

MATEMATIČKA ANALIZA 1

popravni kolokvij - 23. siječnja 2012.

Zadatak 1 (12=6+6 bodova)

(a) Odredite prirodno područje definicije funkcije zadane formulom

$$\frac{\sqrt{\ln(3 - |x|)}}{\ln |x|} - \frac{1}{1 - \operatorname{ch}(x^2 + 4x - 5)}.$$

(b) Neka je $f(x) = \frac{\sin x - 1}{2 - \sin x}$.

(b1) Odredite $f\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

(b2) Odredite $f^{-1}\left(f\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)\right)$.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

popravni kolokvij - 23. siječnja 2012.

Zadatak 2 (12=3+3+3+3 bodova)

- (a) Nađite inverz funkcije zadane formulom $f(x) = \frac{1-e^{x^2-x}}{1+e^{x^2-x}}$ na intervalu $\langle -\infty, 0 \rangle$.
- (b) Da li je funkcija zadana gornjom formulom injekcija na $\langle 0, 1 \rangle$?
- (c) Izračunajte limes $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-e^{x^2-x}}{1+e^{x^2-x}}$.
- (d) Odredite infimum i supremum skupa $S = \left\{ \frac{1-e^{x^2-x}}{1+e^{x^2-x}} : x \in [0, +\infty) \right\}$.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

popravni kolokvij - 23. siječnja 2012.

Zadatak 3 (13=6+7 bodova)

Odredite limese sljedećih nizova (ako postoje):

(a)
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 1}{2n^3 - 2 \sin n^2} \cdot \frac{n}{\sqrt[3]{n^2 - 1}},$$

(b)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n},$$

gdje je a_n jednak produktu znamenki broja n (u bazi 10).

MATEMATIČKA ANALIZA 1

popravni kolokvij - 23. siječnja 2012.

Zadatak 4 (13=7+6 bodova)

(a) Odredite, ako postoje, infimum i supremum skupa

$$S := \left\{ (-1)^{m+n} \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{mn} \right) : m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

(b) Izračunajte limes

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{x + \operatorname{Arsh} 3x}.$$