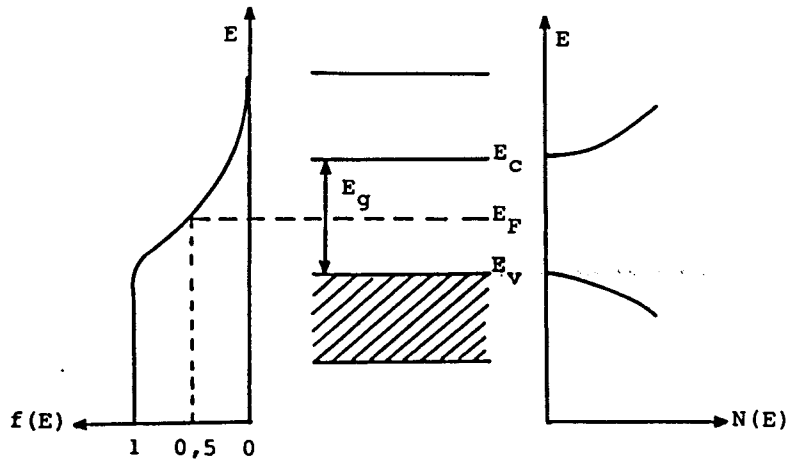
gdje su  $n$  i  $p$  koncentracije elektrona i šupljina,  $\mu_e$  i  $\mu_h$  njihove pokretljivosti, a  $e$  naboj elektrona. U pojedinim slučajevima relacija (3) dobiva jednostavniji oblik. Tako za intrinzični poluvodič, koji se definira jednakošću koncentracija  $n = p = n_i$ , ona prelazi u:

$$\sigma = n_i(e\mu_e + e\mu_h) \quad (4),$$

a za poluvodič n-tipa ( $n \gg p$ ) ili za poluvodič p-tipa ( $n \ll p$ ) u:

$$\sigma = ne\mu_e; \quad \sigma = pe\mu_h \quad (5).$$

Možemo pogledati o čemu sve ovise gore spomenute veličine. Kao ishodište uzet ćemo zonski model poluvodiča prikazan na slici 1. Na apsolutnoj nuli vodljiva vrpca je odvojena od valetne vrpce procjepom širine  $E_g$ . Unutar toga procjepa nalazi se Fermijev nivo  $E_F$  za koji Fermijeva funkcija, (6), poprima vrijednost  $\frac{1}{2}$ .



Slika 1. Zonski model poluvodiča

$$f_e(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/k_B T} + 1} \quad (6)$$

Od dna  $E_c$  vodljive vrpce elektronima stoji na raspolaganju niz kvantnih stanja čija gustoća raste kao korjenska funkcija energije:

$$N(E) = 2\pi(2m_e^*/h)^2 (E-E_c)^{1/2} \quad (7)$$

gdje je  $m_e^*$  efektivna masa elektrona. Slično je u valentnoj vrpci, počevši od vrha  $E_v$  te vrpce gustoća stanja raste također kao korjenska funkcija:

$$N(E) = 2\pi(2m_h^*/h)^2 (E_v-E)^{1/2} \quad (8)$$

gdje je  $m_h^*$  efektivna masa šupljina. Relacije (7) i (8) dovoljne su za izračunavanje koncentracija. Koncentraciju elektrona u vodljivoj vrpci dat će integral produkta  $N(E)f_c(E)dE$  od dna do vrha vrpce. Kako je vjerojatnost zaposjednuća viših nivoa vrpce mala, gornja granica integracije se može protegnuti do beskonačnosti. To daje:

$$n = 2 \int_{E_c}^{\infty} N(E)f_c(E)dE \quad (9)$$

Faktor 2 dolazi zbog spina. Račun provodimo za dva slučaja. U prvom slučaju  $(E_F - E_c)/k_B T < -1$ , što znači da se Fermijev nivo nalazi barem za  $k_B T$  ispod dna vodljive vrpce. Tada relacija (9) daje:

$$n = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}} \quad (10)$$

Poluvodič se u tom slučaju pokorava Boltzmannovoj statistici pa ga nazivamo nedegeneriranim poluvodičem.

U drugom slučaju vrijedi  $(E_F - E_c)/k_B T > 5$ . Da bi vrijedila aproksimacija, Fermijev nivo mora biti iznad dna vodljive vrpce za barem  $5 k_B T$ . Opća relacija tada daje:

$$n = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{2m_e^*}{h^2} \right)^{3/2} (E_F - E_c)^{3/2} \quad (11)$$

Može se primjetiti da koncentracija elektrona u tom slučaju ne ovisi o temperaturi. Poluvodič nazivamo degeneriranim.

Potpuno anologi postupak primjenjuje se i kod izračunavanja koncentracija šupljina. Slično relaciji (9) integrira se produkt gustoće stanja (8) i fermijeve funkcije:

$$f_h = 1 - f_e \quad (12)$$

od dna do vrha valentne vrpce. I ovdje donju granicu možemo protegnuti u beskonačnost. U prvom slučaju  $(E_v - E_F)/k_B T < -1$ , što znači da se Fermijev nivo nalazi barem za  $k_B T$  iznad vrha valentne vrpce. Tada je koncentracija šupljina dana:

$$p = N_v e^{-\frac{E_F - E_v}{k_B T}} \quad (13)$$

Poluvodič se u tom slučaju pokorava Boltzmannovoj statistici pa ga nazivamo nedegeneriranim poluvodičem.

U drugom slučaju vrijedi  $(E_v - E_F)/k_B T > 5$ . Da bi vrijedila aproksimacija, Fermijev nivo je duboko u valentnoj vrpci. Opća relacija tada daje:

$$p = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{2m_h^*}{h^2} \right)^{3/2} (E_v - E_F)^{3/2} \quad (14)$$

Može se primjetiti da koncentracija šupljina u tom slučaju ne ovisi o temperaturi. Poluvodič nazivamo degeneriranim.

Produkt koncentracije elektrona i koncentracije šupljina u nedegeneriranom poluvodiču ne ovisi od položaja Fermijevog nivoa:

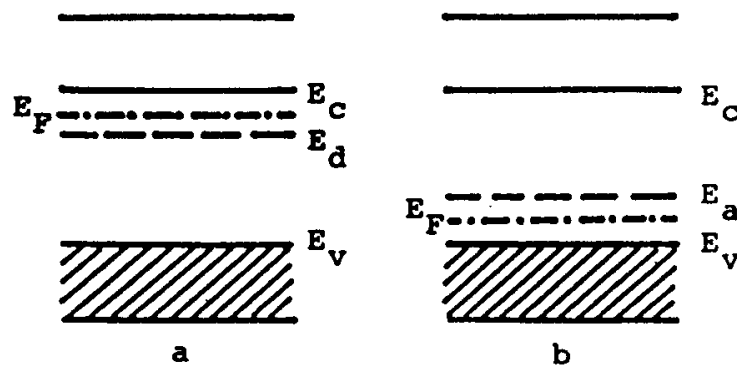
$$n \cdot p = N_c N_v e^{-\frac{E_c - E_v}{k_B T}} = N_c N_v e^{-\frac{E_g}{k_B T}} \quad (15)$$

U slučaju intrinzičnog poluvodiča imamo da je koncentracija elektrona jednaka koncentraciji šupljina  $n = p$ , dakle svakom elektronu u vodljivoj vrpci odgovara jedna šupljina u valentnoj vrpci. Intrinzični poluvodič karakterizira još i tzv. intrinzična koncentracija nosilaca naboja  $n_i = n = p$ , najlakše je dobiti pomoću relacije (15):

$$n_i = (n \cdot p)^{1/2} = (N_c N_v)^{1/2} e^{-\frac{E_c - E_v}{2k_B T}} = (N_c N_v)^{1/2} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}} \quad (16).$$

Vidi se da koncentracija nosilaca naboja raste približno eksponencijalno s temperaturom.

Pogledajmo slučaj dopiranog poluvodiča. U najjednostavnijem slučaju poluvodič n-tipa sadrži donore s relativno malom koncentracijom  $N_d$ , što znači da se u energetskom procjepu javlja diskretni donoski nivo udaljen za  $E_d$  od dna vodljive vrpce slika 2. U području niskih temperatura utjecaj pobuđenja elektrona iz valentne



Slika 2. Vrpčasti model dopiranog vodiča: n-tip (a), p-tip (b)

vrpce može se zanemariti. U vodljivu zonu preskaču samo elektroni s donorskog nivoa. U tom slučaju Fermijev nivo se nalazi približno na polovici razmaka između  $E_c$  i  $E_d$ . Obično je taj razmak veći od nekoliko  $k_B T$ , pa se može koristiti Boltzmannova statistika: koncentracija elektrona u vodljivoj vrpci dana je relacijom:

$$n = 2 \left( \frac{2\pi m_e^* k_B T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}} \quad (17)$$

Očito je da tu koncentraciju možemo izjednačiti u našem slučaju s koncentracijom  $N_d^+$  ionizirajućih donorskih atoma:

$$N_d^+ = N_d (1 - f(E_d)) \approx N_d e^{-\frac{E_F - E_d}{k_B T}} \quad (18)$$

Posljednje dvije relacije jednoznačno određuju položaj Fermijeveg nivoa:



$$E_F = \frac{E_d + E_c}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln \left( \frac{N_d h^3}{2(2\pi m_e^* k_B T)^{3/2}} \right) \quad (19)$$

Fermijev nivo se na apsolutnoj nuli nalazi točno na polovici udaljenosti između donorskog nivoa i dna vodljive vrpce. S povišenjem temperature on se udaljuje od vodljive vrpce prelazi  $E_d$  i teži prema sredini energetskog procjepa. Osim toga, vidi se da položaj Fermijevog nivoa ovisi o koncentraciji donorskih atoma.

Slične relacije možemo izvesti i za poluvodič p-tipa. U tom slučaju pretpostavljamo da je poluvodič dopiran akceptorskim atomima s koncentracijom  $N_a$ , što će izazvati pojavu akceptorskog nivoa  $E_a$  unutar energijskog procjepa slika 2.

Pokretljivost elektrona i njena ovisnost o temperaturi direktno je određena relaksacijskim vremenom  $\tau$ , a preko njega mehanizmom raspršenja elektrona. Razlikujemo: raspršenje na rešetkinim vibracijama, (fononsko raspršenje), te raspršenje na defektima rešetke, neutralnim i ioniziranim nečistoćama. Za fononsko raspršenje karakteristično je da je ono izotropno, da srednji slobodni put elektrona ne ovisi o njegovoj brzini pokretljivost elektrona dana je relacijom:

$$\mu_e = A T^{-3/2} \quad (20)$$

gdje je  $A$  konstanta ovisna o materijalu. Slično pokretljivost šupljina dana je relacijom:

$$\mu_h = B T^{-3/2} \quad (21)$$

gdje je  $B$  konstanta ovisna o materijalu. Obje relacije pokazuju da je pokretljivost nosilaca naboja u slučaju fononskog raspršenja slabo promjenljiva s temperaturom i padajuća. Ostale vrste raspršenja ispoljavaju se u normalnim okolnostima tek na vrlo niskim temperaturama kad prestaje dominacija fononskog raspršenja. Kao najznačajniji centri raspršenja javljaju se u tom slučaju ionizirani primjesni atomi, osobito ako je njihova koncentracija u uzorku poluvodiča visoka. Razmatranje relaksacijskog vremena  $\tau$  dovelo je Conwella i Weisskopfa do ovih rezultata:

$$\mu_e = C T^{-3/2} \quad ; \quad \mu_h = D T^{-3/2} \quad (22)$$

gdje su  $C$  i  $D$  konstante ovisne o materijalu. Relacije pokazuju da je pokretljivost nosilaca naboja u slučaju ovoga raspršenja također slabo promjenljiva s temperaturom, ali rastuća.

Za otpor  $R$  nekog materijala otpornosti  $\rho$ , konstantnog presjeka  $A$  i duljine  $l$  vrijedi jednadžba:

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad (23)$$

Otpornost materijala dana je sa:

$$\rho = \frac{1}{\sum_i n_i q_i \mu_i} \quad (24)$$

Gdje je  $n_i$  gustoća nosilaca naboja,  $q_i$  količina naboja jednog nosioca i  $\mu_i$  pokretljivost naboja  $i$ -te vrste. Termistor je poluvodič, stoga se u njemu naboj prenosi samo elektronima, koncentracije  $n$ , i šupljinama, koncentracije  $p$ . Uz to, termistor je intrinzični poluvodič, pa vrijedi  $n = p$ . Stoga jednačba (24) prelazi u:

$$\rho = \frac{1}{ne(\mu_e + \mu_h)} \quad (25)$$

Iz teorije vrpce i Fermi-Diracove statistike za koncentraciju elektrona u vodljivoj vrpce vrijedi jednačba:

$$n = 2 \left( \frac{2\pi k}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} (m_e^* m_h^*)^{\frac{3}{4}} T^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_G}{2kT}} \quad (26)$$

gdje je  $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$  Boltzmanova konstanta,  $T$  temperatura sistema,  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  Planckova konstanta,  $m_e^*$  efektivna masa elektrona,  $m_h^*$  efektivna masa šupljina, a  $E_G$  je energetska razlika između dna vodljive i vrha valentne vrpce. Iz teoretskih razmatranja Maxwell-Boltzmanove raspodjele brzina elektrona u vodljivoj vrpce za pokretljivost elektrona dolazi se do jednačbe:

$$\mu_e = \frac{2h^4 c}{3E_{Del}^2 (2\pi)^{\frac{7}{2}} m_e^{*\frac{5}{2}} T^{\frac{3}{2}}} \quad (27)$$

gdje je  $c = 9 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$ , a  $E_{Del}$  je pomak dna vodljive vrpce pri jediničnoj dilataciji. Ista jednačba vrijedi za pokretljivost šupljina uz zamjenu  $m_e^* \rightarrow m_h^*$ .

Čestim mjerenjima došlo se do zaključka da teorija jako dobro opisuje ponašanje gustoće nosilaca naboja  $n$  i  $p$ , dok ovisnost pokretljivosti elektrona  $\mu_e$  i šupljina  $\mu_h$  o temperaturi prati jednačbe:

$$\mu_e = CT^{-a} \quad \mu_h = BT^{-a} \quad (28)$$

gdje su  $C$  i  $B$  koeficijenti neovisni o temperaturi, a  $a$  je konstanta za koju vrijedi  $a \approx \frac{3}{2}$ .

Uvrštavanjem jednačbi (28), (26) i (25) u jednačbu (23) dobiva se:

$$R = \frac{l}{2eA} \left( \frac{2\pi k}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} (m_e^* m_h^*)^{\frac{3}{4}} (C + B) T^{a-\frac{3}{2}} e^{\frac{E_G}{2kT}} \quad (29)$$

Zbog  $a \approx \frac{3}{2}$  član  $T^{a-\frac{3}{2}}$  se može zanemariti. Stoga, promatrajući samo temperaturnu ovisnost otpora, dobiva se jednačba:

$$R = R_0 e^{\frac{E_G}{2kT}} \quad (30)$$

gdje je  $R_0$  koeficijent neovisan o temperaturi.

## **Eksperimentalni postav**

Mjerni instrument sastoji se od Wheatstonovog mosta i termostatske peći. Jedna grana Wheatstonovog mosta sastoji se od dva otpornika velikog otpora. Druga grana sastoji se od termistora i dekadskog otpornika koji može mijenjati otpor za  $1\Omega$ . Grane su povezane "Multiflex" galvanometrom koji očitava ravnotežu mosta. Most se napaja iz ispravljača velikog izlaznog otpora da struja kroz termistor bude što manja.

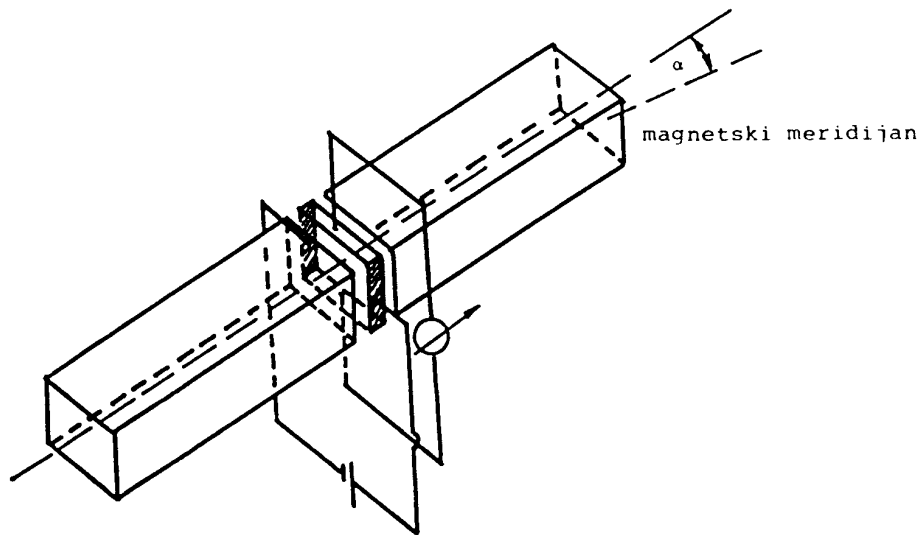
Termostatska peć kontrolira temperaturu sa kontaktnim termometrom. Taj je termometar napravljen tako da se u kapilari termometra nalazi platinasta žica. Duljina žica koja se nalazi u termometru regulira se vijkom. Kada platinasta žica nije uronjena u živu u kapilari termometra, grijači zagrijavaju peć. Zbog povećanja temperature podiže se živa u kapilari, te s vremenom dotakne platinastu žicu. Tada se zatvori se električni kontakt koji isključuje grijače. Važno je napomenuti da se temperature na termometru za regulaciju temperature i termometru koji mjeri temperaturu uzorka razlikuju, pa je uvijek potrebno očitati temperaturu sa termometra koji mjeri temperaturu uzorka.

# 1. HALLOV EFEKT

## 2. UVOD

Hallov efekt je otkriven još 1879. godine, ali dugo vremena nije imao većeg značenja u fizici sve do naglog razvoja poluvodiča kada se prišlo detaljnom proučavanju toga efekta. Hallova konstanta je jednostavnim zakonima vezana uz pokretljivost nosilaca naboja i njihovu koncentraciju u poluvodičima i metalima. Hallov efekt otkriven je prvo na metalima koji se odlikuje velikim koncentracijama nosilaca naboja i malom njihovom pokretljivošću, dakle, u uvjetima pod kojima je Hallov efekt jako mali. Poluvodiči posjeduju upravo suprotne karakteristike, relativno vrlo velike pokretljivosti i niske koncentracije nosilaca naboja. Hallov efekt kod poluvodiča zato je relativno vrlo velik i vrlo pristupačan za mjerenje i primjenu.

Kod nekih vrlo osjetljivih i preciznih mjernih instrumenata primjenjuju se poluvodički elementi sa izrazitim Hallovim efektom (E. H. Hall), posebno se to odnosi na razne tipove magnetometra i Hallov kompas slika 1.



Slika 1 Kompas na principu Hallovog efekta

Hallov kompas je u principu vrlo jednostavan uređaj. Između dva štapa od visoko permeabilnog materijala nalazi se uzorak poluvodiča sa strujnim i naponskim kontaktima na istom mjestu kao na slici 1. Ako uzorkom teče struja pojaviti će se Hallov napon koji mjerimo galvanometrom. Visina tog napona ovisi o položaju uzorka prema magnetskom meridianu. Napon je najviši kad je uzorak okomit na meridianu.

### 3. TEORIJSKI DIO

#### 3.1 Hallov efekt u metalima

Proučavanje Hallovog efekta u metalima je znatno jednostavnije, a rezultate možemo kasnije primjeniti i na poluvodiče.

Promotrimo gibanje elektrona u homogenom konstantnom električnom i magnetskom polju. Možemo uzeti da osim sile električnog i magnetskog polja djeluje i sila trenja. Za nju ćemo pretpostaviti da je proporcionalna umnošku mase i brzine elektrona. Tada je prema Newtonovu zakonu gibanja:

$$m \frac{d \vec{v}}{dt} = e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) - \gamma m \vec{v} \quad (3.1.1)$$

Da bismo odredili fizikalno značenje konstante  $\gamma$ , možemo zamisliti da smo u vrijeme  $t = 0$  isključili polje. Tada na elektron djeluje samo sila trenja i njegovo gibanje se prigušuje:

$$\frac{d \vec{v}}{dt} = -\gamma \vec{v} \quad (3.1.2)$$

nalazimo da je nakon isključivanja polja brzina elektrona:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}(0) e^{-\gamma t} \quad (3.1.3)$$

Konstanta  $\gamma$  određuje promjenu brzine. Što je  $\gamma$  manji, to će pad brzine prema nuli trajati dulje. Vrijeme nakon kojega se brzina smanji na e-ti dio početne vrijednosti brzine nazvati ćemo vremenom relaksacije i označiti ga sa  $\tau$ .  $\tau$  je dan relacijom:

$$\tau = \frac{1}{\gamma} \quad (3.1.4)$$

Zamislimo na trenutak da na elektron djeluje samo električno polje u smjeru x osi. Tada prema Newtonovu zakonu gibanja:

$$m \frac{v_x}{\tau} = e E_x \quad (3.1.5)$$

odnosno:

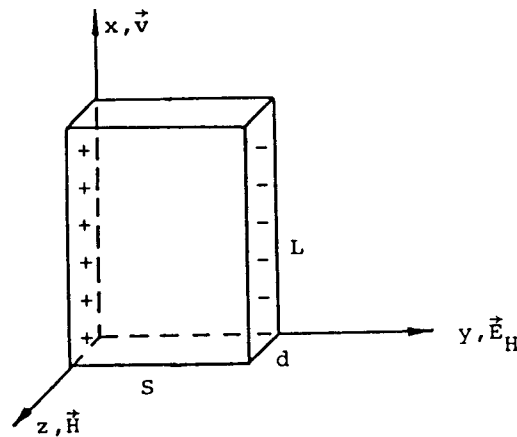
$$v_x = \frac{e\tau}{m} E_x \quad (3.1.6)$$

Brzina elektrona proporcionalna je intenzitetu električnog polja. Iznos faktora proporcionalnosti naziva se pokretljivost (mobilnost) elektrona:

$$\mu_e = \frac{e\tau}{m} \quad (3.1.7)$$

Pokretljivost smo definirali kao iznos brzine dobivene primjenom jediničnog električnog polja. Temperaturna ovisnost pokretljivosti razmatrana je u poglavlju električne vodljivosti.

Možemo sada promotriti uzorak u obliku pravokutnog paralelepipeda dužine  $L$ , širine  $s$  i debljine  $d$ , slika 3.1.1. Magnetsko polje neka djeluje u smjeru osi  $z$ , a električno polje  $E$  u smjeru  $x$  osi. Električno polje izaziva struju u uzorku u smjeru  $x$  osi pa su struja i magnetsko polje međusobno okomiti.



Slika 3.1.1 Uzorak metala ili poluvodiča u magnetskom i električnom polju

Pod takvim će uvjetima na elektrone u metalu, ako se oni gibaju brzinom  $\vec{v}$ , djelovati sila:

$$\vec{F}_M = e \vec{v} \times \vec{B} \quad (3.1.8)$$

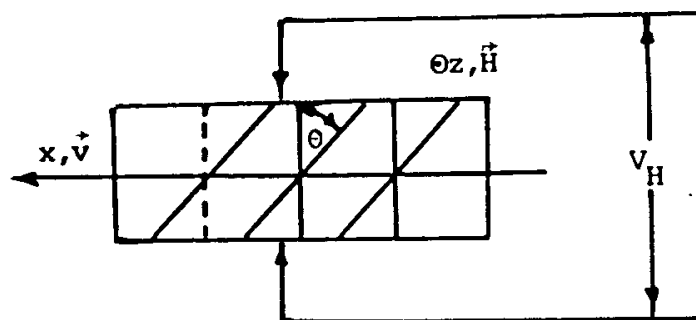
koja ima samo y-komponentu:

$$F_{My} = ev_x B \quad (3.1.9)$$

Zbog djelovanja te sile, elektroni će se otklanjati u smjeru ordinate, što će uzrokovati nagomilavanje negativnog naboja na desnoj površini uzorka. Tako stvoreni plošni naboj bit će nadalje uzrokom nastajanja električnog polja  $E_H$ , koje ima smjer ordinate, a zove se Hallovo polje, koje će na elektrone u gibanju djelovati silom :

$$F_E = eE_H \quad (3.1.10)$$

Proces nakupljanja naboja traje tako dugo, dok Hallovo polje ne počne djelovati na elektrone istom silom kao i magnetsko polje. Nakon postignute ravnoteže tih sila imamo i dalje tok elektrona u smjeru osi x, ali ekvipotencijalne plohe u uzorku nisu više okomite na smjer struje, već su prema starom položaju zakrenute za kut  $\theta$  ili tzv. Hallov kut, slika 3.1.2.



Slika 3.1.2. Djelovanjem magnetkog polja, ekvipotencijalne plohe zakreću se za Hallov kut

Prislonimo li na lijevu i desnu plohu uzorka dva metalna šiljka i mjerimo razliku potencijala između njih, dobit ćemo napon  $V_H$ , koji zovemo Hallovim naponom.

Polje  $E_H$  možemo pisati kao vektorski produkt:

$$\vec{E}_H = R_H \vec{i} \times \vec{B} \quad (3.1.11)$$

s konstantom proporcionalnosti  $R_H$ , bitnom za sva naša izlaganja, a koja se zove Hallova konstanta. Upravo opisana pojava nastajanja transferzalnog električnog polja  $E_H$ , odnosno napona  $V_H$  na uzorku u magnetskom polju naziva se Hallovim efektom. Ravnoteža sila na elektrone dozvoljava izjednačavanje relacija (3.1.9) i (3.1.10):

$$eE_H = ev_x B \quad (3.1.12)$$

Za Hallovo polje prema tome dobivamo:

$$E_H = v_x B \quad (3.1.13)$$

Ako upotrijebimo izraz za gustoću struje:

$$i = nev_x \quad (3.1.14)$$

možemo brzinu elektrona iz te relacije uvrstiti u (3.1.13) i usporedbom s relacijom (3.1.11) dobiti da je Hallova konstanta dana relacijom:

$$R_H = 1/ne \quad (3.1.15)$$

Poznavajući Hallovu konstantu možemo izračunati koncentraciju elektrona  $n$ . No to nije sve. Kombinacijom izraza (3.1.15) s poznatim izrazom za električnu vodljivost (2.2.5) dobivamo također važnu relaciju:

$$R_H \sigma = \mu_n \quad (3.1.16)$$

gdje je  $\mu_n$  pokretljivost elektrona. Možemo zaključiti da mjereći Hallovu konstantu i električnu vodljivost vodiča pomoću relacije (3.1.16) možemo izračunati  $\mu_n$  pokretljivost elektrona.

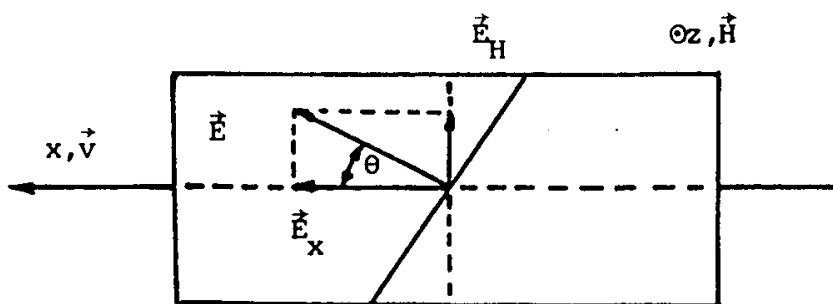
Pogledajmo još koliki je Hallov kut  $\theta$ . Nakon uključivanja magnetskog polja stvara se polje  $E_H$  koje zajedno s poljem  $E_x$  daje rezultantno polje  $E$  tj. stvarno električno polje koje djeluje na elektrone, slika 3.1.2. Kut između  $E$  polja i  $E_x$  polja je i kut starih i novih ekvipotencijalnih ploha, dakle Hallov kut. Pošto pretpostavljamo da je kut  $\theta$  malen, možemo pisati:

$$\operatorname{tg}\theta \approx \theta = E_H/E_x \quad (3.1.17)$$

Uvrštavanjem poznatih izraza za  $E_x$  i  $E_H$ , za Hallov kut dobivamo:

$$\theta = R_H \sigma B \quad (3.1.18)$$



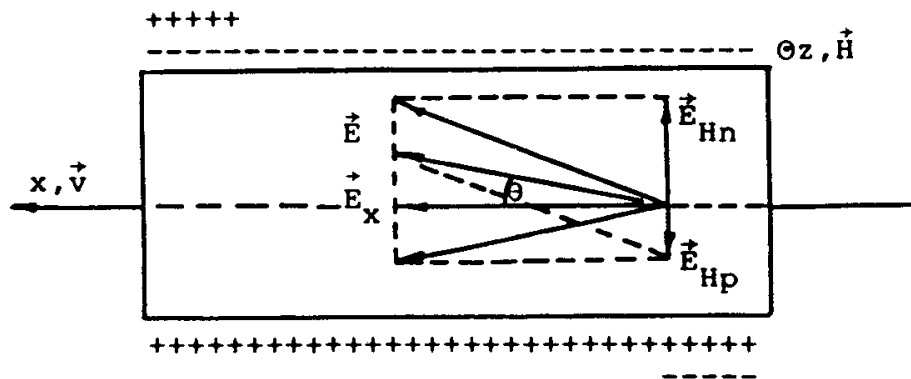


Slika 3.1.2. Vektorska slika električnih polja u uzorku metala pod djelovanjem magnetskog polja

Možemo primjetiti da je zakretanje ekvipotencijalnih ploha veće kod jačih magnetskih polja i u metalima s većom pokretljivošću elektrona. Budući je pokretljivost elektrona u metalima vrlo mala, Hallov kut je također malen čak i u slučaju jakih magnetskih polja. Hallov efekt u metalima se vrlo teško mjeri. Možemo zaključiti, da bi se na metalnom uzorku mogao mjeriti Hallov napon, moraju se upotrebiti vrlo jaka magnetska polja i jake struje kroz uzorak.

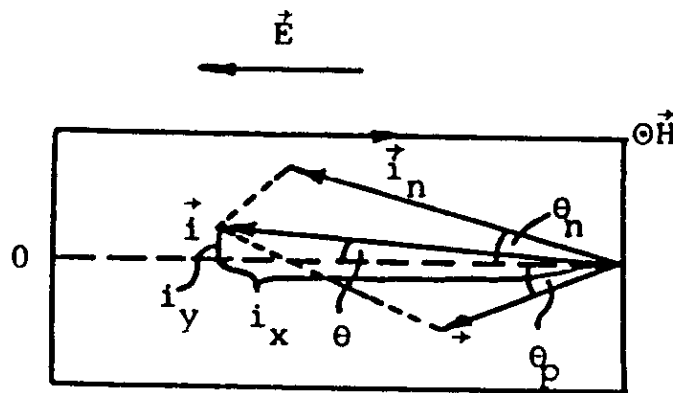
### 3.2 Hallov efekt u poluvodičima

Kao nosioci naboja u poluvodiču javljaju se elektroni i šupljine. U vanjskom električnom polju šupljine se gibaju u suprotnom smjeru od elektrona i nose pozitivni naboj, što znači da će magnetsko polje na njih djelovati silom u istom smjeru kao i silom na elektrone. Rezultat djelovanja polja na elektrone i šupljine bit će skupljanje negativnog naboja na desnoj površini uzorka, slika 3.1.1., ali i pozitivnog naboja na istoj površini. Za razliku od metala stvorit će se sada dva električna polja u smjeru osi y, ali suprotne orijentacije. Zbog nejednake koncentracije elektrona i šupljina u poluvodiču ta dva polja nisu jednaka i ne poništavaju se. Dobiva se kao i prije neko polje  $E_H$ . Imati ćemo i dva Hallova kuta. Jedan za elektrone drugi za šupljine. Pod tim uvjetima možemo izvesti opći izraz za Hallovu konstantu kod poluvodiča. Kad se uključi struja i magnetsko polje, u uzorku će nakon ravnoteže nastati situacija prikazana na slici 3.2.1. Kao i u poglavlju 3.1, u smjeru osi x imat ćemo električno polje  $E_x$ , koje potječe od napona uključenog na krajevima uzorka poluvodiča. U osi y nastaju dva Hallova polja:  $E_{Hn}$  od



Slika 3.2.1. Hallov efekt u n-tipu poluvodiča

površinske raspodjele elektrona i  $E_{Hp}$  od površinske raspodjele šupljina. Odabrat ćemo n-tip poluvodiča. Elektrona imamo znatno više nego šupljina pa je i električno polje  $E_{Hn}$  veće. Ukupno električno polje dobivamo vektorskim zbrojem sva tri polja. Kao što smo već rekli u poglavlju 3.1, smjer struje kroz kristal ne poklapa se sa smjerom ukupnog polja već je otklonjen za kut  $\theta$  od njega. Znamo da smjer ukupne struje leži longitudinalno i nema transverzalne komponente. Općeniti izraz za Hallovu konstantu izvest ćemo na osnovu vektorske slike gustoće struja. Cilj nam je izračunati kut  $\theta$  iz tog dijagrama i posredstvom relacije (3.1.17) dobiti Hallovu konstantu.



Slika 3.2.2. Vektorski prikaz gustoća struja.

Iz slike se može vidjeti da je:

$$\operatorname{tg}(-\theta) = i_y/i_x \quad (3.2.1)$$

Kut  $\theta$  je jako malen, pa možemo pisati:

$$\operatorname{tg}(-\theta) = -\theta \quad (3.2.2)$$

odakle je:

$$\theta = -i_y/i_x \quad (3.2.3)$$

Transverzalna komponenta gustoće struje je iz slike jednaka:

$$i_y = -i_n \sin\theta_n + i_p \sin\theta_p \quad (3.2.4)$$

Kao i prije primjenjujemo aproksimaciju malih kuteva:

$$i_y = -(i_n \theta_n + i_p \theta_p) \quad (3.2.5)$$

Uvrštavanjem poznatih relacija za gustoću struje i kut  $\theta$  dobivamo konačnu relaciju za tu komponentu struje:

$$i_y = -ne\mu_n^2 E_x B + pe\mu_p^2 E_x B \quad (3.2.6)$$

Longitudinalna komponenta  $i_x$ , u aproksimaciji malih kuteva, dana je relacijom:

$$i_x = i_n + i_p = (ne\mu_n + pe\mu_p)E_x \quad (3.2.7)$$

Podijelimo li relaciju (3.2.6) s relacijom (3.2.7), za Hallov kut dobivamo:

$$\theta = (-ne\mu_n^2 B + pe\mu_p^2 B)/(ne\mu_n + pe\mu_p) \quad (3.2.8)$$

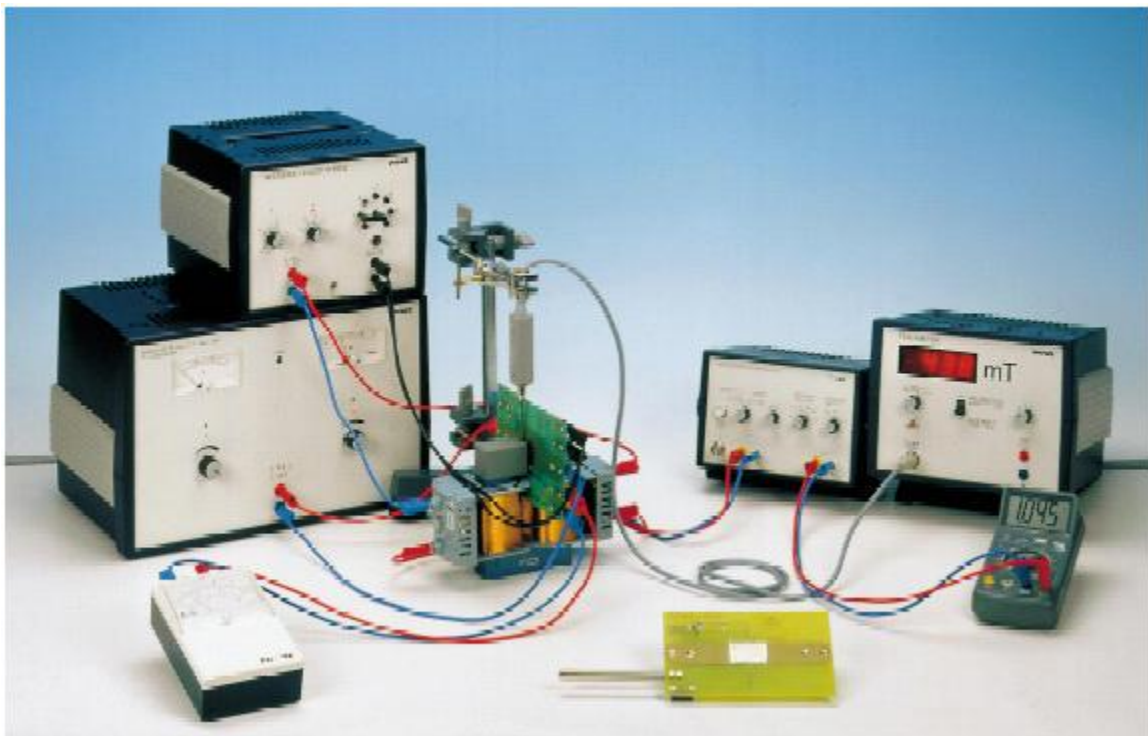
Podijelimo li kut  $\theta$  s produktom  $B\sigma$  dobivamo Hallovu konstantu:

$$R_H = -(n\mu_n^2 - p\mu_p^2)/e(n\mu_n + p\mu_p)^2 \quad (3.2.9)$$

Dobivena relacija (3.2.9) pokazuje da između Hallove konstante i koncentracije nosilaca naboja kod poluvodiča ne postoji tako jednostavna veza kao kod metala. Da bi izračunali koncentraciju jedne vrste nosilaca naboja treba poznavati osim Hallove konstante još tri veličine, koncentraciju druge vrste nosilaca naboja i obje pokretljivosti.

#### 4. EKSPERIMENTALNI POSTAV

Ekperimentalni postav za mjerenje Hall-ovog napona u metalima je prikazan na sl. 4.1 i sastoji se od izvora istosmjerne struje, dviju zavojnica za uspostavljanje magnetskog polja i pripadajućeg izvora te uređaja (voltmetra) za mjerenje Hall-ovog napona. Kako je kod metala taj napon puno manji nego kod poluvodiča, za mjerenje na metalu se još koristi i pojačalo koje signal pojačava  $10^5$  puta. Umjesto da se magnetsko polje direktno mjeri digitalnim teslametrom njegove vrijednosti su baždarene na iznos struje koja prolazi zavojnicama.



Slika 4.1: Ekperimentalni postav za mjerenje Hall-ovog napona u metalima i poluvodičima.

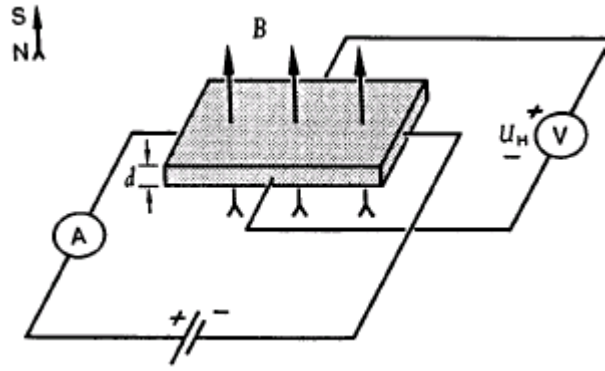
Na sl. 4.2 je shematski prikazan uzorak metala debljine  $d$ , širine  $s$  i dužine  $L$  s negativnim nosiocima naboja te su označeni smjerovi struje, magnetskog polja i Hall-ovog napona označenog s  $U_H$ . Na elektrone koji se gibaju brzinom  $\vec{v}$  u magnetskom polju  $\vec{B}$  djeluje Lorentzova sila:

$$\vec{F}_M = e\vec{v} \times \vec{B}, \quad (4.1)$$

pri čemu je  $e$  naboj elektrona. Neka gustoća struje  $i$  teče u smjeru osi  $x$ , a magnetsko polje neka je u smjeru osi  $z$ . Tada sila ima samo  $y$ -komponentu:

$$F_{My} = ev_x B. \quad (4.2)$$

Zbog toga se elektroni gomilaju na desnoj strani (obzirom na smjer protoka struje) uzorka i dolazi do stvaranja električnog polja  $\vec{E}_H$  u smjeru osi  $y$ .



Slika 4.2: Hall-ov učinak na pravokutnom uzorku materijala s negativnim nosiocima naboja.

To polje je jednako vektorskom produktu gustoće struje i magnetskog polja:

$$\vec{E}_H = R_H \vec{i} \times \vec{B} \quad (4.3)$$

i djeluje na elektrone u gibanju silom  $F_{Ey} = eE_H$ .  $R_H$  je Hall-ova konstanta. Uz izraz za gustoću struje  $i = nev_x$ , gdje je  $n$  gustoća nosilaca naboja, slijedi izraz za Hall-ovu konstantu:

$$R_H = \frac{1}{ne}. \quad (4.4)$$

Obzirom da je električna vodljivost  $\sigma$  dana sa  $\sigma = ne\mu_n$ , pri čemu je  $\mu_n$  pokretljivost elektrona vrijedi i izraz koji povezuje vodljivost, pokretljivost nosilaca naboja i Hall-ovu konstantu:

$$R_H \sigma = \mu_n. \quad (4.5)$$

Kod poluvodiča situacija je kompliciranija jer postoje dvije vrste nosilaca naboja: negativni elektroni i pozitivne šupljine. Zbog njihovih različitih naboja, stvaraju se dva transverzalna električna polja suprotnog smjera duž osi y. Ako koncentracije elektrona i šupljina nisu jednake ta dva polja se neće poništiti i postojati će rezultantno polje. Općenito, vrijede izrazi za gustoće struja elektrona ( $n$ ) i šupljina ( $p$ ) te ukupnu vodljivost poluvodiča:

$$i_n = nev_{xn} = ne\mu_n E_x, \quad i_p = pev_x = p\mu_p E_x, \quad \sigma = ne\mu_n + p\mu_p \quad (4.6)$$

Nakon izvjesnog računa<sup>1</sup>, dobiva se izraz za Hall-ovu konstantu:

$$R_H = -\frac{1}{e} \cdot \frac{n\mu_n^2 - p\mu_p^2}{(n\mu_n + p\mu_p)^2}. \quad (4.7)$$

Svi dosadašnji izrazi su bili izvedeni uz dvije aproksimacije: svi nosioci naboja imaju iste brzine i nema raspršenja. U stvarnosti brzine nosilaca naboja su statistički raspodijeljene, i to prema Boltmannovoj raspodjeli ako im koncentracija nije prevelika i temperatura preniska. Također, gibajući se kroz kristal nosioci naboja se raspršuju na fononima, atomima nečistoća, dislokacijama i sami međusobno. Pri normalnim uvjetima, dominantno je raspršenje na fononima pa se izraz (7) korigira tako da se desna strana pomnoži faktorom  $3\pi/8 = 1.17$ . Kod n-tipa poluvodiča dodatno vrijedi  $n \gg p$ , pa izraz za Hall-ovu konstantu, koncentraciju elektrona i njihovu pokretljivost konačno postaje:

$$R_H = -\frac{3\pi}{8e} \frac{1}{n}, \quad n = -\frac{3\pi}{8e} \frac{1}{R_H}, \quad \mu_n = -\frac{8}{3\pi} R_H \sigma \quad (4.8)$$

Osima navedenog postoje i dodatne efekti koje će se zanemariti a ovdje tek ukratko napomenuti. Tu je prije svega utjecaj geometrijskog oblika uzorka na Hall-ovu konstantu uz napomenu da je ona veća za veći omjer  $(L/s)^{1/2}$  uzorka, a da je Hall-ov napon proporcionalan omjeru  $s/L$ . Ako kontakti za mjerenje Hall-ovog napona nisu točno jedan nasuprot drugome, javlja se i napon zbog omskog otpora uzorka. Zatim, osim Hall-ovog, interakcija nosilaca naboja s vanjskim magnetskim poljem daje u čvrstom tijelu još četiri učinka (parazitska napona): transversalni magnetoelektrični otpor, Ettinghausen-ov učinak koji se manifestira pojavom transversalnog temperaturnog gradijenta, Nerst-ov učinak koji odgovara pojavi transversalnog električnog polja; dok se pojava transversalnog temperaturnog gradijenta zove Righi-Leducovim učinkom. Za postojanje posljednja dva potreban je longitudinalni temperaturni gradijent.

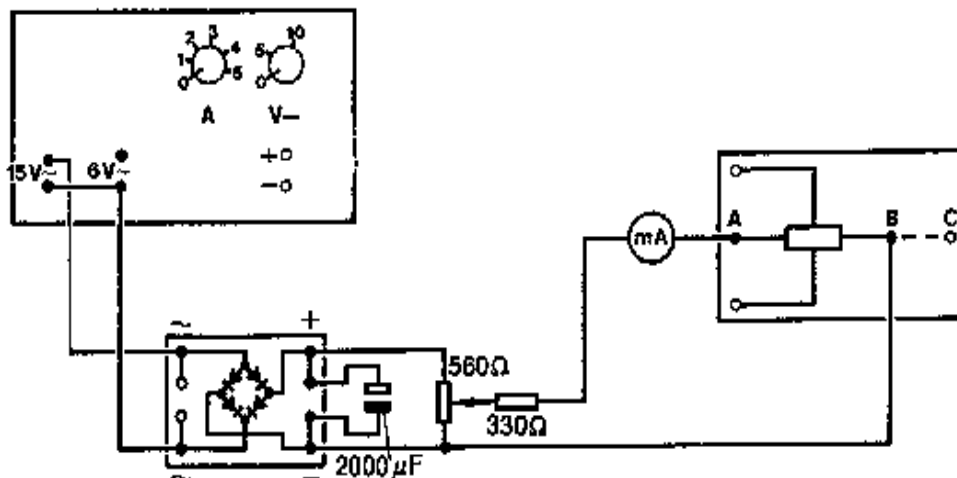
Veza Hall-ovog polja i Hall-ovog napona je jednostavna:  $E_H = V_H / s$ , kao i izraz za gustoću struje:  $i = I / sd$ , pri čemu je  $I$  iznos struje koja teče kroz uzorak. Kombinirajući ta dva izraza, dobiva se izraz za Hall-ovu konstantu ako je mjeren Hall-ov napon, debljina uzorka, vanjsko magnetsko polje i struja kroz uzorak:

$$R_H = \frac{V_H d}{BI} \quad (4.9)$$

U magnetskom polju mijenja se omski otpor uzorka poluvodiča. Do promjene otpora dolazi zato jer na elektrone koji imaju brzine manje ili veće od prosječne brzine kompenzacijsko djelovanje Hall-ovog polja nije potpuno te oni skreću sa lijevo ili desno u odnosu na smjer elektrona prosječne brzine i više se raspršuju što dovodi do promjene otpora. Relativna promjena otpornosti materijala proporcionalna je kvadratu iznosa magnetskog polja:

$$\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \propto B^2 \quad (4.10)$$

Eksperiment je dizajniran tako da za dano magnetsko polje u najvećoj mjeri do izražaja dođe Hallov učinak. Magnetsko polje okomito je na tok struje tj. pravac gibanja nosilaca naboja. Postav eksperimenta je prikazan na slici 4.3.



Slika 4.3 Shematski prikaz aparature eksperimenta za mjerenje Hallovog napona

Za napajanje uzorka istosmjernom strujom, koristimo izmjenični izvod izvora napajanja. Izmjenični napon se ispravlja pomoću Graetzovog spoja, četiri diode koje služe za punovalno ispravljanje izmjenične struje. Na izlazu toga spoja imamo elektrolitski kondenzator koji služi za uzemljivanje “preživjelih” izmjeničnih komponenti. Potenciometarski djelitelj napona i jedan dodatni otpornik omogućava nam odabir struje koju šaljemo u uzorak. Na taj način možemo podešavati struju kroz uzorak između 0 i 30 mA, što je gornja dozvoljena granica za naš uzorak. Istosmjerno magnetsko polje ostvaruje se pomoću elektromagneta koji se sastoji od dviju serijski spojenih zavojnica kroz koje se propušta istosmjerna struja. Magnetsko polje mjeri se teslametrom. Maksimalna dozvoljena struja kroz zavojnice omogućava postizanje maksimalne vrijednosti magnetskog polja od 450 mT. Smjer magnetskog polja se mijenja zamjenom polova na priključnicama magneta.

Vršena su mjerenja za obadva smjera magnetskog polja. Dimenzije uzorka su 20 mm x 10mm x 1mm. Mjerenje je izvedeno na slijedeći način: za određenu jakost struje kroz uzorak mjeri se Hallov napon u ovisnosti o magnetskom polju, slika 4.3.

Mjereni su padovi napona između kontakata A i B za različite jakosti struja kroz uzorak kako bi se mogao izračunati otpor uzorka, a onda i vodljivost uzorka, koja je upotrebljena za izračun pokretljivosti nosilaca naboja.

#### Literatura

<sup>1</sup>Ogorelec, Z.; Praktikum iz fizike čvrstog stanja, I dio; Sveučilište u Zagrebu,

Prirodoslovnomatematički fakultet; Zagreb; 1985.; str. 1 – 45

<sup>2</sup>PHYWE; Laboratory Experiments; Hall effect in n-germanium, LEP 5.3.02

<sup>3</sup>PHYWE; Laboratory Experiments; Hall effect in metals, LEP 5.3.03

# MAGNETOOTPOR BIZMUTOVE SPIRALE

## UVOD

Električni otpor uzoraka metala i poluvodiča promijeni se ako se uzorak smjesti u magnetsko polje, tako da je jedan od načina mjerenja magnetskog polja može se izvesti pomoću mjerenja otpora materijala imaju veliki magnetootpor. Jedan od takvih materijala je bizmut, koji, za razliku od karakterističnog malenog magnetootpora za metale, pokazuje veliki magnetootpor. Stoga se često za precizno mjerenje jakosti magnetskog polja preko izmjerenog otpora koristi bizmutova petlja. Mjerenjem magnetootpora mogu se izmjeriti neka svojstva materijala. Jedno od takvih svojstava je i pokretljivost elektrona.

## TEORIJSKI DIO

Pretpostavimo da je uzorak oblika kvadra visine  $h$ , širine  $w$  i duljine  $l$ . Neka električno polje  $\vec{E}$  djeluje u smjeru osi  $z$ , a magnetsko polje u smjeru osi  $y$ . Kada ne bi bilo magnetskog polja  $\vec{B}$ , elektroni bi putovali u smjeru  $z$  osi. Sa magnetskim poljem, elektroni koji putuju kroz uzorak osjećaju magnetski dio Lorentzove sile  $e\vec{B} \times \vec{v}$  te se njihova putanja otklanja. Stoga se na plohi  $x=l$  stvara višak negativnog naboja, dok se na plohi  $x=0$  stvara višak pozitivnog naboja. Dolazi do pojave električnog polja, koje se naziva Hallovo polje, koje kompenzira magnetski dio Lorentzove sile. Stoga je iznos Hallovog polja dan jednadžbom  $E_H = vB$ . Nakon uspostavljanja ovog uvjeta, putanje elektrona više na otklanjaju, i sistem je u ravnoteži. Transport elektrona je, pa tako i otpor, jednak u prisutstvu magnetskog polja kao i bez njega.

Ovo bi razmatranje bilo točno da svi elektroni imaju istu brzinu. Brzine elektrona nisu iste, pa je ovo razmatranje točno samo za elektrone neke srednje brzine  $\bar{v}$ , pa se i iznos Hallovog polja mijenja u

$$E_H = \bar{v}B \quad (1)$$

Stoga, i u uvjetima ravnoteže, dolazi do otklanjanja putanje elektrona. Elektroni se zbog toga više raspršuju te dolazi do povećanja otpora.

Elektroni su fermioni pa za njih vrijedi Fermi-Diracova statistika. Za slučaj kada vrijedi

$$kT \gg E_F(T=0) \quad (2)$$

gdje je  $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{JK}^{-1}$  Boltzmanova konstanta,  $T$  temperatura sistema, a  $E_F$  Fermijeva energija koja ovisi o temperaturi, Fermi-Diracova raspodjela može se aproksimirati Boltzmanovom. Stoga se definira temperatura:

$$T_0 = \frac{E_F(T=0)}{k} \quad (3)$$

koja se naziva temperaturom degeneracije. Ako je  $T < T_0$  za fermionski plin kaže se da je degeneriran. Fermijeva energija fermionskog plina na temperaturi  $T=0$  dana je prvim članom u Somerfeldovom razvoju:



$$E_F(T=0) = \frac{h^2}{2m^*} \left( \frac{3n}{8\pi} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (4)$$

gdje je  $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  Js Planckova konstanta,  $n$  je koncentracija fermiona, a  $m^*$  je efektivna masa. U ovoj se vježbi mjerenja izvode na bizmutovoj petlji na temperaturi od  $T_{Bi} = 295$  K. Uvrštavajući u jednadžbu (4) koncentraciju nosilaca naboja za bizmut  $n_{Bi} = 10^{24} \text{ m}^{-3}$ , te stavljajući  $m^* = m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$  kg, za temperaturu degeneracije dobiva se  $T_0 = 42$  K. Fermionski plin u bizmutu stoga nije degeneriran. Ne može se primijeniti Boltzmanova statistika jer uvjet iz jednadžbe (2) nije ispunjen. Stoga je potrebno u obzir uzeti i drugi član u temperaturi u Sommerfeldovom razvoju. Jednadžba za Fermijevu energiju tada glasi:

$$E_F = E_F(T=0) \left[ 1 + \frac{\pi^2}{8} \left( \frac{kT}{E_F(T=0)} \right)^2 \right]^{\frac{2}{3}} \quad (5)$$

U odnosu na veličinu odklona definiraju se "jaka" i "slaba" magnetska polja. Kod prisustva magnetskog polja putanja elektrona otklanja se od putanje elektrona srednje brzine  $\bar{v}$  za kut  $\vartheta$ . Ako vrijedi  $\vartheta \ll 1$  za većinu elektrona, tada oni ne skreću bitno sa svoje putanje, te se magnetsko polje naziva slabim.

Driftna brzina elektrona je reda veličine  $v_{Drift} = 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$ . Neka se, za potrebe ocjene, za srednju brzinu elektrona uzme deseterostruka vrijednost  $\bar{v} = 10^{-1} \text{ ms}^{-1}$ . Tada se iz kuta odklona putanje elektrona brzine  $v=0$  vidi može li se polje smatrati slabim. Na elektron brzine  $v=0$  djeluju samo mjerno električno polje duž vodiča  $\vec{E}$ , te Hallovo polje  $\vec{E}_H = \bar{v} \times \vec{B}$  okomito na polje  $\vec{E}$ . Stoga je kut odklona  $\vartheta$  dan sa:

$$\vartheta = \frac{\bar{v}B}{E} = \frac{\bar{v}BL}{V} \quad (6)$$

gdje je  $V$  mjerni napon, a  $L$  duljina vodiča. Da bi polje bilo slabo mora vrijediti:

$$B \ll \frac{V}{L\bar{v}} \quad (7)$$

Što za vrijednosti od  $L = 1$  cm,  $V = 10$  mV i  $\bar{v} = 10^{-1} \text{ ms}^{-1}$  za bizmut daje ocjenu  $B \ll 10$  T. Mjerenja u ovoj vježbi izvode se sa poljima maksimalne jakosti  $B = 0.5$  T. Stoga se magnetska polja u ovoj vježbi za bizmut mogu smatrati slabima.

Jednadžba za ovisnost otpora o slabom magnetskom polju za degenerirane fermionske plinove glasi:

$$\frac{R - R_0}{R_0} = \frac{\pi^2}{12} \left( \mu(E_F(T=0)) \frac{kT}{E_F(T=0)} \right)^2 |\vec{B}|^2 \quad (8)$$

gdje je  $R$  otpor vodiča,  $R_0$  je otpor vodiča u odsutnosti magnetskog polja, a  $\mu(E_K)$  je mobilnost elektrona sa kinetičkom energijom  $E_K$  definiranom kao:

$$\vec{v}_{Drift}(E_K) \vec{E} = \mu(E_K) |\vec{E}|^2 \quad (9)$$

Bizmut na sobnoj temperaturi nije degeneriran, ali je temperatura degeneracije blizu sobne temperature. Stoga se koristi jednadžba:

$$\frac{R - R_0}{R_0} = \frac{\pi^2}{12} \left( \mu(E_F) \frac{kT}{E_F} \right)^2 |\vec{B}|^2 \quad (10)$$

Jednadžba (10) izvedena je za specifičan slučaj kada je magnetsko polje  $\vec{B}$  okomito, a električno polje  $\vec{E}$  paralelno sa vodičem. Uvrštavajući jednadžbu (5) i vrijednosti za bizmut u jednadžbu (10) dobiva se:

$$\frac{R - R_0}{R_0} = \mu(E_F)^2 \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{2m_e kT_{Bi}}{h^2} \left( \frac{8\pi}{3n_{Bi}} \right)^{\frac{2}{3}} \left[ 1 + \frac{\pi^2}{8} \left( \frac{2m_e kT_{Bi}}{h^2} \left( \frac{8\pi}{3n_{Bi}} \right)^{\frac{2}{3}} \right)^2 \right]^{\frac{2}{3}} \right)^2 |\vec{B}|^2 \quad (11)$$

Stoga se, mjereći otpor  $R$  u ovisnosti o jačini magnetskog polja  $|\vec{B}|$ , može se izmjeriti mobilnost elektrona kinetičke energije jednake Fermijevoj energiji  $\mu(E_F)$ .

Za dobivanje polja koriste se zavojnice kroz koje protječe istosmjerna struja jakosti  $I$ . Ovisnost jakosti magnetskog polja o jakosti struje  $I$  dana je jednadžbom:

$$B = \mu NI \quad (12)$$

gdje je  $\mu$  permeabilnost jezgre zavojnice, a  $N$  je broj zavoja.

### **Eksperimentalni postav**

Mjerni instrument sastoji se od preciznog Weatstonovog mosta, galvanometara "Multiflex" i zavojnica za generiranje magnetskog polja. Jedna grana Weatstonovog mosta sastoji se od dva otpornika od 4.7 k $\Omega$ . Druga grana sastoji se od bizmutove spirale i dekadskog otpornika koji može mijenjati otpor za 0.1 $\Omega$ . Grane su povezane "Multiflex" galvanometrom koji očitava ravnotežu mosta. Most se napaja iz ispravljača koji daje istosmjerni napon od 9V i ima izlazni otpor od 5 k $\Omega$  da struja kroz bizmutovu spiralu ne prelazi maksimalnu dozvoljenu struju od 8mA.

Zavojnica za generiranje magnetskog polja sastoji se od dvije zavojnice sa jezgrama od feromagnetskog materijala postavljene jedna do druge tako da u procjepu između zavojnica stvaraju maksimalno magnetsko polje. Zavojnice se napajaju istosmjernom strujom iz ispravljača "Heathkit". Na ispravljaču se može mijenjati izlazna struja, te se na njemu nalazi skala sa podjelom od 5mA koja pokazuje kolika je jakost izlazne struje. Maksimalna struja iznosi oko 150 mA.

Prvi dio mjerenja sastoji se od kalibriranja ovisnosti jakosti magnetskog polja o jakosti izlazne struje na ispravljaču "Heatkit". Kalibracija se izvodi mjereći jakost magnetskog polja teslametrom. Proba teslametra stavlja se na mjesto na kojem će biti postavljena bizmutova spirala te se na teslametru očita jakost magnetskog polja.

Uravnotežavanje Weatstonovog mosta pri mjerenju otpora bizmutove spirale vrši se tako da pri očitavanju otpora prekidač na galvanometru bude podešen na 1:1.

### **Popis literature**

1. Z. Ogorelec, *Praktikum iz fizike čvrstog stanja*, I dio, Sveučilište u Zagrebu, 1985.
2. D. Sunko, *Statistička fizika*

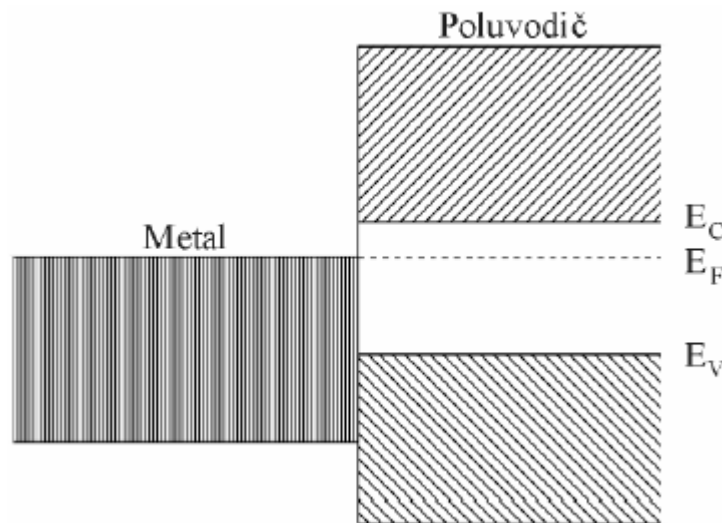
## PELTIEROVA TOPLINSKA PUMPA

Peltierov efekt, Termoelektrična elektro motorna sila (EMF), Peltierov koeficijent, Koeficijent efikasnosti, Thomsonov koeficijent, Seebeckov koeficijent, Thomsonova jednačba, Toplinska vodljivost, Joule efekt.

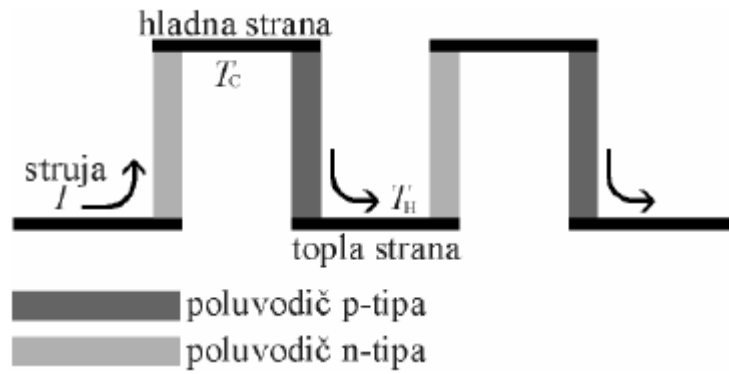
### UVOD

*Peltierov efekt* spada u grupu termoelektričnih efekata, a očituje se u tome da će spojišta dvaju materijala spojenih u zatvorenu petlju poprimiti različite temperature ako kroz krug protiče električna struja. Jedno će se spojište ugrijati a drugo ohladiti. Koje od njih će imati višu, a koje nižu temperaturu, ovisi o smjeru struje, dok o jakosti struje ovisi ravnotežna razlika temperatura. Prva publikacija opažanja ovog efekta dogodila se 1834.

Uzmimo za primjer spoj metala i poluvodiča n-tipa. Pri ravnotežnom kontaktu, Fermievi nivoi u metalu i poluvodiču su na istoj energiji. U vođenju struje kroz metal sudjeluju elektroni energija bliskih Fermijevoj energiji, dok u poluvodiču u vođenju struje sudjeluju elektroni iz vodljive vrpce. Zbog toga je energija vodljivih elektrona u poluvodiču veća od one elektrona u vodiču. Prema slici 1, ta razlika iznosi  $\Delta E = E_c - E_F$ . Kada je elektron prisiljen na prijelaz iz metala u poluvodič, on mora nadoknaditi razliku u energiji, pa uzima toplinsku energiju od kristalne rešetke. Ako obrnemo smjer električne struje, elektroni će višak energije predavati rešetki. Stoga nastaje razlika u temperaturi na spojevima metala i n-tipa poluvodiča u zatvorenoj petlji. Poopćenje na termoelektrični element koji se sastoji od oba tipa poluvodiča i metala prikazan je u slici 2.

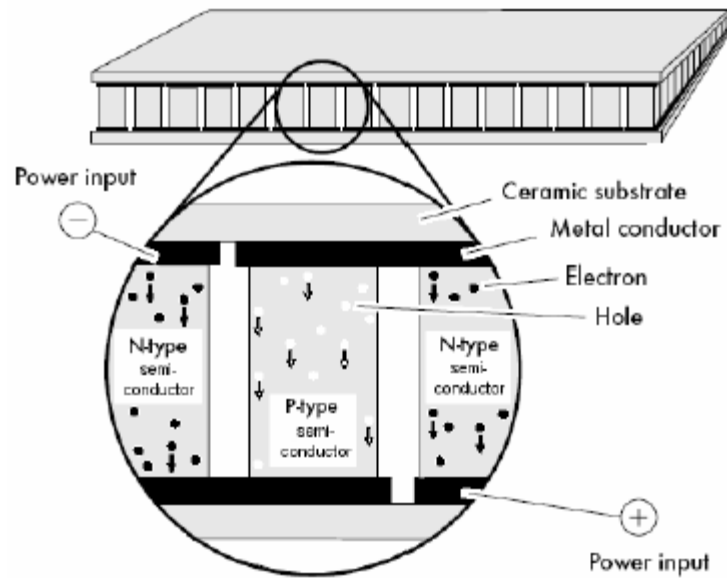


*Slika 1:* Shema energetske nivoa na spoju vodiča i poluvodiča n-tipa



**Slika 2:** Shema smjera struje i razlike u temperaturi dviju strana Peltierovog elementa.

Peltierova pumpa je uređaj koji se sastoji od velikog broja poluvodičkih kristala p- i n-tipa, a koji su u alternirajućoj naizmjeničnom rasporedu poslagani između dva sloja keramike, kao na slici 3.



*Slika 3.* Shema Peltierove pumpe.

Peltierova toplina je količina energije koju treba odvesti iz sistema ili dovesti u sistem da bi se opet izjednačile temperature na stranama elementa. Smjer pumpanja topline se okreće mijenjanjem smjera struje kroz Peltierovu pumpu. Također se promjenom iznosa električne struje mijenja količina izmjenjene topline. Količina topline oslobođene po jedinici vremena proporcionalna je struji  $I$ . Smjer toka topline ovisi o smjeru struje, smjeru temperaturnog gradijenta i o Thomsonovom koeficijentu.

## Teorijski dio

Kada električna struja teče kroz krug sastavljen od dva različita vodiča, toplina će biti otpuštena na jednom spoju i apsorbirana na drugom. Mjesto na kojem će biti otpuštena i mjesto na kojem će biti apsorbirana ovise o smjeru u kojem struja teče (Peltierov efekt).

Toplina  $Q$  otpuštena u jedinici vremena  $t$  je proporcionalna struji  $I$  :

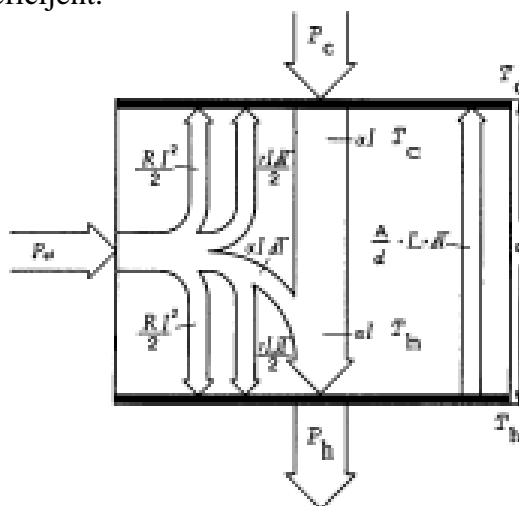
$$\frac{Q}{t} = P_p = \pi \cdot I = \alpha \cdot T \cdot I$$

gdje je  $\pi$  Peltierov koeficijent,  $\alpha$  Seebeckov koeficijent a  $T$  apsolutna temperatura. Poluvodički Peltierov element dan je na Slici 2.

Ako električna struja  $I$  teče kroz homogeni vodič u smjeru temperaturnog gradijenta  $\frac{dT}{dx}$ , toplina će biti apsorbirana ili otpuštena, ovisno o materijalu (Thompsonov efekt) :

$$P_T = \tau \cdot I \cdot \frac{dT}{dx}$$

gdje je  $\tau$  Thompsonov koeficijent.



**Slika 4:** Shema ravnotežnog toka snaga hlađenja i grijanja u Peltierovom elementu.

Smjer u kojem toplina teče ovisi o predznaku Thompsonovog koeficijenta, smjera u kojem struja teče i smjera gradijenta temperature.

Ako električna struja  $I$  teče kroz vodič otpora  $R$ , imamo Joulov efekt:

$$P_j = R \cdot I^2$$

Zbog efekta provođenja topline, toplina teče od strane s većom temperaturom  $T_H$ , prema strani s manjom temperaturom  $T_C$  :

$$P_L = L \frac{A}{d} (T_H - T_C)$$

gdje je  $L$  konstanta vodljivosti,  $A$  površina kroz koju toplina prolazi i  $d$  je debljina Peltierovog elementa.

Sada pišući  $\Delta T = T_H - T_C$ , dobivamo da je snaga hlađenja (promjena toplinske energije u jedinici vremena) Peltierove pumpe na hladnoj strani jednaka:

$$-P_C = \alpha \cdot T_C \cdot I \pm \frac{\tau \cdot I \cdot \Delta T}{2d} - \frac{1}{2} I^2 R - \frac{L \cdot A \cdot \Delta T}{d}$$

dok je snaga grijanja Peltierove pumpe na toploj strani jednaka:

$$+P_H = \alpha \cdot T_H \cdot I \pm \frac{\tau \cdot I \cdot \Delta T}{2d} + \frac{1}{2} I^2 R - \frac{L \cdot A \cdot \Delta T}{d}$$

Električna snaga napajanja Peltierove pumpe jednaka:

$$+P_{el} = \alpha \cdot I \cdot \Delta T + I^2 R + \frac{\tau \cdot I \cdot \Delta T}{d}$$

$$= U_P \cdot I_P$$

Možemo sada definirati i koeficijente efikasnosti hlađenja  $\eta_H$  i grijanja  $\eta_G$ :

$$\eta_H = \frac{P_C}{P_{el}} \qquad \eta_G = \frac{P_H}{P_{el}}$$

## EXPERIMENTALNI POSTAV

Uređaj za mjerenje snaga hlađenja i grijanja Peltierove pumpe prikazan je na Slici 5.

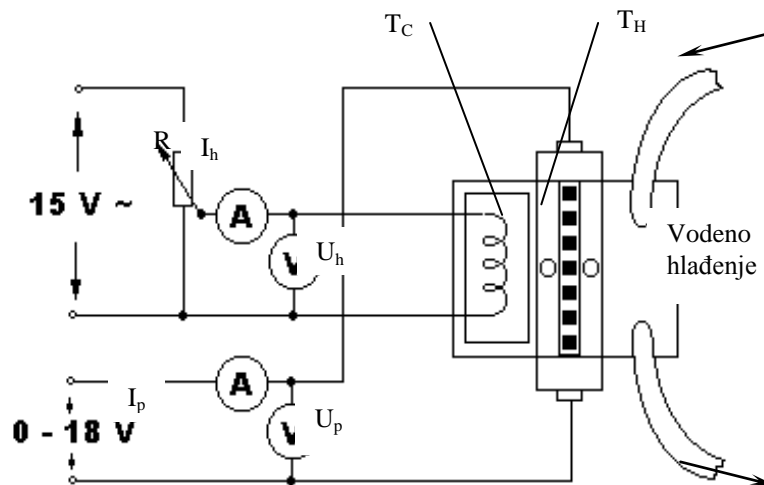


**Slika 5:** Eksperimentalni postav za mjerenje snaga hlađenja i grijanja Peltierove pumpe.

a) Određivanje snage hlađenja Peltierove pumpe  $P_C$  u ovisnosti o struji  $I$  i izračunavanje efikasnosti  $\eta_H$  pri maksimalnoj izlaznoj snazi  $P_H = I_H \cdot U_H$ .

Taj eksperiment izvodimo tako da pričvrstimo vodenu kupku na hladnu stranu, a vodeno hladilo na toplu stranu, kao na Slici 6. Uronimo električni grijač, otpora oko  $R \approx 3\Omega$ , u vodenu

kupku. Za svaku vrijednost struje  $I_p$ , podešavamo snaga grijanja  $P_H = I_H \cdot U_H$  sa potenciometrom  $R$  tako da temperaturna razlika tople i hladne strane bude približno jednaka nuli  $T_H - T_C \approx 0$ . Tada vrijednost od  $P_H$  odgovara vrijednosti snage hlađenja Peltierove pumpe  $P_C$ .



**Slika 6:** Shematski eksperimentalni postav za mjerenje snage hlađenja Peltierove pumpe.

b) Određivanje snage grijanja Peltierove pumpe  $P_H$  i njezinog koeficijenta efikasnosti  $\eta_H$  pri konstantnoj struji  $I_p$  i konstantnoj temperaturi hladne strane te izračun toplinskih kapaciteta bakra, vode i mjedi.  
Maknemo grijač iz vodene kupke. Okrenemo tijek struje  $I_p$  tako da se sad voda u vodenoj kupci grije. Mjerimo porast temperature  $T_C$  pri konstantnoj struji  $I_p$ .

c) Određivanje  $P_C$ ,  $\eta_H$  i  $P_H$ ,  $\eta_G$  iz ovisnosti temperatura o vremenu na toploj i na hladnoj strani.  
Pričvrstimo vodene kupke na obje strane Peltierove pumpe i stavimo u njih vodu iste temperature. Pri propuštanju konstantne struje  $I_p$  mjerimo promjene u temperaturi obje vodene kupke zasebno kao funkciju vremena, tj.  $T_C = f(t)$  i  $T_H = f(t)$ .

d) Određivanje temperaturnog ponašanja Peltierove pumpe kada je ona korištena za hlađenje.

Pričvrstimo vodenu kupku s hladne strane, a atmosferskim zrakom se hladi topla strana. Mjerimo temperaturu  $T_C$  kao funkciju vremena, dok je zračno hladilo hlađeno statičnim atmosferskim zrakom.

## Literatura

<sup>1</sup>Ogorelec, Z.; Praktikum iz fizike čvrstog stanja, I dio; Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovnomatemički fakultet; Zagreb, 1985.

<sup>2</sup>PHYWE; Laboratory experiments; Semiconductor thermogenerator, LEP 4.1.08.



# SEEBECKOV EFEKT

Termoelektrični efekt, Seebeckov koeficijent, Peltierov koeficijent, Thomsonov koeficijent, Thomsonova jednadžba

## UVOD

Ako su dva spoja dva različita materijala na različitim temperaturama, između njih se javlja razlika električnog potencijala, a sam efekt se zove termoelektrični efekt. Taj napon (često se zove i termonapon) je obično proporcionalan razlici temperatura dva spoja, a koeficijent proporcionalnosti se naziva Seebeckov koeficijent i karakteristika je danog para materijala. Učinkovitost takve pretvorbe toplinske energije u električnu je mala.

## TEORIJSKI DIO

Termoelektrični efekt koji se manifestira kao električna struja u zatvorenoj petlji sastavljenoj od dva različita materijala čija se spojišta nalaze na različitim temperaturama ( $T_1$  i  $T_2$ ) naziva se Seebeckovim efektom. Na krajevima takve otvorene petlje javlja se razlika potencijala, koja se često naziva i termoelektromotornom silom (TEMF). Do nje dolazi uslijed termodifuzije nosioca naboja. Naime, uz postojanje temperaturnog gradijenta unutar petlje, nosioci naboja u toplijem dijelu imaju veće brzine od onih u hladnijem dijelu, te dolazi do difuzije: struja je jača u smjeru od toplijeg ka hladnijem spojištu. U kristalima srednja brzina elektrona iščezava, pa usmjerenog gibanja nema, ako nema neke vanjske razlike potencijala. Termodifuzija uzrokuje gomilanje naboja na krajevima svakog materijala, pa se u uzorku javlja električno polje koje je usmjereno tako da u ravnotežnom stanju zaustavlja daljnju difuziju nosioca naboja, a što rezultira TEMF. Seebeck je pokazao da je TEMF za male temperaturne razlike proporcionalan toj razlici:

$$\Delta U_0 = \alpha \Delta T = \alpha (T_{toplo} - T_{hladno}) \quad U_0 = \int \alpha dT, \quad (1)$$

gdje je  $\alpha$  relativni diferencijalni Seebeckov koeficijent (RDSC). On ovisi o kombinaciji materijala u termočlanku, i o temperaturi.

Ako su oba spojišta na istoj temperaturi, skokovi potencijala na spojištima (Za pretpostaviti je da skokovi potencijala postoje jer su Fermijeve energije u različitim materijalima različite. Gustoća nosioca naboja u različitim materijalima je različita.) su jednakog iznosa a suprotnog smjera, pa je ukupna inducirana elektromotorna sila u takvoj petlji jednaka nuli. Uvođenjem temperaturne razlike među spojištima ruši se simetrija u skokovima potencijala na spojištima; skok potencijala je veći na toplijem spojištu, pa postoji konačna efektivna inducirana elektromotorna sila, tzv. termoelektromotorna sila.

U zatvorenoj petlji koja se sastoji od samo jedne vrste materijala Seebeckov efekt se ne može odrediti, budući da nema resultantne struje, i termoelektrični napon iščezava. To je posljedica konzervativnosti, tj. činjenice da se električno polje može izraziti gradijentom neke skalarne funkcije:

$$\vec{E} = -\nabla U. \quad (2)$$

Tražimo li gradijent od TEMF, rezultat je:

$$\nabla U = \alpha_1(T)\nabla T = -\vec{E}_T, \quad (3)$$

gdje je  $\vec{E}_T$  električno polje izazvano tim TEMF. Stoga, TEMF iščezava duž zatvorene petlje načinjene od samo jednog materijala:

$$U = -\oint \vec{E}_T \cdot d\vec{s} = 0. \quad (4)$$

U slučaju da je petlja sastavljena od dva materijala, TEMF se može pisati kao:

$$U = -\int_1 \vec{E}_T \cdot d\vec{s} - \int_2 \vec{E}_T \cdot d\vec{s}. \quad (5)$$

Uvrštavanjem (3) u (5) dobiva se:

$$U = \int_1 \alpha_1(T)\nabla T \cdot d\vec{s} + \int_2 \alpha_2(T)\nabla T \cdot d\vec{s} = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_1(T)dT + \int_{T_2}^{T_1} \alpha_2(T)dT = \int_{T_1}^{T_2} (\alpha_1 - \alpha_2)dT = \int_{T_1}^{T_2} \alpha dT, \quad (6)$$

gdje je  $\alpha$  iz posljednje jednakosti ista veličina kao u (1). Iz (6) se vidi da je TEMF konačna za  $\alpha_1 \neq \alpha_2$ . No, Seebeckovog efekta opet neće biti ako nema temperaturne razlike među spojištima. Iz (6) je također vidljivo da TEMF ovisi samo o razlici temperatura spojišta, ne i o temperaturnoj distribuciji duž petlje.

U zatvorenoj petlji od dva materijala Seebeckov koeficijent nema apsolutnu vrijednost za pojedini od dva materijala, nego je njegov iznos karakteriziran svakim parom materijala posebno; naravno, ako je termonapon  $V_0$  proporcionalan razlici temperatura  $\Delta T$  toplog i hladnog spojišta,

$$V_0 = \alpha \Delta T, \quad (1)$$

što općenito ne mora biti ispunjeno. U teorijskim razmatranjima<sup>1</sup> može se dobiti izraz za apsolutnu vrijednost Seebeckovog koeficijenta  $\alpha$  nekog materijala u obliku Pisarenkove formule:

$$\alpha = -\frac{k}{e} \left[ -\frac{\xi}{kT} + \frac{1}{kT} \frac{\int_0^\infty E^{5/2} f' dE}{\int_0^\infty E^{3/2} f' dE} \right], \quad (2)$$

pri čemu je  $k$  Boltzmannova,  $T$  temperatura,  $e$  naboj elektrona,  $\xi$  veličina kojom se određuje položaj Fermijeveg nivoa,  $\tau$  vrijeme relaksacije,  $E$  energija i  $f'$  derivacija funkcije raspodjele po energiji. U slučaju nedegeneriranih poluvodiča, kod kojih se Fermijev nivo nalazi barem  $kT$  ispod dna vodljive vrpce, kao funkcija raspodjele se može uporabiti Boltzmannova raspodjela  $f \sim \exp(-E/kT)$ , eksponentna ovisnost vremena relaksacije  $\tau \sim E^r$ ,  $\xi = E_F - E_C$ .  $E_F$  je položaj Fermijeveg nivoa, a  $E_C$  položaj dna vodljive vrpce. Te dvije energije u n-tipu poluvodiča su povezane izrazom (3):

$$E_F = E_C - kT \ln \frac{N_C}{n}, \quad (3)$$

pri čemu je  $n$  koncentracija elektrona, a  $N_C$  efektivna gustoća stanja u zoni vodljivosti. Kada se sve navedeno uvrsti u Pisarenkovu formulu (2) i provede integracija, dobiva se:

$$\alpha = -\frac{k}{e} \left( r + \frac{5}{2} + \ln \frac{N_C}{n} \right). \quad (4)$$

Za p-tip poluvodiča vrijedi analogan izraz:

$$\alpha = \frac{k}{e} \left( r + \frac{5}{2} + \ln \frac{N_V}{p} \right) \quad (5)$$

$N_C$  i  $N_V$  su proporcionalni  $T^{3/2}$ , a  $n$  i  $p$  rastu eksponencijalno s temperaturom u temperaturnom području u kojem su se obavljala mjerenja (sobna temperatura), tako da se u tom području  $\alpha$  smanjuje s temperaturom.

## 2. EKSPERIMENTALNI POSTAV

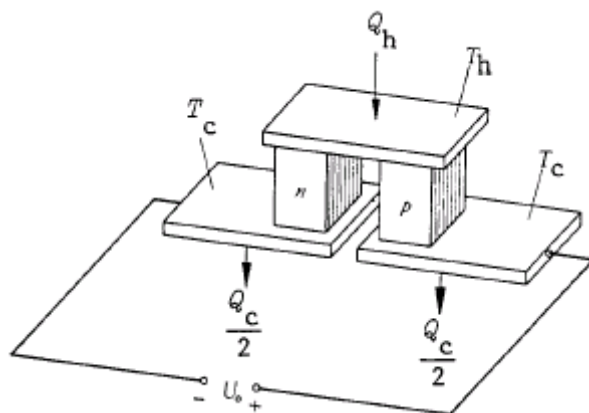
Eksperimentalni postav za mjerenje Seebeckovog koeficijenta prikazan je na slici 1.



**Slika 1:** Eksperimentalni postav za mjerenje termonapona i struje kratkog spoja u ovisnosti o temperaturi.

Na slici 2 je shematski prikaz spoja dva poluvodiča s označenim temperaturama toplog spoja ( $T_h$ ) i hladnog spoja ( $T_c$ ). Temperatura toplog spoja se kontrolira termostatom (slika 1), a hladnog protokom vode iz slavine. Da bi se odredio Seebeckov koeficijent, napon između dva poluvodiča (tj. između serijskog spoja od 142 para poluvodiča) se mjeri direktno voltmetrom kao i struja kratkog spoja ampermetrom (slika 2). Napon se mjeri za razliku temperatura od 10 do 40°C. Da bi se odredio unutrašnji otpor poluvodičke petlje (poluvodičkog termogeneratora) mjeri se struja i napon za različite vrijednosti serijski spojenog vanjskog omskog otpora (potencijometar desno na slici 1). Konačno određuje se i učinkovitost pretvorbe toplinske u električnu energiju tako što se mjeri smanjivanje razlike temperature nakon odvajanja termostata u ovisnosti o vremenu uz istodobno mjerenje struje i napona na vanjskom otporu vrijednosti približno jednake unutrašnjem otporu termogeneratora. Nagib krivulje temperatura – vrijeme pomnožen s

toplinskim kapacitetom vode daje uloženu snagu, a umnožak struje i napona dobivenu snagu. Njihov omjer daje učinkovitost.



*Slika 2:* Shematski prikaz poluvodičkog Seebeckovog elementa.

### Literatura

<sup>1</sup>PHYWE; Laboratory experiments; Semiconductor thermogenerator, LEP 4.1.07

# ELEKTRONSKA DIFRAKCIJA

Braggova refleksija, Debay-Scherrer metoda, Struktura grafita, mrežne ravnine, valovi materije, de Broglieva jednažba.

## UVOD

Difrakcija elektrona je često korištena metoda za određivanje strukture tvari u fizici čvrstog stanja, a koristi se u raznim sofisticiranijim oblicima. Pritom dolazi do izražaja valna priroda elektrona te se stoga snop elektrona difraktira na uzorku poput elektromagnetskih valova. Iz dobivene difrakcijske slike na fluorescentnom zaslonu i poznavanja brzine elektrona (tj. napona kojim su ubrzani), može se zaključiti o udaljenostima među atomima uzorka.

## TEORIJSKI DIO

U skladu s valno-čestičnim svojstvom, elektronima je pridružena valna duljina  $\lambda$ ,

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (1)$$

gdje je  $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  Js Planckova konstanta, a  $p$  impuls elektrona. Ako se uzme da je brzina elektrona nakon termičkog izlaska iz katode jednaka nula (u stvarnosti je ta brzina puno manja od brzine koje dobivaju naponom pa je ta pretpostavka dobra), kinetička energija koju elektroni dobiju zbog ubrzavajućeg djelovanja električnog polja uspostavljenog anodnim naponom  $U$  jednaka je:

$$E_{KIN} = \frac{p^2}{2m} = eU. \quad (2)$$

$e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  C je naboj elektrona, a  $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$  kg masa elektrona. Riječ je o nerelativističkom izrazu, dok bi relativistički izraz za impuls elektrona glasio:

$$p = mcx\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}, \quad x = \frac{eU}{mc^2} + 1, \quad (3)$$

pri čemu je  $c = 3 \cdot 10^8$  ms<sup>-1</sup>. Za maksimalni korišteni napon (7 kV) izraz (2) daje relativnu pogrešku od 0.3 % u odnosu na izraz (3), a za manje napone ta pogreška je još manja. Kako su ostale pogreške u eksperimentu (nestalnost anodnog napona, difuznost prstenova) veće od navedene vrijednosti za računanje valne duljine elektrona opravdano je koristiti izraz (2), što uz (1) daje:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}}. \quad (4)$$

Kada elektroni navedene valne duljine padnu na kristal dolazi do difrakcije u skladu s Bragg-ovim zakonom:

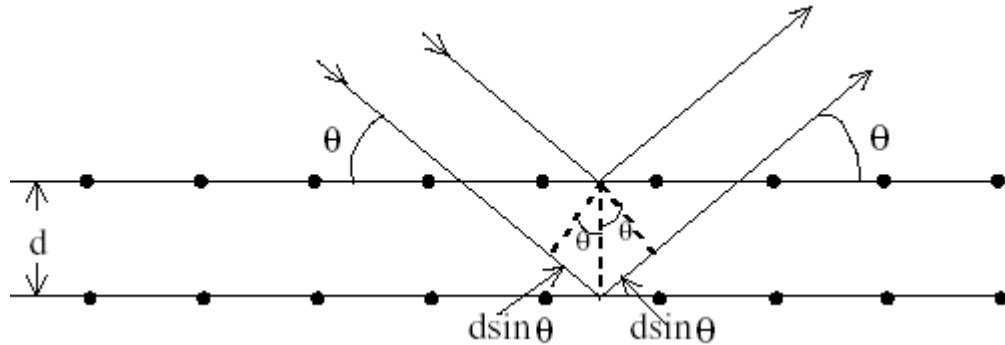
$$2d \sin \theta = n\lambda, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (5)$$

tj. kada razlika u putovima između dviju zraka valova koje se difraktiraju pod kutom  $\theta$  u odnosu na dvije paralelne ravnine atoma udaljene za  $d$  (slika 1) iznosi višekratnik valne duljine  $\lambda$ , dolazi do konstruktivne interferencije. Sa slici 6 se vidi kako je  $\alpha = 2\theta$ , a  $\sin(2\alpha) = r/R$ . Za male kutove  $\theta$  vrijedi  $\cos \theta \approx 1$ ,  $\cos \alpha \approx 1$  te vrijedi  $\sin(2\alpha) \approx 4 \sin \alpha$ ; pa izraz (5) prelazi u:

$$r = \frac{2R}{d} n\lambda . \quad (6)$$

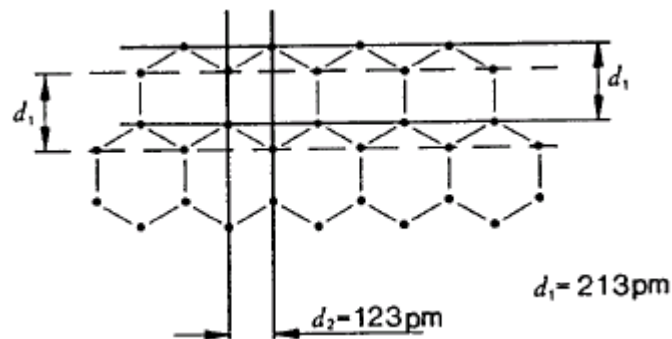
Iz izmjerenih vrijednosti  $r$  te izračunatih vrijednosti  $\lambda$ , može se odrediti  $d$ .

U polikristaliničnom uzorku grafita slabe sile veze između pojedinih slojeva su razbijene pa je njihova orijentacija nasumična. Nasumična orijentacija ravnina osigurava da su pokriveni svi kutovi  $\theta$  koji zadovoljavaju Bragg-ov uvjet (5).



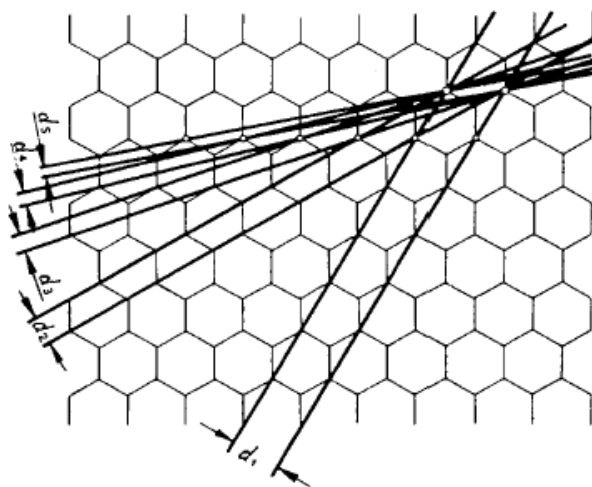
*Slika 1:* Bragg-ova difrakcija na kristalu.

Difrakcijska slika se sastoji od centralne svijetle točke koja potječe od nedifraktiranih elektrona i nekoliko koncentrična prstenova oko centralne točke.



*Slika 2:* Ravnine difrakcije za prva dva prstena.

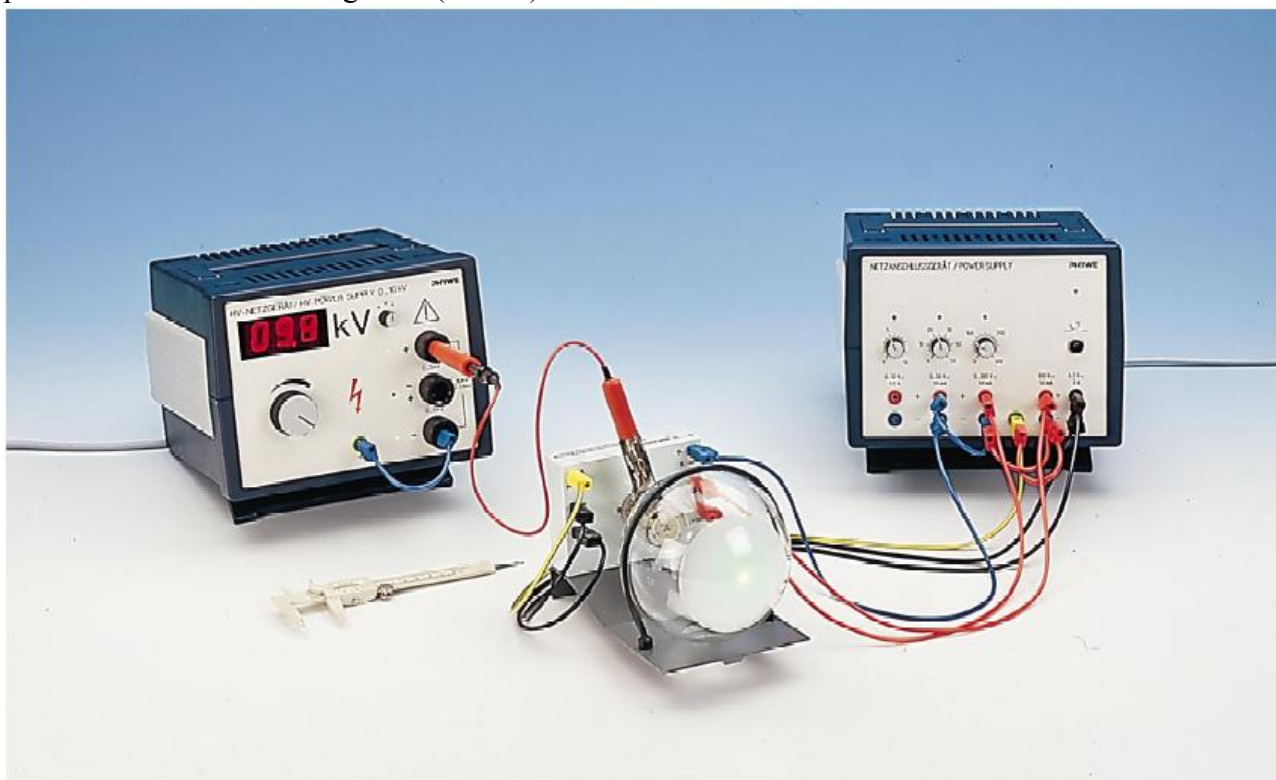
Dobro su izražena prva dva prstena koji potječu od difrakcije na ravninama udaljenim za  $d_1$  i  $d_2$  (slika 2), dok se treći i četvrti svijetli difrakcijski prsteni vide pri većim anodnim naponima i potječu od difrakcije na ravninama udaljenim za  $d_3$  i  $d_4$  (slika 3).



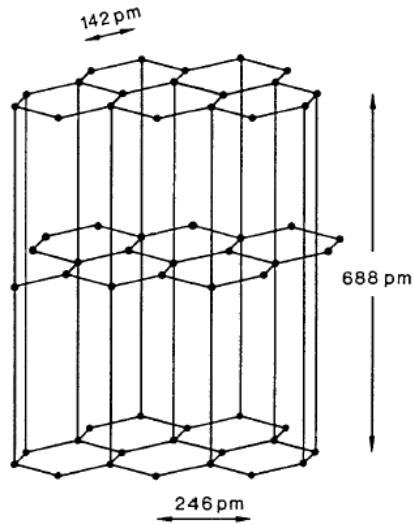
*Slika 3:* Međuravninski razmaci u grafitu.

### EKSPERIMENTALNI POSTAV

Na slici 4 je prikazan eksperimentalni postav za elektronsku difrakciju na polikristaliničnom uzorku grafita (slika 5).

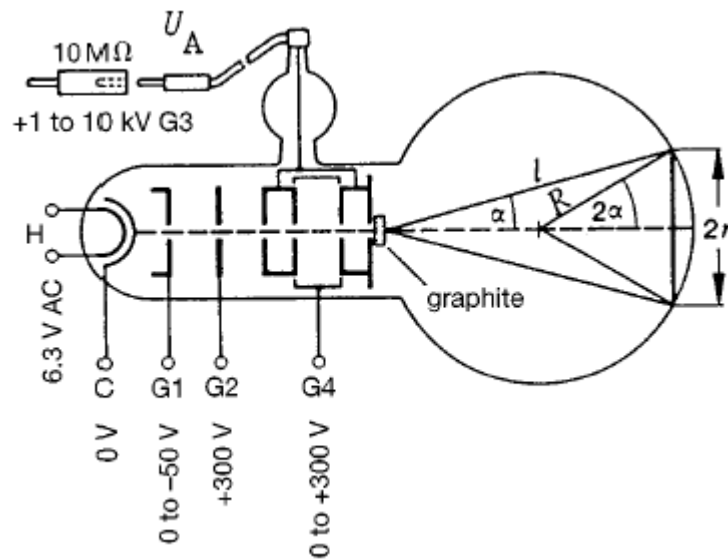


*Slika 4:* Eksperimentalni postav za elektronsku difrakciju.



**Slika 5:** Kristalna rešetka grafita.

Elektronska difrakcijska cijev se spoji na naponski izvor kako je prikazano na slici 6. Visoki napon se spaja na anodu cijevi prijeko zaštitnog  $10\text{ M}\Omega$  otpornika. Ostale priključnice rešetki cijevi spajaju se na priključnice izvora napona na napone kako je prikazano na slici 6. Naponi na rešetkama  $G_1$  i  $G_4$  se podese na vrijednosti koje daju oštre i dobro definirane svjetleće difrakcijske prstenove. Anodni napon se mjeri spajanjem vrha visoko naponske probe na anodni priključak i



**Slika 6:** Shematski prikaz uređaja za elektronsku difrakciju.

digitalni voltmetar. Visoko naponska proba sadrži naponski djelitelj koji smanjuje napon koji se mjeri u omjeru 100:1 uz pogrešku 5%.



Elektroni izlijeću iz grijane katode i ubrzavaju se u Wehneltovom cilindru (slika 2) anodnim naponom čija se vrijednost može mijenjati od 0 do 7 kV.

Tako ubrzani elektroni nalijeću na polikristalinični uzorak grafita gdje dolazi do difrakcije. Difraktirani elektroni padaju na fluorescentni sloj nanesen s unutarnje strane staklene kugle i stvaraju difrakcijsku sliku u vidu koncentričnih prstenova različite širine. Zaslona zasvijetli na mjestu gdje elektron udari u njega. Polumjer staklene kugle je 65 mm, a cijeli uređaj je evakuiran kako ne bi dolazilo do interakcije elektrona s atomima zraka. Anodni napon ne očitava se s njegovog izvora (kao na slici 4) nego se mjeri digitalnim voltmetrom. Određivanje promjera difrakcijskog prstena se vrši na način da se pomičnom mjerkom izmjeri unutarnji i vanjski promjer difrakcijskog prstena a nakon toga se izračuna promjer prstena kao srednja vrijednost izmjerenih difrakcijskih prstena.