Linearna algebra 1 (2020./2021.)

2. domaća zadaća

1. Neka je $T \in M_n$. Dokažite da je $M = \{A \in M_n : AT = TA\}$ potprostor od M_n. Može li se dogoditi da je M nulpotprostor? Može li se dogoditi da je M jednak M_n? Odgovore obrazložite.

2. Neka je $D \in M_3$ dijagonalna matrica na čijoj su dijagonali α, β, γ. U ovisnosti o α, β, γ odredite dimenziju prostora $M = \{A \in M_n : AD = DA\}$.

3. Neka je $\mathcal{P}_3$ prostor svih polinoma stupnja manjeg ili jednakog 3, te neka su

$$M = \{p \in \mathcal{P}_3 : p(1) = 0\} \quad \text{i} \quad L = \{p \in \mathcal{P}_3 : p(2) = 0\}$$

njegovi potprostori. Odredite po jednu bazu za M, L, $M \cap L$ i $M + L$.

4. Neka su $p_1, \ldots, p_7$ polinomi različitih stupnjeva $n_1, \ldots, n_7$, redom. Neka je n najmanji prirodan broj takav da je $M := [\{p_1, \ldots, p_7\}]$ potprostor od $\mathcal{P}_n$.
   - Koliki je n, izražen preko $n_1, \ldots, n_7$?
   - Odredite $\dim M$.
   - Može li se dogoditi da je $M = \mathcal{P}_n$? Ako da, opišite tu situaciju.

5. Neka je $S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 = x_2,\ x_3^2 + x_4^2 = 1\}$. Nađite (neki) direktni komplement potprostora $[S]$ u prostoru $\mathbb{R}^4$.