

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

1. kolokvij - 13. travnja 2010.

**Zadatak 1** (6 bodova) Zadana je funkcija

$$f(x) = \frac{2x}{1 + e^{2x}}.$$

Dokažite da je  $f^{(n)}(0)$  cijeli broj za sve  $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ .

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

1. kolokvij - 13. travnja 2010.

**Zadatak 2** (6 bodova) Dana je krivulja implicitno zadana jednadžbom

$$x^2 - xy + y^2 - 1 = 0.$$

Dokažite da na krivulji postoje dvije različite točke u kojima je tangenta paralelna bilo kojem danom pravcu  $y = kx + l$ .

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

1. kolokvij - 13. travnja 2010.

**Zadatak 3** (7 bodova) Odredite parametre  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  takve da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{1+x}\right) & , x > 0 \\ -3x^2 + \alpha x + \beta & , x \leq 0 \end{cases}$$

bude derivabilna na  $\mathbb{R}$ . Odredite joj globalne ekstreme na  $[-1, 3]$ .

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

1. kolokvij - 13. travnja 2010.

**Zadatak 4** (6 bodova) Zadana je funkcija

$$f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$$

Odredite površinu najvećeg pravokutnika čija dva susjedna vrha leže na asimptoti funkcije  $f$ , a preostala dva vrha na grafu funkcije  $f$ .

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

1. kolokvij - 13. travnja 2010.

**Zadatak 1** (6 bodova) Zadana je funkcija

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1}.$$

Dokažite da vrijedi  $(-1)^{n-1} f^{(n)}(x) > 0$  za sve  $x > 1$  i  $n \in \mathbb{N}$ .

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

1. kolokvij - 13. travnja 2010.

**Zadatak 2** (6 bodova) Dana je krivulja implicitno zadana jednadžbom

$$x^2 - xy + y^2 - 1 = 0.$$

U kojim točkama krivulje treba povući normale tako da one prolaze kroz ishodište?

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

1. kolokvij - 13. travnja 2010.

**Zadatak 3** (7 bodova) Odredite parametre  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  takve da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} - \beta x & , x < 0 \\ \ln(x^2 - x + \alpha) & , x \geq 0 \end{cases}$$

bude derivabilna na  $\mathbb{R}$ . Odredite globalne ekstreme zadane funkcije na  $[-1, 4]$ .

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

1. kolokvij - 13. travnja 2010.

**Zadatak 4** (6 bodova) Zadana je funkcija

$$f(x) = 1 - e^{-x^2}.$$

Odredite površinu najvećeg pravokutnika čija dva susjedna vrha leže na asimptoti funkcije  $f$ , a preostala dva vrha na grafu funkcije  $f$ .