

# Uvod u matematiku

## Vježbe

Akadska godina 2026./2027.

Zadnja izmjena: 7. listopada 2026.

# Sadržaj

|          |
|----------|
| 1 Logika |
|----------|

|   |
|---|
| 3 |
|---|

# 1 Logika

**Sud** ili **izjava** je svaka smisljena rečenica čiju istinitost možemo provjeriti (tj. možemo provjeriti je li istinita ili lažna).

Primjeri:

- (1) Broj 13 jednak je broju 7.    SUD (laž)
- (2)  $x + 1 = 2$     NIJE SUD
- (3)  $1 + 5 = 6$     SUD (istina)
- (4) Izračunajte  $15^2 + \sqrt{17}$ .    NIJE SUD
- (5) Broj 15 djeljiv je s 5.    SUD (istina)
- (6) Je li broj 17 djeljiv je s 2?    NIJE SUD

Za izjavu  $P$  s  $\tau(P)$  označavamo **istinitost** od  $P$ . Vrijedi:

$$\begin{aligned}\tau(P) &= 0 \text{ ako je izjava } P \text{ laž} \\ \tau(P) &= 1 \text{ ako je izjava } P \text{ istina}\end{aligned}$$

Od jednostavnih sudova gradimo složene sudove pomoću logičkih veznika. Logičke veznike definiramo pomoću njihovih **semantičkih tablica**.

- **KONJUNKCIJA:**  $P$  i  $Q$ ,  $P \wedge Q$ ,  $P \& Q$ ,  $P \cdot Q$

Izjava  $P \& Q$  je istinita ako i samo ako su obje izjave  $P$  i  $Q$  istinite.

| $P$ | $Q$ | $P \& Q$ |
|-----|-----|----------|
| 0   | 0   | 0        |
| 0   | 1   | 0        |
| 1   | 0   | 0        |
| 1   | 1   | 1        |

$P \dots 7$  je neparan broj.

$Q \dots 2 + 2 = 5$

Kako je  $\tau(Q) = 0$ , vrijedi  $\tau(P \& Q) = 0$ .

- **DISJUNKCIJA:**  $P$  ili  $Q$ ,  $P \vee Q$ ,  $P + Q$

Izjava  $P \vee Q$  je istinita ako je barem jedna od izjava  $P$  i  $Q$  istinita.

| $P$ | $Q$ | $P \vee Q$ |
|-----|-----|------------|
| 0   | 0   | 0          |
| 0   | 1   | 1          |
| 1   | 0   | 1          |
| 1   | 1   | 1          |

$P \dots 7$  je neparan broj.

$Q \dots 2 + 2 = 5$

Kako je  $\tau(P) = 1$ , vrijedi  $\tau(P \vee Q) = 1$ .

- **NEGACIJA:** ne  $P$ ,  $\neg P$ ,  $\overline{P}$

Izjava  $\overline{P}$  je istinita ako je  $P$  lažna i obrnuto.

| $P$ | $\overline{P}$ |
|-----|----------------|
| 0   | 1              |
| 1   | 0              |

- **IMPLIKACIJA:** ako  $P$  onda  $Q$ ,  $P$  povlači  $Q$ ,  $P \implies Q$

Izjava  $P \implies Q$  je lažna točno onda kada je  $P$  istinita i  $Q$  lažna.

| $P$ | $Q$ | $P \implies Q$ |
|-----|-----|----------------|
| 0   | 0   | 1              |
| 0   | 1   | 1              |
| 1   | 0   | 0              |
| 1   | 1   | 1              |

$P \dots 7$  je paran broj.

$Q \dots 2 + 2 = 5$

Kako je  $\tau(P) = 0$ , vrijedi  $\tau(P \implies Q) = 1$ .

- **EKVIVALENCIJA:**  $P$  ako i samo ako  $Q$ ,  $P$  akko  $Q$ ,  $P \iff Q$

Izjava  $P \iff Q$  je istinita kada su  $P$  i  $Q$  obje istinite ili obje lažne.

| $P$ | $Q$ | $P \iff Q$ |
|-----|-----|------------|
| 0   | 0   | 1          |
| 0   | 1   | 0          |
| 1   | 0   | 0          |
| 1   | 1   | 1          |

$P \dots 7$  je paran broj.

$Q \dots 2 + 2 = 5$

Kako je  $\tau(P) = 0$  i  $\tau(Q) = 0$ , vrijedi  $\tau(P \iff Q) = 1$ .

**Zadatak 1.** Neka je  $P = 3$  je prost broj,  $Q = 15$  je djeljiv s 3. Iskažite sljedeće izjave:

- |                    |                               |                                      |
|--------------------|-------------------------------|--------------------------------------|
| (1) $\overline{P}$ | (4) $P \iff Q$                | (7) $\overline{P} \& \overline{Q}$   |
| (2) $P \& Q$       | (5) $P \implies \overline{Q}$ | (8) $\overline{\overline{Q}}$        |
| (3) $P \vee Q$     | (6) $Q \vee \overline{P}$     | (9) $(P \& \overline{Q}) \implies P$ |

*Rješenje.*

- (1) 3 nije prost broj.
- (2) 3 je prost broj i 15 je djeljiv s 3.
- (3) 3 je prost broj ili je 15 djeljiv s 3.
- (4) 3 je prost broj ako i samo ako je 15 djeljiv s 3.
- (5) Ako je 3 prost broj, onda 15 nije djeljiv s 3.
- (6) 15 je djeljiv s 3 ili 3 nije prost broj.
- (7) 3 nije prost broj i 15 nije djeljiv s 3.
- (8) Nije istina da 15 nije djeljiv s 3.
- (9) Ako je 3 prost broj i 15 nije djeljiv s 3, onda je 3 prost broj.

**Zadatak 2.** Odredite istinitost sljedećih sudova:

- (a) Ako je  $3 + 2 = 7$ , onda je  $4 + 4 = 8$ .
- (b)  $2 + 2 = 5$  ili  $4 + 4 = 10$ .
- (c) 8 je djeljiv s 5 ako i samo ako je 12 djeljiv s 5.
- (d) Nije istina da je  $1 + 1 = 3$  ili  $2 + 1 = 3$ .
- (e) Sljedeće nije istina: ako je 12 djeljiv sa 3, onda je 13 paran broj.

*Rješenje.*

- (a) Sud je istinit jer je premisa lažna.
- (b) Sud je lažan jer  $2 + 2 \neq 5$  i  $4 + 4 \neq 10$ .
- (c) Kako 8 nije djeljiv s 5 i 12 nije djeljiv s 5, oba suda su lažna, pa je njihova ekvivalencija

istinita.

(d) Disjunkcija lažnog i istinitog suda je istinit sud. Negacija tog suda je lažan sud.

(e) Implikacija:

Ako je 12 djeljiv sa 3, onda je 13 paran broj.

je lažna, pa je njena negacija istinita.

Pomoću semantičkih tablica za pojedine veznike, možemo izgraditi semantičke tablice i za sudove koji sadrže više logičkih veznika. Primjerice, semantička tablica suda  $(P \Rightarrow \overline{Q}) \vee (P \& R)$  je:

| $P$ | $Q$ | $R$ | $(P \Rightarrow \overline{Q})$ | $\vee$ | $(P \& R)$ |
|-----|-----|-----|--------------------------------|--------|------------|
| 0   | 0   | 0   | 1                              | 1      | 0          |
| 0   | 0   | 1   | 1                              | 1      | 0          |
| 0   | 1   | 0   | 1                              | 0      | 0          |
| 0   | 1   | 1   | 1                              | 0      | 0          |
| 1   | 0   | 0   | 1                              | 1      | 0          |
| 1   | 0   | 1   | 1                              | 1      | 1          |
| 1   | 1   | 0   | 0                              | 0      | 0          |
| 1   | 1   | 1   | 0                              | 0      | 1          |

Sudovi  $X$  i  $Y$  su **semantički jednaki**, oznaka  $X \equiv Y$ , ako su im semantičke tablice jednake.

**Zadatak 3.** Provjerite zakone asocijativnosti i distributivnosti za konjunkciju i disjunkciju:

(a)  $P \& (Q \& R) \equiv (P \& Q) \& R$

(b)  $P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R$

(c)  $P \& (Q \vee R) \equiv (P \& Q) \vee (P \& R)$

(d)  $P \vee (Q \& R) \equiv (P \vee Q) \& (P \vee R)$

*Rješenje.*

(a) **Asocijativnost konjunkcije:** Obje strane su istinite **samo** u slučaju kada su  $P$ ,  $Q$  i  $R$  istinite. U svih ostalih 7 slučajeva, obje strane su lažne. Zbog podudaranja tablica, sudovi su semantički jednaki.

(b) **Asocijativnost disjunkcije:** Obje strane su lažne **samo** u slučaju kada su  $P$ ,  $Q$  i  $R$  lažne. U svih ostalih 7 slučajeva, obje strane su istinite. Zbog podudaranja tablica, sudovi su semantički jednaki.

(c) **Distributivnost konjunkcije prema disjunktiji:**  $P \& (Q \vee R) \equiv (P \& Q) \vee (P \& R)$

| $P$ | $Q$ | $R$ | $P \& (Q \vee R)$ | $(P \& Q) \vee (P \& R)$ |
|-----|-----|-----|-------------------|--------------------------|
| 0   | 0   | 0   | 0                 | 0                        |
| 0   | 0   | 1   | 0                 | 0                        |
| 0   | 1   | 0   | 0                 | 0                        |
| 0   | 1   | 1   | 0                 | 0                        |
| 1   | 0   | 0   | 0                 | 0                        |
| 1   | 0   | 1   | 1                 | 1                        |
| 1   | 1   | 0   | 1                 | 1                        |
| 1   | 1   | 1   | 1                 | 1                        |

Stupci ispod glavnih veznika (podebljani) su identični, pa su sudovi semantički jednaki.

(d) **Distributivnost disjunktije prema konjunkciji:**  $P \vee (Q \& R) \equiv (P \vee Q) \& (P \vee R)$

| $P$ | $Q$ | $R$ | $P \vee (Q \& R)$ | $(P \vee Q) \& (P \vee R)$ |
|-----|-----|-----|-------------------|----------------------------|
| 0   | 0   | 0   | 0                 | 0                          |
| 0   | 0   | 1   | 0                 | 1                          |
| 0   | 1   | 0   | 0                 | 0                          |
| 0   | 1   | 1   | 1                 | 1                          |
| 1   | 0   | 0   | 1                 | 1                          |
| 1   | 0   | 1   | 1                 | 1                          |
| 1   | 1   | 0   | 1                 | 1                          |
| 1   | 1   | 1   | 1                 | 1                          |

Stupci ispod glavnih veznika (podebljani) su identični, pa su sudovi semantički jednaki.

Za složenu izjavu kažemo da je **tautologija** ako je istinita neovisno o istinitosti njenih sastavnih sudova.

**Zadatak 4.** Dokažite da su sljedeće izjave tautologije:

(a)  $(P \& (P \Rightarrow Q)) \Rightarrow Q$

(b)  $(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\overline{Q} \Rightarrow \overline{P})$

(c)  $((P \Rightarrow Q) \& (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$

*Rješenje.* Treba pokazati da u semantičkoj tablici svih ovih sudova "imamo sve jedinice".

(a)

| $P$ | $Q$ | $( P \& ( P \Rightarrow Q ) ) \Rightarrow Q$ |   |   |
|-----|-----|----------------------------------------------|---|---|
| 0   | 0   | 0                                            | 1 | 1 |
| 0   | 1   | 0                                            | 1 | 1 |
| 1   | 0   | 0                                            | 0 | 1 |
| 1   | 1   | 1                                            | 1 | 1 |

(b)

| $P$ | $Q$ | $( P \Rightarrow Q ) \Leftrightarrow ( \overline{Q} \Rightarrow \overline{P} )$ |   |   |   |   |
|-----|-----|---------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|
| 0   | 0   | 1                                                                               | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0   | 1   | 1                                                                               | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1   | 0   | 0                                                                               | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1   | 1   | 1                                                                               | 1 | 0 | 1 | 0 |

(c)

| $P$ | $Q$ | $R$ | $( ( P \Rightarrow Q ) \& ( Q \Rightarrow R ) ) \Rightarrow ( P \Rightarrow R )$ |   |   |   |
|-----|-----|-----|----------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|
| 0   | 0   | 0   | 1                                                                                | 1 | 1 | 1 |
| 0   | 0   | 1   | 1                                                                                | 1 | 1 | 1 |
| 0   | 1   | 0   | 1                                                                                | 0 | 0 | 1 |
| 0   | 1   | 1   | 1                                                                                | 1 | 1 | 1 |
| 1   | 0   | 0   | 0                                                                                | 0 | 1 | 0 |
| 1   | 0   | 1   | 0                                                                                | 0 | 1 | 1 |
| 1   | 1   | 0   | 1                                                                                | 0 | 0 | 0 |
| 1   | 1   | 1   | 1                                                                                | 1 | 1 | 1 |

## Negiranje složenih izjava

Semantičkim tablicama lako provjerimo sljedeće:

$$\overline{P \& Q} \equiv \overline{P} \vee \overline{Q}$$

$$\overline{P \vee Q} \equiv \overline{P} \& \overline{Q}$$

$$\overline{P \Rightarrow Q} \equiv P \& \overline{Q}$$

$$\overline{P \Leftrightarrow Q} \equiv (\overline{P} \& Q) \vee (P \& \overline{Q}) \equiv \overline{P \Rightarrow Q} \vee \overline{Q \Rightarrow P}$$

$$\overline{\overline{P}} \equiv P$$

**Zadatak 5.** Negirajte sljedeće izjave:

- (a) Danas je utorak i pada kiša.
- (b) Broj 3 je prost ili je paran.
- (c) Ako 15 nije djeljiv s 2, onda nije djeljiv s 4.
- (d)  $2 + 2 = 8$  ako i samo ako je 3 prost broj.

*Rješenje.*

- (a) Danas nije utorak ili ne pada kiša.
- (b) Broj 3 nije prost i nije paran.
- (c) 15 nije djeljiv s 2 i djeljiv je s 4. (Prema  $\overline{P \implies Q} \equiv P \& \overline{Q}$ )
- (d)  $(2 + 2 = 8 \text{ i } 3 \text{ nije prost broj})$  ili  $(2 + 2 \neq 8 \text{ i } 3 \text{ je prost broj})$ . (Prema  $\overline{P \iff Q} \equiv (P \& \overline{Q}) \vee (\overline{P} \& Q)$ )

Sud  $B \implies A$  zove se **obrat**, a sud  $\overline{B} \implies \overline{A}$  zove se **obrat po kontrapoziciji** suda  $A \implies B$ .

Vrijedi:  $A \implies B \equiv \overline{B} \implies \overline{A}$

## Kvantifikatori

Rečenice poput  $x + y = 2$ ,  $x$  je djeljiv s 5,  $x$  zadovoljava  $x > 0$  zovemo **predikati**.

Od predikata dobivamo sudove pomoću kvantifikatora. Postoje:

- **univerzalni kvantifikator**  $\forall$  (čitamo ga *za svaki*)
- **egzistencijalni kvantifikator**  $\exists$  (čitamo ga *postoji*)

*Primjer.* Zapišimo simbolima sljedeće izjave:

- (1) Svaki prirodan broj je djeljiv s 1.  $(\forall n \in \mathbb{N})(1 \mid n)$
- (2) Postoji realan broj koji nije racionalan.  $(\exists x \in \mathbb{R})(x \notin \mathbb{Q})$
- (3) Za svaki realan broj postoji prirodan broj koji je veći od njega.  $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists n \in \mathbb{N})(x < n)$

- (4) Postoji prirodan broj koji je djelitelj svakog prirodnog broja.  $(\exists n \in \mathbb{N})(\forall m \in \mathbb{N})(n \mid m)$

**Zadatak 6.** Odredite istinitost sljedećih izjava:

- |                                             |                                                                        |
|---------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| (a) $(\forall x \in \mathbb{R})(x = x^2)$   | (f) $(\forall y \in \mathbb{N})(\exists x \in \mathbb{N})(y \geq x)$   |
| (b) $(\exists x \in \mathbb{R})(x = x^2)$   | (g) $(\exists x \in \mathbb{N})(\forall y \in \mathbb{N})(y \geq x)$   |
| (c) $(\forall x \in \mathbb{R})(x + 1 > x)$ | (h) $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})(y \geq x)$   |
| (d) $(\exists x \in \mathbb{R})(x + 2 = x)$ | (i) $(\forall y \in \mathbb{R}^+)(\exists x \in \mathbb{R}^+)(xy = 1)$ |
| (e) $(\exists x \in \mathbb{R})( x  = 0)$   |                                                                        |

*Rješenje.*

- |                                                                                                                                   |                                                                                                                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (a) Izjava je lažna. Nije svaki realan broj jednak svom kvadratu, npr. $x = 2$                                                    | (f) Istina. Za svaki prirodan broj $y$ , uvijek postoji neki prirodan broj $x$ koji je manji ili jednak, npr. $x = 1$ . |
| (b) Izjava je istinita. Postoji takav broj, npr. $x = 0$ ili $x = 1$ .                                                            | (g) Istina. Postoji; $x = 1$ je manji ili jednak svakom prirodnom broju $y$ .                                           |
| (c) Istina. Za svaki realni broj $x$ vrijedi da je $x + 1 > x$ jer je $1 > 0$ .                                                   | (h) Laž. Skup realnih brojeva nema najmanji element.                                                                    |
| (d) Laž. Ne postoji realni broj za koji je $x + 2 = x$ . Kad bi postojao, kraćenjem $x$ bi dobili $2 = 0$ , što je kontradikcija. | (i) Istina. Za svaki pozitivan realan broj $y$ , za $x = \frac{1}{y} \in \mathbb{R}^+$ vrijedi $xy = 1$ .               |
| (e) Istina. Postoji, to je $x = 0$ .                                                                                              |                                                                                                                         |

**Zadatak 7.** Zapišite simbolima sljedeće izjave:

- (a) Svaki prirodan broj manji je od nekog prirodnog broja.
- (b) Postoji prirodan broj veći od svakog prirodnog broja.
- (c) Svaki prirodan broj koji je kvadrat parnog broja je djeljiv s 4.
- (d) Svaki prirodan broj koji je djeljiv s 14 je djeljiv s 2 i sa 7.
- (e) Ako je produkt nekih dvaju prirodnih brojeva djeljiv prostim brojem  $p$ , onda je s  $p$  djeljiv barem jedan od tih dvaju brojeva.

*Rješenje.*

- (a)  $(\forall x \in \mathbb{N})(\exists y \in \mathbb{N})(x < y)$
- (b)  $(\exists x \in \mathbb{N})(\forall y \in \mathbb{N})(x > y)$
- (c)  $(\forall n \in \mathbb{N})((\exists k \in \mathbb{N})(n = (2k)^2) \implies 4 \mid n)$
- (d)  $(\forall n \in \mathbb{N})(14 \mid n \implies (2 \mid n \ \& \ 7 \mid n))$
- (e)  $(\forall m, n \in \mathbb{N})(\forall p \text{ prost})(p \mid (m \cdot n) \implies (p \mid m \vee p \mid n))$

Vrijedi

$$\overline{\forall x P(x)} \equiv \exists x \overline{P(x)} \quad \text{ i } \quad \overline{\exists x P(x)} \equiv \forall x \overline{P(x)}.$$

Dakle, izjave koje sadrže kvantifikatore negiramo tako da svaki kvantifikator  $\forall$  prijeđe u  $\exists$  i obratno, a predikat koji ne sadrži kvantifikatore negiramo kao prije.

**Zadatak 8.** Negirajte sljedeće izjave:

- (a)  $(\exists x \in \mathbb{N})(x + 1 = 8)$
- (b)  $(\forall x \in \mathbb{N})(x < 8)$
- (c)  $(\exists x \in \mathbb{N})(x + 1 > 4)$
- (d)  $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R})(x^2 + y^2 \geq 4)$
- (e)  $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})(x^2 + y < y^2)$
- (f)  $(\forall r \in \mathbb{R})(r > 0 \vee r < 0)$
- (g)  $(\forall x \in \mathbb{Q})(x \cdot 0 = 0 \ \& \ x \cdot 1 = x)$
- (h)  $(\exists a \in \mathbb{R}^+)(a \neq -1 \implies a = -2)$
- (i)  $(\forall a \in \mathbb{Q})(\forall b \in \mathbb{Q})(\frac{a}{b} \in \mathbb{Q})$
- (j)  $(\exists n \in \mathbb{N})(n + 1 = n \vee n - 1 = n)$
- (k)  $(\forall x \in \mathbb{R})(\sqrt{x} \in \mathbb{R})$
- (l)  $(\forall x \in \mathbb{R})(x^2 - x \geq 0 \iff (x \leq 0 \vee x \geq 1))$

*Rješenje.*

- (a)  $(\forall x \in \mathbb{N})(x + 1 \neq 8)$  (g)  $(\exists x \in \mathbb{Q})(x \cdot 0 \neq 0 \vee x \cdot 1 \neq x)$   
 (b)  $(\exists x \in \mathbb{N})(x \geq 8)$  (h)  $(\forall a \in \mathbb{R}^+)(a \neq -1 \ \& \ a \neq -2)$   
 (c)  $(\forall x \in \mathbb{N})(x + 1 \leq 4)$  (i)  $(\exists a \in \mathbb{Q})(\exists b \in \mathbb{Q})(\frac{a}{b} \notin \mathbb{Q})$   
 (d)  $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})(x^2 + y^2 < 4)$  (j)  $(\forall n \in \mathbb{N})(n + 1 \neq n \ \& \ n - 1 \neq n)$   
 (e)  $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R})(x^2 + y \geq y^2)$  (k)  $(\exists x \in \mathbb{R})(\sqrt{x} \notin \mathbb{R})$   
 (f)  $(\exists r \in \mathbb{R})(r \leq 0 \ \& \ r \geq 0)$  (l)  $(\exists x \in \mathbb{R})((x^2 - x \geq 0 \ \& \ 0 < x < 1) \vee (x^2 - x < 0 \ \& \ (x \leq 0 \vee x \geq 1)))$

Obrat po kontrapoziciji suda  $\forall x(P(x) \implies Q(x))$  je sud

$$\forall x(\overline{Q(x)} \implies \overline{P(x)}).$$

Analogno dobivamo obrat po kontrapoziciji i za implikacije koje imaju više kvantifikatora na početku. Dakle, kvantifikatori ostaju isti i napravimo obrat po kontrapoziciji implikacije.

**Zadatak 9.** Napišite obrat po kontrapoziciji sljedećih izjava:

- (a)  $(\forall n \in \mathbb{N})(2 \mid n \implies (\exists k \in \mathbb{Z})(n = 4k \vee n = 4k + 2))$   
 (b)  $(\forall x, y \in \mathbb{R})((x > 0 \ \& \ y > 0) \implies xy > 0)$   
 (c)  $(\forall x, y \in \mathbb{R})((x^2 > x \ \& \ y > 0) \implies xy > y)$   
 (d)  $(\forall x \in \mathbb{R})(x^2 - 2x < 0 \implies (x < 2 \ \& \ x > 0))$   
 (e)  $(\forall x \in \mathbb{R})(x^2 - 7x + 12 > 0 \implies x < 3)$

*Rješenje.*

- (a)  $(\forall n \in \mathbb{N})((\forall k \in \mathbb{Z})(n \neq 4k \ \& \ n \neq 4k + 2) \implies 2 \nmid n)$   
 (b)  $(\forall x, y \in \mathbb{R})(xy \leq 0 \implies (x \leq 0 \vee y \leq 0))$   
 (c)  $(\forall x, y \in \mathbb{R})(xy \leq y \implies (x^2 \leq x \vee y \leq 0))$   
 (d)  $(\forall x \in \mathbb{R})((x \geq 2 \vee x \leq 0) \implies x^2 - 2x \geq 0)$   
 (e)  $(\forall x \in \mathbb{R})(x \geq 3 \implies x^2 - 7x + 12 \leq 0)$