

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 2. veljače 2023.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.

Zadatak 1. (STARO)

- (2 boda) Iskažite aksiom matematičke indukcije.
- (3 boda) Postoji li cjelobrojni polinom stupnja 5 čiji je slobodni član 5, a jedna od nultočaka 3? Odgovor detaljno obrazložite.
- (3 boda) Odredite sumu svih (kompleksnih) nultočaka polinoma $x^4 - 2$. Odgovor detaljno obrazložite.

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 2. veljače 2023.

Zadatak 2. Dokažite da za svaki prirodni broj n vrijedi

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 2. veljače 2023.

Zadatak 3.

- (a) (5 bodova) Odredite najveću zajedničku mjeru brojeva 19404 i 15120 te pronađite cijele brojeve k i ℓ takve da je ta mjera jednaka $19404k + 15120\ell$.
- (b) (3 boda) Odredite najveću zajedničku mjeru polinoma $f(x) = x^5 + x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 1$ i $g(x) = x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 3x + 2$.

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 2. veljače 2023.

Zadatak 4. (STARO)

- (a) Odredite posljednju znamenku broja $2^{2023} - 3^{2023} + 5^{2023}$.
- (b) Odredite sve normirane polinome $f \in \mathbb{Z}[x]$ stupnja 4 kojima je jedna nultočka $1 - i$, a pri dijeljenju s $x - 1$ daju ostatak 3.

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 2. veljače 2023.

Zadatak 5. Rastavite izraz

$$\frac{x + 10}{x^5 + x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 4x + 4}$$

na parcijalne razlomke.

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 2. veljače 2023.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.

Zadatak 1. (STARO)

- (2 boda) Iskažite aksiom potpunosti.
- (3 boda) Postoji li cjelobrojni polinom supnja 5 čiji je vodeći koeficijent 5, a jedna od nultočaka $\frac{1}{3}$.
Odgovor detaljno obrazložite.
- (3 boda) Odredite sumu svih (kompleksnih) nultočaka polinoma $x^4 - 3$.
Odgovor detaljno obrazložite.

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 2. veljače 2023.

Zadatak 2. Dokažite da za svaki prirodni broj n vrijedi

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}.$$

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 2. veljače 2023.

Zadatak 3.

- (a) (5 bodova) Odredite najveću zajedničku mjeru brojeva 12936 i 10080 te pronađite cijele brojeve k i ℓ takve da je ta mjera jednaka $12936k + 10080\ell$.
- (b) (3 boda) Odredite najveću zajedničku mjeru polinoma $f(x) = x^5 - x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x - 1$ i $g(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2$.

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 2. veljače 2023.

Zadatak 4. (STARO)

- (a) Odredite posljednju znamenku broja $3^{2023} - 5^{2023} + 7^{2023}$.
- (b) Odredite sve normirane polinome $f \in \mathbb{Z}[x]$ stupnja 4 kojima je jedna nultočka $1 + i$, a pri dijeljenju s $x - 2$ daju ostatak 1.

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 2. veljače 2023.

Zadatak 5. Rastavite izraz

$$\frac{x + 8}{x^5 - x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 4x - 4}$$

na parcijalne razlomke.