JMBAG IME I PREZIME BROJ BODOVA

# STATISTIKA

Prvi kolokvij – 2023.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 3 | 3 | 6 | 3 | 6 | 3 | 3 | 30 |

**Pisani dio**

- Dopušteno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje, te običan kalkulator.

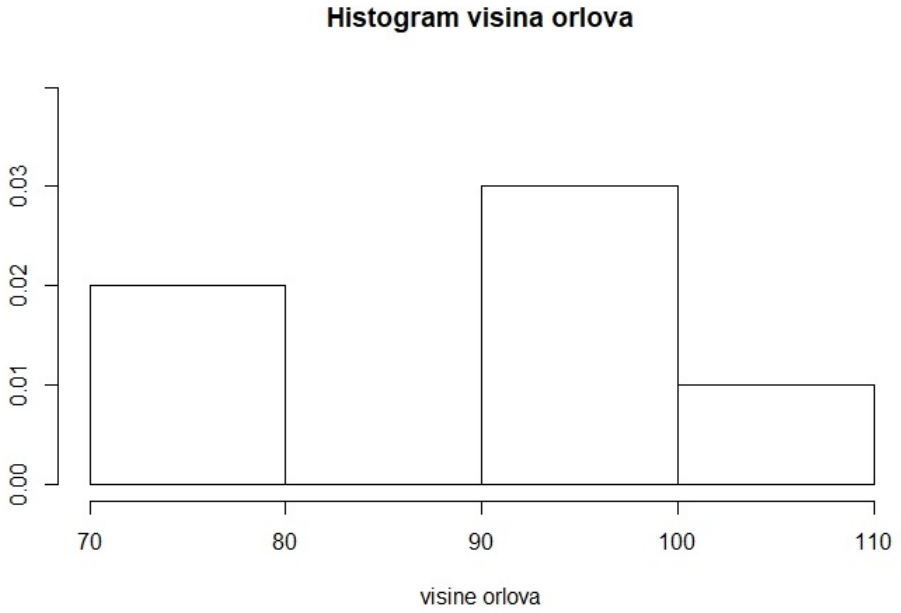
**Zadatak 1.** *(3 boda)* Izmjerene su mase bjeloglavih orlova:

2.1 2.0 5.1 4.6 4.4 4.4 6.6 4.2 3.6

u kilogramima. Odredite medijan, aritmetičku sredinu, te standardnu devijaciju za podatke.

**Zadatak 2.** *(3 boda)* Bacamo simetričnu kocku. Pokažite da su sljedeći događaji nezavisni: $A = \{\text{pao je neparan broj}\}$, $B = \{\text{pala je jedinica ili dvojka}\}$?

**Zadatak 3.** *(3 boda)* Dan je histogram koji prikazuje dužine tijela (u centimetrima) 10 bjeloglavih orlova u kojem nedostaje stupac u kategoriji $\langle 80, 90]$. Odredite frekvenciju razreda $\langle 80, 90]$ te odredite gornji kvartil podataka za visinu orlova.




**Zadatak 4.** *(6 bodova)* Zarobio vas je zli kralj, ali mu taj dan nije bilo dobro pa vas je odlučio osloboditi ako u igri izaberete bijelu pikulu. Uzeo je 100 bijelih i 100 crnih pikula te 2 kutije - A i B. Bez da gledate što kralj radi, kralj je 40 bijelih i 30 crnih pikula stavio u kutiju A, a sve ostale u kutiju B. Potom vam je rekao da izaberete kutiju na slučajan način te iz nje na slučajan način uzmete pikulu.

(a) Koja je vjerojatnost da se oslobodite?

(b) Ako ste izvukli crnu pikulu, koja je vjerojatnost da ste je izvukli iz kutije B?

**Zadatak 5.** *(3 boda)* Iz skupa od 10 kuglica, od kojih su 4 bijele i 6 crnih, izvlačimo 3 kuglice. Koja je vjerojatnost da je među njima 1 ili 2 bijele?

**Zadatak 6.** *(6 bodova)* Dane su nezavisne slučajne varijable $X$ i $Y$ s

$$X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{8} & a \end{pmatrix}, \quad Y \sim \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Odredite $a \in \mathbb{R}$ te izračunajte $E[X]$, $E[|Y| + 1]$ te $Var(X + Y)$.

**Zadatak 7.** *(3 boda)* Masa tune koju brod tunolovac u jednoj godini u Jadranu ulovi slučajna je varijabla s očekivanjem 2.5 tona. Također, masa srdele koju jedan brod za srdele ulovi u jednoj godini slučajna je varijabla s očekivanjem 46 tona. Kolika je očekivana masa srdela i tuna koje u tri godine ulove četiri tunolovca i dva broda za srdele?

**Zadatak 8.** *(3 boda)* U istraživanju slatkovodnih riba, istraživači su za svaki ulovljeni primjerak ribe, između ostalog, bilježili vrstu ribe, masu, broj nametnika i vizualnu ocjenu zdravstvenog stanja (loše, dobro, izvrsno). Odredite tipove navedenih varijabli.

JMBAG IME I PREZIME BROJ BODOVA

# STATISTIKA

Prvi kolokvij – 2023.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 6 | 30 |

**Pisani dio**

- Dopušteno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje, te običan kalkulator.

**Zadatak 1.** *(6 bodova)* Zajednički zakon razdiobe slučajnih varijabli $X$ i $Y$ je dan sa

| $X\backslash Y$ | -2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0.2 | 0.1 | $a$ |
| 1 | 0.3 | 0.2 | $b$ |

Odredite $a$ i $b$ ako je $\mathbb{P}(X = 0) = 0.4$. Izračunajte $\mathbb{E}\left[2|Y| + X\right]$. Jesu li $X$ i $Y$ nezavisne?

**Zadatak 2.** *(3 boda)* Broj kokoši koje mlada lisica godišnje pojede je slučajna varijabla s očekivanjem 50, a broj kokoši koje orao pojede je slučajna varijabla s očekivanjem 60. Koliki je očekivani broj kokoši koje će u 3 godina pojesti 4 mlade lisice i 5 orlova?

**Zadatak 3.** *(3 boda)* Neka je $\mathbb{P}(A) = \frac{1}{6}$ i $\mathbb{P}(A \cup B) = \frac{1}{3}$. Odredite $\mathbb{P}(B)$ i $\mathbb{P}(B \setminus A)$ ako su $A$ i $B$ nezavisni.

**Zadatak 4.** *(3 boda)* Mirko je odigrao Loto 7/39. Koja je vjerojatnost da nije pogodio niti jedan izvučeni broj? Koja je vjerojatnost da je dobio "četvorku" ili "peticu" tj. da je od sedam izvučenih brojeva pogodio ili točno 4 ili točno 5?

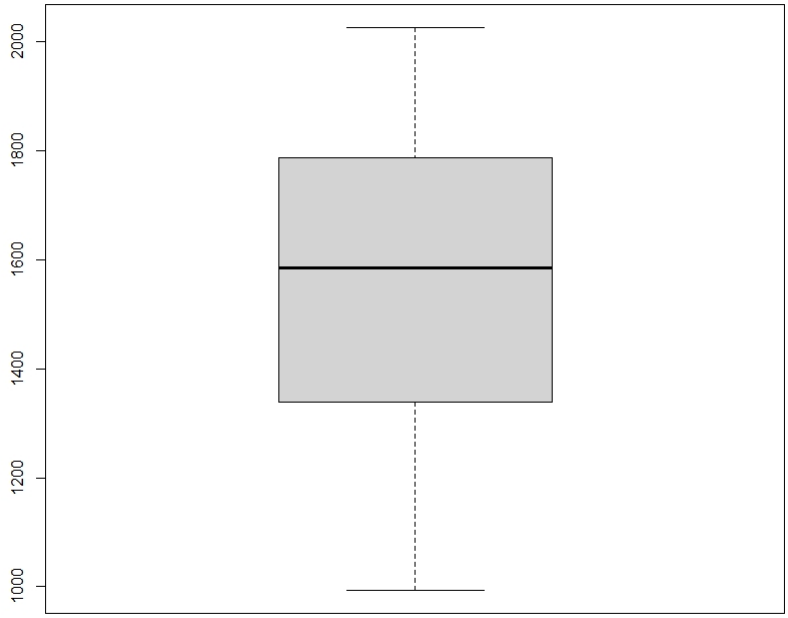
**Zadatak 5.** *(3 boda)* U sklopu projekta o utjecaju klimatskih promjena na urod maslina, istraživači su za odabrane masline bilježili vrstu masline, visinu stabla, vizualno stanje masline (loše, dobro, izvrsno) te broj izdanaka. Odredite tip navedenih varijabli.

**Zadatak 6.** *(3 boda)* Izmjerene su visine običnih bukava (u metrima):

41 32 37 34 32 32 25 31 30 26.

Odredite aritmetičku sredinu, standardnu devijaciju i donji kvartil za podatke.

**Zadatak 7.** *(3 boda)* Iz donjeg *boxplota* iščitajte/procijenite karakterističnu petorku za podatke o masi nojevog jajeta u gramima (do na preciznost $\pm 50$ g.) te procijenite interkvartil.




**Zadatak 8.** *(6 bodova)* U jednom trenutku pretpostavljalo se da od bolesti Covid-19 boluje 5% ljudi. Pretpostavimo da test na Covid-19 koji su farmaceuti razvili ima sljedeća svojstva: ako osoba boluje od Covid-19, test će biti pozitivan s vjerojatnosti 95%, a ako osoba ne boluje od Covid-19, test će biti negativan s vjerojatnosti 90%.

(a) Odredite vjerojatnost da slučajno odabrana osoba bude pozitivna na ovom testu.

(b) Odredite vjerojatnost da slučajno odabrana osoba ima Covid-19 ako je bila pozitivna na ovom testu.

JMBAG IME I PREZIME BROJ BODOVA

# STATISTIKA

Prvi kolokvij – 2023.

**Računalni dio A**

*Upute:*

1. *Na web stranici kolegija https://www.pmf.unizg.hr/math/predmet/sta pronađite folder s podatcima u repozitoriju. Učitajte podatke u RStudio npr. a) koristeći funkciju* **scan**(), *b) klikom na Import Dataset, From Text (base), c) nekim drugim načinom.*

2. *Rješenje je po završetku pisanja potrebno poslati na email adresu: nikolina.milincevic@math.hr, a naslov maila treba biti prvi-kolokvijA-biostat. Rješenje treba sadržavati sav kod koji vam je bio potreban da dođete do navedenih zaključaka. Rješenje može biti a) RStudio skripta, b) bilo kakav text file koji sadrži sva vaša rješenja. Jasno naznačite koji kod pripada kojem zadatku.*

**Zadatak 1.** *(4 boda)* Dokument pod nazivom *A1-zadatak* sadrži uzorak visina osoba u centimetrima. Odredite karakterističnu petorku tog uzorka. Karakteristična petorka ovog uzorka je: _____.

Od ponuđenih izjava, zaokružite izjave s kojima se slažete:

(a) Ne postoje stršeće vrijednosti (outliers).

(b) Medijan je bliže minimumu nego maksimumu što znači da je više podataka manjih od medijana nego većih od medijana.

(c) Medijan je bliže minimumu nego maksimumu što znači da pripadni histogram ima niže stupce na svojoj desnoj polovici.

(d) Medijan je bliže minimumu nego maksimumu što znači da pripadni histogram ima niže stupce na svojoj lijevoj polovici.

**Zadatak 2.** *(4 boda)* Životni vijek jedne bakterije normalno je distribuiran s očekivanjem 30 minuta i sa standardnom devijacijom od 4 minute. Odredite vrijednost $t \in \mathbb{R}$ za koju možemo reći da 3% bakterija živi kraće od $t$ minuta.

**Zadatak 3.** *(8 bodova)* Dokument pod nazivom *A2-zadatak* sadrži uzorak o duljini životnog vijeka u mjesecima za dvije vrste hrčaka: sirijskog i kineskog. Riješite sljedeće podzadatke:

1) Odredite broj takav da je barem 19% hrčaka preživjelo dulje od tog broja i barem 81% hrčaka preživjelo kraće. Taj broj je: _____

2) Nacrtajte histogram podataka. Naredba koju ste koristili je: _____, a visina stupaca je: _____

3) Od promatranih hrčaka, koja vrsta je u prosjeku dulje živjela? Odgovor: _____

4) Na temelju uzorka, koja vrsta hrčaka ima veći raspon, interkvartilni raspon, a koja uzoračku varijancu? Odgovor: _____

**Zadatak 4.** *(4 boda)* Znanstvenici su pokazali da svaka deseta lisica sadrži virus bjesnoće. Odredite vjerojatnost da među 60 slučajno promatranih lisica imamo osam ili više njih koji sadrže virus bjesnoće.

JMBAG IME I PREZIME BROJ BODOVA

# STATISTIKA

Prvi kolokvij – 2023.

**Računalni dio B**

*Upute:*

1. *Na web stranici kolegija https://www.pmf.unizg.hr/math/predmet/sta pronađite folder s podatcima u repozitoriju. Učitajte podatke u RStudio npr. a) koristeći funkciju* **scan**(), *b) klikom na Import Dataset, From Text (base), c) nekim drugim načinom.*

2. *Rješenje je po završetku pisanja potrebno poslati na email adresu: nikolina.milincevic@math.hr, a naslov maila treba biti prvi-kolokvijB-biostat. Rješenje treba sadržavati sav kod koji vam je bio potreban da dođete do navedenih zaključaka. Rješenje može biti a) RStudio skripta, b) bilo kakav text file koji sadrži sva vaša rješenja. Jasno naznačite koji kod pripada kojem zadatku.*

**Zadatak 1.** *(4 boda)* Dokument pod nazivom *B1-zadatak* sadrži uzorak visina osoba u centimetrima. Nacrtajte boxplot (kutijasti dijagram) podataka. Medijan uzorka jest: _____, a naredba koju ste koristili je: _____.

Od ponuđenih izjava zaokružite one s kojima se slažete:

(a) Maksimum uzorka je 205, ali taj podatak odstupa za vise od 1.5 interkvartilnog raspona od gornjeg kvartila.

(b) Maksimum uzorka je 205, ali taj podatak odstupa za vise od 1.5 interkvartilnog raspona od medijana.

(c) Maksimum uzorka je 187 jer to pozicija gdje završava gornji brk na boxplotu.

(d) Ne postoje podatci izmedju 190 i 200.

**Zadatak 2.** *(4 boda)* Znanstvenici su pokazali da je svaka dvadeseta osoba alergična na ambroziju. Približno odredite vjerojatnost da među 300 slučajno odabranih ljudi imamo više od 40 njih koji su alergični na ambroziju.

**Zadatak 3.** *(8 bodova)* Dokument pod nazivom *B2-zadatak* sadrži uzorak o duljini životnog vijeka u mjesecima za dvije vrste hrčaka: sirijskog i kineskog. Riješite sljedeće podzadatke:

1) Odredite broj takav da je barem 23% hrčaka preživjelo kraće od tog broja i barem 77% hrčaka preživjelo dulje. Taj broj je: _____

2) Nacrtajte histogram podataka. Naredba koju ste koristili je: _____, a visina stupaca je: _____

3) Od promatranih hrčaka, koja vrsta je u prosjeku dulje živjela? Odgovor: _____

4) Na temelju uzorka, koja vrsta hrčaka ima veći raspon, interkvartilni raspon, a koja uzoračku varijancu? Odgovor: _____

**Zadatak 4.** *(4 boda)* Ljudska temperatura mjerena na koži (u reguliranim uvjetima) normalno je distribuirana s očekivanjem od $36.5°C$ i standardnom devijacijom od $0.3°C$. Odredite temperaturu iznad koje je 90% ljudske populacije?