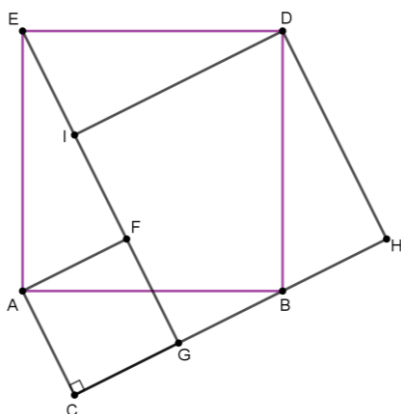


Tabitov dokaz Pitagorinog poučka

Zvijezdana Posavec

Dan je pravokutni trokut ABC s pravim kutom pri vrhu C . Konstruiramo kvadrat $ACGF$ kako je prikazano na slici. Odredimo točku H na pravcu CB tako da vrijedi $|GH| = |BC|$ te konstruiramo kvadrat $GHDI$ u skladu s prikazom na slici. Zatim na pravcu GI odredimo točku E tako da vrijedi $|FE| = |GI|$. Preostalo je povući dužine $\overline{AE}$, $\overline{ED}$ i $\overline{BD}$ čime je dovršena konstrukcija sa slike.



Promotrimo sada trokute $\triangle ABC$, $\triangle BDH$, $\triangle DEI$ i $\triangle AEF$. Tvrdimo da su ti trokuti sukladni. Svi navedeni trokuti su pravokutni po konstrukciji. Kut $\angle BHD$ je pravi kut jer je četverokut $GHDI$ kvadrat, a kutovi $\angle AFE$ i $\angle EID$ su, redom, suplementarni kutovi pravih kutova $\angle AFG$ i $\angle DIG$ koji su pravi jer su $ACGF$ i $GHDI$ kvadrati. Vrijedi $|AC| = |AF| = |GF| = |CG|$ jer je $ACGF$ kvadrat. Nadalje, $|BH| = |GH| - |GB| = |BC| - |GB| = |CG| = |AC|$ i $|EI| = |FE| - |FI| = |GI| - |FI| = |GF| = |AC|$ po konstrukciji. Stoga imamo $|AC| = |BH| = |EI| = |AF|$. Također, $|BC| = |DH| = |ID| = |EF|$ po konstrukciji (određivanje točaka H i E te činjenica da je $GHDI$ kvadrat). Sada zaključujemo da su, po *SKS* teoremu o sukladnosti trokuta, trokuti $\triangle ABC$, $\triangle BDH$, $\triangle DEI$ i $\triangle AEF$ sukladni.

Iz toga slijedi $|AE| = |AB| = |BD| = |ED|$. Nadalje, kut $\angle ABD$ je pravi jer $\angle CBA$, $\angle HBD$ i $\angle ABD$ čine dva prava kuta i šiljasti kutovi pravokutnog trokuta zajedno čine pravi kut. Kutovi $\angle AED$ i $\angle BAE$ su pravi jer su sačinjeni od dva kuta koji zajedno čine pravi kut. Zbroj kutova u četverokutu je četiri prava kuta, pa kako su tri kuta četverokuta $ABDE$ prava, mora i četvrti biti pravi. Četverokut $ABDE$ je kvadrat.

Slijedi Pitagorin poučak jer su površine oba kvadrata nad katetama ($ACGF$ i $GHDI$) jednake površini kvadrata nad hipotenuzom ($ABDE$) što dobijemo izrezivanjem i preklapanjem trokuta $\triangle ABC$ i $\triangle BDH$ na trokute $\triangle DEI$ i $\triangle AEF$.

Ovaj dokaz bi mogao biti pitagorejski jer Tabit u dokazu koristi samo geometrijske teoreme koji su pitagorejcima bili poznati (*SKS* teorem o sukladnosti trokuta, zbroj kutova u četverokutu jednak je četiri prava kuta). Zatim vidimo da dokaz prati osnovne principe geometrijske algebre: dokaz identiteta kojeg na moderan način interpretiramo algebarski Grci su provodili čisto geometrijski, izvorni smisao mu je jednakost mjere, dva objekta su jednaka ako su jednaki po mjeri (ovdje je to površina kvadrata) te se konstrukcija dijagrama može provesti u konačno mnogo koraka ravnalom i šestarom.