

MATEMATIČKA ANALIZA 2

1. kolokvij, 14. 4. 2007.

Ime i prezime: _____ JMBAG: _____
(10-znamenkasti broj na x-ici)

- (a) Koristeći se teoremom o derivaciji inverzne funkcije izvedite formulu za derivaciju funkcije \arcsin . [4 bodova]
(b) Matematički precizno iskažite i dokažite Fermatovu lemu. Navedite primjer funkcije koja pokazuje da obrat Fermatove leme ne vrijedi. [6 bodova]

- Odredite kut pod kojim se sijeku krivulje

$$y^2 - 3x^2 + x + 1 = 0,$$
$$xy^2 - 1 = 0$$

u prvom kvadrantu. [10 bodova]

- (a) Odredite derivaciju funkcije $y = y(x)$ implicitno zadane relacijom

$$2y = 1 + xy^4$$

u točki $(x, y) = (1, 1)$. [5 bodova]

- (b) Neka je

$$f(x) = (1 - x^2) \cos 2x.$$

Odredite $f^{(100)}(0)$. [5 bodova]

- Zadana je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + \alpha & , \quad x < 1 \\ \operatorname{arctg}(x^2) & , \quad x \geq 1. \end{cases}$$

- (a) Odredite α takav da f bude neprekidna funkcija.
(b) Ispitajte derivabilnost funkcije f i odredite joj derivaciju tamo gdje postoji.

[10 bodova]

- Pronađite ekstreme i odredite intervale monotonosti funkcije

$$f(x) = x^2 e^x.$$

[10 bodova]

Napomena:

Rezultati:

I. Gogić, A. Mimica, O. Perše, G. Trupčević

MATEMATIČKA ANALIZA 2

1. kolokvij, 14. 4. 2007.

Ime i prezime: _____ JMBAG: _____
(10-znamenkasti broj na x-ici)

1. (a) Koristeći se teoremom o derivaciji inverzne funkcije izvedite formulu za derivaciju funkcije *Arsh*. [4 bodova]
(b) Matematički precizno iskažite i dokažite Rolleov teorem srednje vrijednosti. [6 bodova]

2. Odredite kut pod kojim se sijeku krivulje

$$y^3 - y - 4x^3 - 2 = 0,$$
$$y - 4x^3 + 2 = 0.$$

[10 bodova]

3. (a) Odredite derivaciju funkcije $y = y(x)$ implicitno zadane relacijom

$$y^2 = 2 + xy^3$$

u točki $(x, y) = (-1, 1)$.

[5 bodova]

- (b) Neka je

$$f(x) = (1 + x^2) \sin 2x.$$

Odredite $f^{(100)}(0)$.

[5 bodova]

4. Ispitajte derivabilnost funkcije

$$f(x) = -(|4^x - 16| - 1)^2.$$

Odredite derivaciju funkcije f tamo gdje postoji.

[10 bodova]

5. Pronađite ekstreme i odredite intervale monotonosti funkcije

$$f(x) = x - \operatorname{arctg} x.$$

[5 bodova]

Napomena:

Rezultati:

I. Gogić, A. Mimica, O. Perše, G. Trupčević

MATEMATIČKA ANALIZA 2

1. kolokvij, 14. 4. 2007.

Ime i prezime: _____ JMBAG: _____
(10-znamenkasti broj na x-ici)

- (a) Koristeći se teoremom o derivaciji inverzne funkcije izvedite formulu za derivaciju funkcije \arccos . [4 bodova]
(b) Matematički precizno iskažite i dokažite Lagrangeov teorem srednje vrijednosti. [6 bodova]

2. Odredite kut pod kojim se sijeku krivulje

$$\begin{aligned}x^3 - y^3 - y^2 - y &= 0, \\x^3 y - 1 &= 0\end{aligned}$$

u trećem kvadrantu. [10 bodova]

3. (a) Odredite derivaciju funkcije $y = y(x)$ implicitno zadane relacijom

$$2y^3 = 3 + xy^2$$

u točki $(x, y) = (-1, 1)$. [5 bodova]

- (b) Neka je

$$f(x) = (1 - x^3) \cos x.$$

Odredite $f^{(100)}(0)$. [5 bodova]

4. Zadana je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a & , \quad x < 1 \\ e^{x^2-1} & , \quad x \geq 1. \end{cases}$$

- (a) Odredite a takav da f bude neprekidna funkcija.
(b) Ispitajte derivabilnost funkcije f i odredite joj derivaciju tamo gdje postoji.

[10 bodova]

5. Pronađite ekstreme i odredite intervale monotonosti funkcije

$$f(x) = \frac{x}{1 + x^2}.$$

[10 bodova]

Napomena:

Rezultati:

I. Gogić, A. Mimica, O. Perše, G. Trupčević

MATEMATIČKA ANALIZA 2

1. kolokvij, 14. 4. 2007.

Ime i prezime: _____ JMBAG: _____
(10-znamenkasti broj na x-ici)

1. (a) Koristeći se teoremom o derivaciji inverzne funkcije izvedite formulu za derivaciju funkcije *Arch*. [4 bodova]
- (b) Matematički precizno iskažite i dokažite teorem o vezi između diferencijabilnosti i neprekidnosti funkcije. Primjerom pokažite da obrat teorema ne vrijedi općenito. [6 bodova]

2. Odredite kut pod kojim se sijeku krivulje

$$x^3 + y^3 - x = 0,$$

$$x^2 + y^3 + 2 = 0.$$

[10 bodova]

3. (a) Odredite derivaciju funkcije $y = y(x)$ implicitno zadane relacijom

$$y^4 = 4 + 3xy$$

u točki $(x, y) = (-1, 1)$.

[5 bodova]

(b) Neka je

$$f(x) = (1 + x^3) \sin x.$$

Odredite $f^{(100)}(0)$.

[5 bodova]

4. Ispitajte derivabilnost funkcije

$$f(x) = (|\arctg x - 1| + 1)^2.$$

Odredite derivaciju funkcije f tamo gdje postoji.

[10 bodova]

5. Pronađite ekstreme i odredite intervale monotonosti funkcije

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}.$$

[10 bodova]

Napomena:

Rezultati:

I. Gogić, A. Mimica, O. Perše, G. Trupčević