

MATEMATIČKA ANALIZA 2

popravni kolokvij – 2. rujna 2014.

rezultati: utorak 2.9. od 14:00; uvidi: utorak 2.9. od 14:00.

Zadatak 1. (bodovi: 12=6+6)

(a) Za funkciju zadanu formulom $f(x) = \sin x \cos x \sin(2x) \cos(2x)$ izračunajte:

$$f^{(2014)}(0), \quad f^{(2014)}\left(\frac{\pi}{4}\right), \quad f^{(2014)}\left(\frac{\pi}{2}\right).$$

(b) Postoji li funkcija klase C^∞ na intervalu $\langle -1, 1 \rangle$ takva da vrijedi $f^{(n)}(0) = (n-2)!$ za svaki prirodni broj $n \geq 2$? Ukoliko takva funkcija postoji, nađite njenu formulu izraženu pomoću elementarnih funkcija.

MATEMATIČKA ANALIZA 2

popravni kolokvij – 2. rujna 2014.

Zadatak 2. (*bodovi: 12=4+4+4*)Promatramo krivulju danu jednažbom $y = x^4 - 2x^2 + 2x$.

- (a) Odredite jednažbu dvostruke tangente na tu krivulju, tj. pravca koji dira tu krivulju u dvije različite točke.
- (b) Izračunajte površinu omeđenog lika kojeg određuju ta krivulja i njena dvostruka tangenta.
- (c) Odredite točke infleksije te krivulje.

MATEMATIČKA ANALIZA 2

popravni kolokvij – 2. rujna 2014.

Zadatak 3. (*bodovi: 13=6+7*)

(a) Izračunajte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\ln \sqrt[n+1]{\frac{n+1}{n}} + \ln \sqrt[n+2]{\frac{n+2}{n}} + \dots + \ln \sqrt[3n]{\frac{3n}{n}} \right).$$

(b) Dana je funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x \operatorname{sh}^2(x) & , \text{ za } x \leq 0 \\ \frac{x}{(x+1)^2(x+2)} & , \text{ za } x > 0 \end{cases}.$$

Neka je $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija dana formulom $F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$. Izračunajte $F(1)$ i $F'(1)$.

MATEMATIČKA ANALIZA 2

popravni kolokvij – 2. rujna 2014.

Zadatak 4. (*bodovi: 13=7+6*)

- (a) Ispitajte apsolutnu i uvjetnu konvergenciju reda $\sum_{n=5}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln 5 + \ln 6 + \dots + \ln n}$.
- (b) Razvijte u Maclaurinov red potencija funkciju

$$f(x) = \left(\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{3^{2n+1} x^{2n+1}}{(2n+1)!} \right)^2.$$

Za koje $x \in \mathbb{R}$ taj red konvergira?