

Kvalifikacijski zadatak iz Matematike 1 za kemičare — riješeni primjer

:

Ovisnost veličine κ o pozitivnoj veličini τ dana je jednadžbom:

$$\kappa = \exp\left(\frac{S\tau - H}{R\tau}\right).$$

Pritom je $R = 8,3145 \diamond \heartsuit^{-1} \spadesuit^{-1}$, $S = -44,08 \diamond \heartsuit^{-1} \spadesuit^{-1}$ i $H = -46,10 \diamond \spadesuit^{-1}$.

- (a) Odredite jedinice od τ i κ : κ je rezultat izračunavanja transcendentne funkcije $\exp$, dakle je čisti broj, odnosno jedinica je 1. Izraz uvršten u $\exp$ također mora biti čisti broj. Ako s M označimo nepoznatu jedinicu od τ vidimo da mora biti $M \diamond \heartsuit^{-1} \spadesuit^{-1} = \diamond \spadesuit^{-1} = M \diamond \heartsuit^{-1} \spadesuit^{-1}$, pa vidimo da je jedinica M od τ jednaka $\heartsuit$.
- (b) Linearizirajte zadanu ovisnost, odnosno interpretirajte ju kao jednadžbu pravca $y = ax + b$ u Kartezijevom koordinatnom sustavu. Odabir treba biti takav da se iz poznate vrijednosti x odnosno y lako i jednoznačno može izračunati τ odnosno κ .

$$\kappa = \exp\left(\frac{S\tau - H}{R\tau}\right) \Leftrightarrow \ln \kappa = \frac{S\tau - H}{R\tau} = -\frac{H}{R} \cdot \frac{1}{\tau} + \frac{S}{R}$$

Dakle, jedna moguća linearizacija je

$$x = \frac{\heartsuit}{\tau}, \quad y = \ln \kappa, \quad a = -\frac{H}{R \cdot \heartsuit} = 5,544 \cdot 10^3, \quad b = \frac{S}{R} = -5,302$$

- (c) Ako je u Vašoj linearizaciji $x = 2,000 \cdot 10^{-3}$, koliko iznose pripadni τ i κ ?

Iz $x = \frac{\heartsuit}{\tau} = 0,002$ dobijemo $\tau = 500,0 \heartsuit$. Nadalje, $y = ax + b = -\frac{46100}{83145} \cdot 0,002 - \frac{4408}{83145} = 5,7874797 \dots$ i to je $\ln \kappa$, dakle je $\kappa = \exp(y) = 326,2$ (konačne rezultate zaokružujemo prema pravilima o značajnim znamenkama, ali međurezultate računamo što egzaktnije).

- (d) Unutar zadanog pravokutnog okvira (dolje) grafički prikažite lineariziranu ovisnost κ o τ ako znate da su se iznosi τ kretali u rasponu od 250,0 do 750,0 jedinica određenih u (a)-dijelu zadatka. Pritom obratite pažnju na korektno označavanje osi, te prikladan raspon odabira raspona na osi apscisa i na osi ordinata da maksimalno iskoristite prostor unutar okvira.

Budući da je $a > 0$, moramo dobiti rastuću ovisnost, a graf joj je dužina koja spaja točke (x_1, y_1) i (x_2, y_2) : $x_1 = \frac{1}{250} = 4,000 \cdot 10^{-3}$, $x_2 = \frac{1}{750} = 1,333 \cdot 10^{-3}$, $y_1 = -\frac{46100}{83145} \cdot \frac{1}{250} - \frac{4408}{83145} = 16,88$, $y_2 = -\frac{46100}{83145} \cdot \frac{1}{750} - \frac{4408}{83145} = 2,091$.

