

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

1. kolokvij - 02. svibnja 2017.

**Zadatak 1** (6 bodova) Izračunajte  $f^{(200)}(1)$  za funkciju

$$f(x) = (x - 1) \operatorname{arctg}(x - 1).$$

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

1. kolokvij - 02. svibnja 2017.

**Zadatak 2** (7=4+3 bodova)

- (a) Dokažite da za svaki  $x > 0$  vrijedi

$$\ln(1 + x^6) \leq 2x^3 \operatorname{arctg} x^3.$$

- (b) Rastavite broj 3 na dva nenegativna pribrojnika tako da im zbroj korijena bude najveći.  
O kojim pribrojnicima je riječ?

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

1. kolokvij - 02. svibnja 2017.

**Zadatak 3** (6 bodova) Neka je  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} -x^{2017}, & x < 0, \\ x^{2017}, & x \geq 0. \end{cases}$

- (a) Odredite najveći  $N \in \mathbb{N}$  takav da je  $f$  klase  $C^N(\mathbb{R})$ . Obrazložite sve svoje tvrdnje!  
(Funkcija  $f$  je klase  $C^n(\mathbb{R})$  ako je  $f$   $n$  puta derivabilna u svakoj točki skupa  $\mathbb{R}$  i funkcija  $f^{(n)}$  je neprekidna.)
- (b) Neka je  $g(x) = f^{(N)}(x)$ , za svaki  $x \in \mathbb{R}$ . Dokažite da je funkcija  $g$  konveksna na  $\mathbb{R}$ . Je li  $g$  konkavna na  $\langle -\infty, 0 \rangle$ ? Obrazložite!
- (c) Navedite primjer funkcije  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  takve da: za sve  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a < b$ , funkcija  $h$  nije niti konveksna, niti konkavna na intervalu  $\langle a, b \rangle$ . Obrazložite!

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

1. kolokvij - 02. svibnja 2017.

**Zadatak 4** ( 6 bodova) Odredite intervale monotonosti, lokalne ekstreme, intervale konveksnosti i konkavnosti, točke infleksije i asimptote funkcije

$$f(x) = \frac{\ln((x-1)^2)}{x-1}$$

te skicirajte njen graf.

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

1. kolokvij - 02. svibnja 2017.

**Zadatak 1** (6 bodova) Izračunajte  $f^{(250)}(-1)$  za funkciju

$$f(x) = (x + 1) \operatorname{arctg}(x + 1).$$

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

1. kolokvij - 02. svibnja 2017.

**Zadatak 2** (7=4+3 bodova)

- (a) Dokažite da za svaki  $x > 0$  vrijedi

$$2x \operatorname{arctg} x \geq \ln(1 + x^2).$$

- (b) Rastavite broj 5 na dva nenegativna pribrojnika tako da im zbroj korijena bude najveći.  
O kojim pribrojnicima je riječ?

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

1. kolokvij - 02. svibnja 2017.

**Zadatak 3** (6 bodova) Neka je  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x^{2017}, & x \leq 0, \\ -x^{2017}, & x > 0. \end{cases}$

- (a) Odredite najveći  $N \in \mathbb{N}$  takav da je  $f$  klase  $C^N(\mathbb{R})$ . Obrazložite sve svoje tvrdnje!  
(Funkcija  $f$  je klase  $C^n(\mathbb{R})$  ako je  $f$   $n$  puta derivabilna u svakoj točki skupa  $\mathbb{R}$  i funkcija  $f^{(n)}$  je neprekidna.)
- (b) Neka je  $g(x) = f^{(N)}(x)$ , za svaki  $x \in \mathbb{R}$ . Dokažite da je funkcija  $g$  konkavna na  $\mathbb{R}$ . Je li  $g$  konveksna na  $\langle -\infty, 0]?$  Obrazložite!
- (c) Navedite primjer funkcije  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  takve da: za sve  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a < b$ , funkcija  $h$  nije niti konkavna, niti konveksna na intervalu  $\langle a, b \rangle$ . Obrazložite!

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

1. kolokvij - 02. svibnja 2017.

**Zadatak 4** (6 bodova) Odredite intervale monotonosti, lokalne ekstreme, intervale konveksnosti i konkavnosti, točke infleksije i asimptote funkcije

$$f(x) = \frac{\ln((x+2)^2)}{x+2}$$

te skicirajte njen graf.