

UVOD U MATEMATIKU

Drugi rok - 20. veljače 2026.

1. Na skupu $\mathbb{R}[x]$ zadana je relacija:

$$p \sim q \iff (\forall \alpha \in \mathbb{R})(p(\alpha) = 0 \Rightarrow q(\alpha) = 0).$$

- (a) Napišite obrat, negaciju i obrat po kontrapoziciji tvrdnje iz definicije relacije $\sim$.
- (b) Ispitajte je li $\sim$ refleksivna, simetrična, antisimetrična i tranzitivna.

2. Zadana je funkcija

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 16}{x + 3}}.$$

- (a) Odredite prirodnu domenu funkcije f .
- (b) Dokažite da je f rastuća na $[4, +\infty)$.
- (c) Odredite sliku intervala $\langle 5, 6 \rangle$ i prasluku intervala $[0, 2)$.

3. Dokažite matematičkom indukcijom da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi jednakost:

$$\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)} = \frac{n}{4n+1}.$$

4. (a) Odredite najveću zajedničku mjeru (M) brojeva 1836 i 1314 te pronađite cijele brojeve x i y takve da vrijedi $M = 1836x + 1314y$.
- (b) Zadan je polinom

$$P(x) = x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 8x + 8.$$

Ako je poznato da je jedna nultočka ovog polinoma broj $2i$, odredite preostale nultočke.

5. (a) U skupu kompleksnih brojeva riješite jednadžbu $x^4 + 1 = 0$.
- (b) Rastavite na parcijalne razlomke izraz

$$\frac{1}{x^4 + 1}.$$