

5. (20) Ovisnost veličine Y o veličini X opisana je jednadžbom

$$\exp(AY) = \frac{B}{C + D/X^2}.$$

Pritom su A , B , C i D konstante. Poznati su iznosi $A = 10,0 \alpha \beta^{-1}$, $B = 30,0 \alpha \gamma^2$ i $D = 20,0 \alpha \beta^2$, gdje su α , β i γ mjerne jedinice.

1. Koje su mjerne jedinice od X , Y i C ?
2. U nekom eksperimentu, mjerenja su dala sljedeće parove iznosa od X i Y (s mj.jed. su označene odgovarajuće mjerne jedinice iz (a)-dijela zadatka):

$X/\text{mj.jed.}$	1,00	1,50	2,50	8,00
$10^2 Y/\text{mj.jed.}$	1,00	2,00	4,00	5,00

Koristeći metodu najmanjih kvadrata, odredite iznos C u tom eksperimentu.

Rješenje. Budući da AY mora biti čisti broj, mjerna jedinica od Y je $\alpha^{-1} \beta$. Razlomak na desnoj strani mora biti čisti broj pa su mjerne jedinice od B , C i D/X^2 jednake te je mjerna jedinica od C $\alpha \gamma^2$, a mjerna jedinica od X je $\beta \gamma^{-1}$. Ovisnost očigleno nije afina pa ju prije primjene metode najmanjih kvadrata treba linearizirati:

$$\exp(AY) = \frac{B}{C + D/X^2} \Leftrightarrow \exp(-AY) = \frac{C}{B} + \frac{D}{B} \cdot \frac{1}{X^2}, \Rightarrow$$

$$y = a + b \quad \text{uz} \quad y = \exp(-AY), x = \frac{\beta^2 \gamma^{-2}}{X^2}, a = \frac{D \beta^{-2} \gamma^2}{B}, b = \frac{C}{B} \Rightarrow$$

x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
1	0.904837418	1	0.904837418
0.444444444	0.818730753	0.197530864	0.363880335
0.16	0.670320046	0.0256	0.107251207
0.015625	0.60653066	0.000244141	0.009477042
$s_x = 1.620069444$	$s_y = 3.000418877$	$s_{x^2} = 1.223375005$	$s_{xy} = 1.385446002$

$$\Rightarrow a = 0,300103, b = 0,628558 \Rightarrow C = 18,9 \alpha \gamma^2.$$