

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij, 28. 11. 2005.

Ime i prezime: _____

JMBAG: _____

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ |
|---|---|---|---|---|----------|
| | | | | | |

- (5) 1. Odredite prirodnu domenu funkcije zadane formulom

$$f(x) = \log_{9-x^2} \frac{x^2 - 4x - 5}{\sqrt{3^{2x+2} + 17 \cdot 3^x - 2}}.$$

- (5) 2. Funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana je formulom

$$f(x) = \frac{2x^6 + 1}{x^6 + 2}.$$

Odredite sliku \mathcal{R}_f funkcije f i skup $f^{-1}([1, 4])$.

- (5) 3. Za funkciju $f: \mathbb{R} \rightarrow [2, 4]$ definiranu sa

$$f(x) = 2^{\frac{4}{\pi} \arctg(|x-1|+1)}$$

odredite skupove $f([0, +\infty))$ i $f^{-1}(f([0, +\infty)))$. Da li je f surjekcija?

- (5) 4. Funkcija f je zadana formulom

$$f(x) = -\sqrt{\sin^2 x - 5 \sin x + 6}.$$

Pokažite da je f injekcija na $\langle -\frac{\pi}{2}, 0 \rangle$ i odredite $(f|_{\langle -\frac{\pi}{2}, 0 \rangle})^{-1}$.

- (5) 5. Neka je $ABCD$ kvadrat s duljinom stranice a . Na \overline{BC} i \overline{CD} nalaze se redom točke E i F takve da je $|CE| = |CF| = \frac{a}{3}$. Na stranici \overline{AB} odabrana je točka T , a zatim je sa S označena točka na \overline{AD} za koju je $|AS| = |AT|$. Za koji izbor točke T je površina trapeza $STEF$ najveća moguća?

Napomena:

Svaki zadatak pišite na zasebnom potpisanom papiru. Obavezno predajte ovaj list uz zadaću.

Rezultati:

U petak 2. 12. 2005. u 14 sati na <http://www.math.hr/nastava/analiza> i na oglasnoj ploči.

I.G. V.K. A.M. O.P.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij, 28. 11. 2005.

Ime i prezime: _____

JMBAG: _____

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ |
|---|---|---|---|---|----------|
| | | | | | |

- (5) 1. Odredite prirodnu domenu funkcije zadane formulom

$$f(x) = \log_{16-x^2} \frac{x^2 - 3x - 4}{\sqrt{2^{2x+2} + 3 \cdot 2^x - 1}}.$$

- (5) 2. Funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana je formulom

$$f(x) = \frac{4x^8 + 1}{2x^8 + 3}.$$

Odredite sliku \mathcal{R}_f funkcije f i skup $f^{-1}([1, 3])$.

- (5) 3. Za funkciju $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ definiranu sa

$$f(x) = \text{th}(\log_2(|x - 2| + 1))$$

odredite skupove $f([1, +\infty))$ i $f^{-1}(f([1, +\infty)))$. Da li je f surjekcija?

- (5) 4. Funkcija f je zadana formulom

$$f(x) = e^{\arctg(\frac{\pi}{8}(x^2 - 3x + 2))}.$$

Pokažite da je f injekcija na $[2, 3]$ i odredite $(f|_{[2,3]})^{-1}$.

- (5) 5. Neka je ABC jednakostranični trokut s duljinom stranice a . Na stranici \overline{AB} odabrana je točka T . Zatim je na \overline{AC} uzeta točka M takva da je dužina \overline{TM} paralelna s \overline{BC} , a točka N je nožište okomice iz T na stranicu \overline{BC} . Za koji izbor točke T je površina trapeza $NCMT$ najveća moguća?

Napomena:

Svaki zadatak pišite na zasebnom potpisanom papiru. Obavezno predajte ovaj list uz zadaću.

Rezultati:

U petak 2. 12. 2005. u 14 sati na <http://www.math.hr/nastava/analiza> i na oglasnoj ploči.

I.G. V.K. A.M. O.P.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij, 28. 11. 2005.

Ime i prezime: _____

JMBAG: _____

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ |
|---|---|---|---|---|----------|
| | | | | | |

- (5) 1. Odredite prirodnu domenu funkcije zadane formulom

$$f(x) = \log_{16-x^2} \frac{x^2 + 4x - 5}{\sqrt{3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 9}}.$$

- (5) 2. Funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana je formulom

$$f(x) = \frac{5x^{10} + 1}{x^{10} + 5}.$$

Odredite sliku \mathcal{R}_f funkcije f i skup $f^{-1}([1, 6])$.

- (5) 3. Za funkciju $f: \mathbb{R} \rightarrow [1, 3]$ definiranu sa

$$f(x) = 9^{\frac{2}{\pi} \operatorname{arccotg}(|x-3|+1)}$$

odredite skupove $f([2, +\infty))$ i $f^{-1}(f([2, +\infty)))$. Da li je f surjekcija?

- (5) 4. Funkcija f je zadana formulom

$$f(x) = -\log_2(x^4 - 3x^2 + 2).$$

Pokažite da je f injekcija na $\langle \sqrt{2}, \sqrt{3} \rangle$ i odredite $(f|_{\langle \sqrt{2}, \sqrt{3} \rangle})^{-1}$.

- (5) 5. Neka je ABC jednakokrani pravokutni trokut s duljinom katete a i pravim kutom kod vrha C . Na stranici \overline{AC} odabrana je točka T , dok je D točka na stranici \overline{BC} takva da je $|CD| = \frac{a}{3}$. Nožišta okomica iz T i D na stranicu \overline{AB} redom su označena s M i N . Za koji izbor točke T je površina trapeza $TMND$ najveća moguća?

Napomena:

Svaki zadatak pišite na zasebnom potpisanom papiru. Obavezno predajte ovaj list uz zadaću.

Rezultati:

U petak 2. 12. 2005. u 14 sati na <http://www.math.hr/nastava/analiza> i na oglasnoj ploči.

I.G. V.K. A.M. O.P.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij, 28. 11. 2005.

Ime i prezime: _____

JMBAG: _____

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ |
|---|---|---|---|---|----------|
| | | | | | |

- (5) 1. Odredite prirodnu domenu funkcije zadane formulom

$$f(x) = \log_{9-x^2} \frac{x^2 + 3x - 4}{\sqrt{2^{2x} - 2^{x+1} - 8}}.$$

- (5) 2. Funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana je formulom

$$f(x) = \frac{3x^{12} + 1}{x^{12} + 3}.$$

Odredite sliku \mathcal{R}_f funkcije f i skup $f^{-1}([1, 5])$.

- (5) 3. Za funkciju $f: \mathbb{R} \rightarrow [1, 2]$ definiranu sa

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \operatorname{arctg}(\operatorname{sh}(|x - 4|) + 1)$$

odredite skupove $f([3, +\infty))$ i $f^{-1}(f([3, +\infty)))$. Da li je f surjektivna?

- (5) 4. Funkcija f je zadana formulom

$$f(x) = -\log_2^4 x + 4 \log_2^2 x - 3.$$

Pokažite da je f injektivna na $[4, 8]$ i odredite $(f|_{[4,8]})^{-1}$.

- (5) 5. Neka je ABC jednakostranični trokut s duljinom stranice a i neka je D polovište stranice \overline{BC} . Na stranici \overline{AB} odabrana je točka T . Zatim su iz T spuštene okomice na dužine \overline{BC} i \overline{AD} , čija nožišta su redom označena M i N . Za koji izbor točke T je površina pravokutnika $MDNT$ najveća moguća?

Napomena:

Svaki zadatak pišite na zasebnom potpisanom papiru. Obavezno predajte ovaj list uz zadaću.

Rezultati:

U petak 2. 12. 2005. u 14 sati na <http://www.math.hr/nastava/analiza> i na oglasnoj ploči.

I.G. V.K. A.M. O.P.