

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi kolokvij – 19. 11. 2025.

Napomene: Odmah potpišite sve listove koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora niti ikakvih formula osim onih koje će vam biti podijeljene na početku pisanja. Svaki oblik varanja (uključujući i samo posjedovanje pametnih uređaja blizu sebe) može biti sankcionirano prijavom Stegovnom povjerenstvu i privremenom zabranom polaganja kolegija.

Zadatak 1. (16 bodova)

- (a) (8 bodova) Odredite Taylorov polinom stupnja 6 oko nule za funkciju $f(x) = e^{x^3+1}$.
- (b) (8 bodova) S greškom manjom od 10^{-3} izračunajte

$$\int_{-1}^1 e^{x^2} dx.$$

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi kolokvij – 19. 11. 2025.

Zadatak 2. (18 bodova)

a) Odredite konvergiraju li sljedeći redovi:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 10}{\sqrt{n^7 + \frac{1}{n^2} + 1}} \quad \text{i} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n + 1}{n^{\frac{3}{2}} \ln(n^3)}$$

b) Odredite radijus konvergencije reda

$$\sum_{n=1}^{\infty} (3^n + (-5)^n) x^n$$

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi kolokvij – 19. 11. 2025.

Zadatak 3. (16 bodova)

- a) Izračunajte diferencijal kompozicije $f \circ g$ funkcija $f(x, y) = (y + \ln(1 + x), y)$, $g(u, v) = (u - v, v + 1)$ u $(0, 0)$.
- b) Odredite jednadžbu tangentne ravnine na plohu $e^{-4x} + x^2yz - \sin(z^2)y = -1$ u točki $(0, 2, \sqrt{\frac{\pi}{2}})$.

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi kolokvij – 19. 11. 2025.

Zadatak 4. (10 bodova) Zadan je red

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n} \sin \frac{(2n+1)\pi}{2} .$$

(a) Da li apsolutno konvergira?

(b) Da li konvergira?

Tvrdnje dokažite.

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi kolokvij – 19. 11. 2025.

Zadatak 5. (10 bodova) Neka je $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ zadana izrazom

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

- (a) Da li je f neprekinuta u $(0, 0)$?
- (b) U kojim tačkama postoje $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ i $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$?
- (c) U kojim tačkama su $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ i $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ neprekinute ?

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi kolokvij – 19. 11. 2025.

Zadatak 6. (10 bodova) Nađite barem jednu nivo-plohu funkcije

$$f(x, y, z) = \frac{x^2 + y^2 - z}{x}$$

koja ima neprazan presjek s pravcem

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$$

te je on, u točki u kojoj ju probada, okomit na nju. Ako takva postoji. Ako ne postoji, obrazložite.

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi kolokvij – 19. 11. 2025.

Zadatak 7. (10 bodova) Neka je funkcija $z = z(x, y)$ implicitno zadana jednačbom

$$x^2 + y^2 + z^2 - 3z = 0 \text{ .}$$

- (a) Da li je z jednoznačno određena?
- (b) Pronađite i klasificirajte lokalne ekstreme funkcije z . Ili funkcija z , ako ih je više.

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi kolokvij – 19. 11. 2025.

Zadatak 8. (10 bodova)

- (a) Neka je $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^2$, $\mathbf{v} \neq (0, 0)$. Definirajte derivaciju funkcije $f : \mathcal{O} \subset \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$, u smjeru vektora $\mathbf{v}$, u točki $T(x, y)$.
- (b) Postoji li točka $T(x, y)$ u kojoj funkcija $f(x, y) = \frac{1}{xy}$ ima derivaciju u smjeru vektora $\mathbf{v} = (-1, 2)$ jednaku 1? Ako postoji, nađite barem jednu takvu točku.