

Ponavljjanje kroz zadatke: sustavi linearnih jednadžbi (OPLA)

1. Odredite skup svih rješenja sustava

$$\begin{cases} ax + by - 3z = -3 \\ -2x - by + cz = -1 \\ ax + 3y - cz = -3 \end{cases}$$

ako znamo da je $(1, -1, 2)$ jedno njegovo rješenje.

2. Geometrijski interpretirajte sustav linearnih jednadžbi s tri nepoznanice, te skup svih moguća rješenja takvog sustava.
3. Metodom eliminacije riješite sljedeći sustav linearnih jednadžbi

$$\begin{cases} 3w + 3x + y = 1 \\ 2w + x + y + z = 1 \\ 2w + 3x + y - z = 2 \end{cases}.$$

Zatim odredite sva rješenja pripadnog homogenog sustava.

4. Riješite sljedeći sustav za one $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ za koje je on homogen

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 12x_3 = \lambda^2 - \lambda \\ 4x_1 + \lambda x_2 - 2x_3 = \ln|\lambda| + \cos \mu - 1 \\ 3x_1 - 5x_2 + \mu x_3 = \lambda\mu \end{cases}.$$

5. Odredite sve $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ za koje je matrica

$$A = \begin{bmatrix} 0 & x - 3y + 2z & 3x - 5y + 2z \\ 2 & \sqrt{2} & x - 2y + z \\ 3 & 5/4 & 0 \end{bmatrix}$$

(a) simetrična, (b) donjotrokutasta.

6. Neka je $A \in M_{3,4}$. Nađite jedno rješenje sustava $AX = B$ ako je stupac B jednak zbroju stupaca od A .
7. Ako su $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^T$ i $\begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}^T$ dva rješenja sustava $AX = B$, dokažite da tada ovaj sustav ima beskonačno mnogo rješenja i da je $r(A_p) \leq 2$, pri čemu je $A_p = [A \mid B]$ proširena matrica sustava. Nađite još tri rješenja promatranog sustava.
8. Neka su $C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 1 & 2 \end{bmatrix}^T, C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}^T$ rješenja sustava $AX = B$, pri čemu je A matrica ranga 4. Odredite skup svih rješenja ovog sustava.
9. Riješite sljedeći sustav jednadžbi:

$$\begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 1 \\ 2x^2 - xy + 3y^2 = 13 \\ x^2 + 3xy + 2y^2 = 0 \end{cases}.$$

10. U restoranu se nalazi 20 stolova koji su za 4, 6 ili 8 osoba. Kada su svi stolovi potpuno zauzeti, u restoranu sjedi 108 osoba. Ako se popuni polovica stolova za 4 osobe, polovica stolova za 6 osoba i četvrtina stolova za 8 osoba, tada je smješteno 46 osoba. Koliko je stolova pojedine veličine?