

MATEMATIČKA ANALIZA 1

prvi kolokvij - 3. studenog 2011.

Zadatak 1 (5 bodova + 1 bod)

(a) Odredite prirodnu domenu funkcije

$$f(x) = \arcsin(x^2 + x - 1) \cdot 3^{\sqrt{-x}}.$$

(b) Nađite elementarnu funkciju čija je prirodna domena skup $\mathbb{R} \setminus (2\mathbb{N} - 1)$.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

prvi kolokvij - 3. studenog 2011.

Zadatak 2 (3 boda + 3 boda) Funkcija f je zadana formulom

$$f(x) = \log_3 \left(\frac{1}{\pi} \arccos x \right).$$

- (a) Odredite sliku funkcije f .
- (b) Nađite skup S takav da je restrikcija $f|_{\langle -1, \frac{1}{2} \rangle} : \langle -1, \frac{1}{2} \rangle \rightarrow S$ surjekcija, tj. da je $f|_{\langle -1, \frac{1}{2} \rangle}$ surjekcija s domenom $\langle -1, \frac{1}{2} \rangle$ i kodomenom S .

MATEMATIČKA ANALIZA 1
prvi kolokvij - 3. studenog 2011.

Zadatak 3 (6 bodova) Neka je

$$f(x) = 3^{\left\lceil \frac{\operatorname{sh} x + 1}{1 - \operatorname{sh} x} \right\rceil + 1}.$$

Odredite $f^{-1}(\langle 3, 27 \rangle)$.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

prvi kolokvij - 3. studenog 2011.

Zadatak 4 (7=4+3 bodova)

- (a) Neka je $f : [0, 1] \rightarrow [-1, 1]$ funkcija definirana formulom

$$f(x) := \cos(\pi x^2 - 2\pi x).$$

Dokažite da je f strogo padajuća bijekcija i odredite joj inverz.

- (b) Dokažite ili opovrgnite sljedeću tvrdnju: Ako je $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ injekcija tada postoji realan broj $\lambda \neq 0$ takav da je funkcija $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definirana s

$$g(x) := f(x) + \lambda x$$

također injekcija.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

prvi kolokvij - 3. studenog 2011.

Zadatak 1 (5 bodova + 1 bod)

- (a) Odredite prirodnu domenu funkcije

$$f(x) = \arccos(x^2 - x - 1) \cdot 2^{\sqrt{x}}.$$

- (b) Nađite elementarnu funkciju čija je prirodna domena skup $\mathbb{R} \setminus 2\mathbb{N}$.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

prvi kolokvij - 3. studenog 2011.

Zadatak 2 (3 boda + 3 boda) Funkcija f je zadana formulom

$$f(x) = \frac{\pi}{\pi + 2 \arcsin x}.$$

- (a) Odredite sliku funkcije f .
- (b) Nađite skup S takav da je restrikcija $f|_{\langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle} : \langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle \rightarrow S$ surjekcija, tj. da je $f|_{\langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle}$ surjekcija s domenom $\langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$ i kodomenom S .

MATEMATIČKA ANALIZA 1
prvi kolokvij - 3. studenog 2011.

Zadatak 3 (6 bodova) Neka je

$$f(x) = 4 \left\lfloor \frac{2 - \tanh x}{1 + \tanh x} \right\rfloor^{-1}.$$

Odredite $f^{-1}([4, 64])$.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

prvi kolokvij - 3. studenog 2011.

Zadatak 4 (7=4+3 bodova)

- (a) Neka je $f : \langle -2, -1 \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija definirana formulom

$$f(x) := \operatorname{ctg}(\pi x^2 + 2\pi x).$$

Dokažite da je f strogo rastuća bijekcija i odredite joj inverz.

- (b) Dokažite ili opovrgnite sljedeću tvrdnju: Ako je $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ surjekcija tada postoji realan broj $\lambda \neq 0$ takav da je funkcija $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definirana s

$$g(x) := f(x) + \lambda x$$

također surjekcija.