

Riješen kvalifikacijski zadatak iz Matematike 1 za kemičare

11. studenoga 2025.

U nekom paralelnom svemiru, u kojem matematika funkcionira na isti način kao i kod nas, pozitivna veličina *sabit* oznake σ ovisna je o pozitivnoj veličini *derece* oznake δ . Poznato je da je njihova veza dana jednadžbom

$$\sqrt{\sigma} = \sqrt{S} \cdot \exp\left(\frac{H}{G} \cdot \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{\delta}\right)\right).$$

Pritom su S , H , G i D konstante kojima su iznosi redom $S = 3,98 \text{ m}\diamond$, $H = 8,00 \text{ k}\heartsuit \spadesuit^{-1}$, $G = 9,05 \heartsuit^2 \spadesuit^{-1} \clubsuit^{-2}$ i $D = 99,9 \clubsuit^2 \heartsuit^{-1}$.

- (a) Mjerna jedinica od δ je $\clubsuit^2 \heartsuit^{-1}$, a mjerna jedinica od σ je $\diamond$ ($\text{m}\diamond$).
- (b) Linearizirajte zadanu ovisnost, odnosno interpretirajte ju kao jednadžbu pravca $y = ax + b$ u Kartezijevom koordinatnom sustavu. Odabir treba biti takav da se iz poznate vrijednosti x odnosno y lako i jednoznačno može izračunati δ odnosno σ za raspon koji je dan u (d) dijelu zadatka.

- $y = \ln \sqrt{\frac{\sigma}{S}}$, $x = \frac{\clubsuit^2 \heartsuit^{-1}}{\delta}$, $a = -\frac{H}{G \clubsuit^2 \heartsuit^{-1}} \approx -883.9779$, $b = \frac{H}{G D} \approx 8.8486276$
- $y = \ln \frac{\sigma}{S}$, $x = \frac{\clubsuit^2 \heartsuit^{-1}}{\delta}$, $a = -\frac{2H}{G \clubsuit^2 \heartsuit^{-1}} \approx -1767.9558$, $b = \frac{2H}{G D} \approx 17.697255$
- $y = \ln \sqrt{\frac{\sigma}{\diamond}}$, $x = \frac{\clubsuit^2 \heartsuit^{-1}}{\delta}$, $a = -\frac{H}{G \clubsuit^2 \heartsuit^{-1}} \approx -883.9779$, $b = \frac{H}{G D} + \ln \sqrt{3.98 \cdot 10^{-3}} \approx 3.32215$
- $y = \ln \sqrt{\frac{\sigma}{\text{m}\diamond}}$, $x = \frac{\clubsuit^2 \heartsuit^{-1}}{\delta}$, $a = -\frac{H}{G \clubsuit^2 \heartsuit^{-1}} \approx -883.9779$, $b = \frac{H}{G D} + \ln \sqrt{3.98} \approx 10.2299$

- (c) Za zadani iznos $x = 5,00 \cdot 10^{-3}$, odredite iznose δ i σ koji odgovaraju Vašoj linearizaciji pod (b):

$$\delta = \underline{200 \clubsuit^2 \heartsuit^{-1}} \quad \sigma = \underline{28.0 \diamond}$$

- (d) Unutar zadanog pravokutnog okvira (dolje) grafički prikazite lineariziranu ovisnost σ o δ ako znate da su se iznosi δ kretali u rasponu od 150,0 do 200,0 mjernih jedinica određenih u (a)-dijelu zadatka. Pritom obratite pažnju na korektno označavanje osi, te prikladan raspon odabira raspona na osi apscisa i na osi ordinata da maksimalno iskoristite prostor unutar okvira.

- $(x_1, y_1) = (5.00 \cdot 10^{-3}, 4.43)$, $(x_2, y_2) = (6.67 \cdot 10^{-3}, 2.96)$
- $(x_1, y_1) = (5.00 \cdot 10^{-3}, 8.86)$, $(x_2, y_2) = (6.67 \cdot 10^{-3}, 5.91)$
- $(x_1, y_1) = (5.00 \cdot 10^{-3}, -1.10)$, $(x_2, y_2) = (6.67 \cdot 10^{-3}, -2.57)$
- $(x_1, y_1) = (5.00 \cdot 10^{-3}, -3.04)$, $(x_2, y_2) = (6.67 \cdot 10^{-3}, -4.51)$

Korektne oznake koordinatnih osi su uvijek ono što ste odabrali u (b) dijelu za x odnosno za y .

Riješen Kvalifikacijski zadatak iz Matematike 1 za kemičare

11. studenoga 2025.

U nekom paralelnom svemiru, u kojem matematika funkcionira na isti način kao i kod nas, pozitivna veličina *hiz* oznake χ ovisna je o pozitivnoj veličini *yoğunluk* oznake γ . Poznato je da je njihova veza dana jednadžbom

$$\ln(A\chi) = \frac{\ln(H)}{B - K/\gamma^2}.$$

Pritom su A , B , H i K konstante kojima su iznosi redom $A = 27,2 \diamond \heartsuit^{-1}$, $B = 1,23$, $H = 0,250$ i $K = 99,9 \clubsuit \heartsuit^{-2}$.

- (a) Mjerna jedinica od γ je $\clubsuit^{1/2} \heartsuit^{-1}$, a mjerna jedinica od χ je $\heartsuit \diamond^{-1}$.
- (b) Linearizirajte zadanu ovisnost, odnosno interpretirajte ju kao jednadžbu pravca $y = ax + b$ u Kartezijevom koordinatnom sustavu. Odabir treba biti takav da se iz poznate vrijednosti x odnosno y lako i jednoznačno može izračunati χ odnosno γ za raspon koji je dan u (d) dijelu zadatka.

(i) $y = \frac{1}{\ln(A\chi)}$, $x = \frac{\clubsuit \heartsuit^{-2}}{\gamma^2}$, $a = -\frac{K \heartsuit^2 \clubsuit^{-1}}{\ln(H)} \approx 72.0626$, $b = \frac{B}{\ln(H)} \approx -0.887257$;

(ii) $y = \frac{\ln H}{\ln(A\chi)}$, $x = \frac{\clubsuit \heartsuit^{-2}}{\gamma^2}$, $a = -\frac{K}{\clubsuit \heartsuit^{-2}} = -99.9$, $b = B = 1.23$;

- (c) Za zadani iznos $y = 1,50$, odredite iznose γ i χ koji odgovaraju Vašoj linearizaciji pod (b):

(i) $\gamma = 5.49 \clubsuit^{1/2} \heartsuit^{-1}$, $\chi = 0.0716 \heartsuit \diamond^{-1}$

(ii) γ se ne može odrediti, $\chi = 0.0146 \heartsuit \diamond^{-1}$

- (d) Unutar zadanog pravokutnog okvira (dolje) grafički prikazite lineariziranu ovisnost χ o γ ako znate da su se iznosi χ kretali u rasponu od 0,100 do 0,200 mjernih jedinica određenih u (a)-dijelu zadatka. Pritom obratite pažnju na korektno označavanje osi, te prikladan raspon odabira raspona na osi apscisa i na osi ordinata da maksimalno iskoristite prostor unutar okvira.

(i) $(x_1, y_1) = (0.0205, 0.590)$, $(x_2, y_2) = (0.0262, 0.999)$

(ii) $(x_1, y_1) = (0.0205, -1.39)$, $(x_2, y_2) = (0.0262, -0.818)$

Korektne oznake koordinatnih osi su uvijek ono što ste odabrali u (b) dijelu za x odnosno za y .

Riješen Kvalifikacijski zadatak iz Matematike 1 za kemičare

11. studenoga 2025.

U nekom paralelnom svemiru, u kojem matematika funkcionira na isti način kao i kod nas, pozitivna veličina *miktar* oznake μ ovisna je o pozitivnoj veličini *zaman* oznake ζ . Poznato je da je njihova veza dana jednadžbom

$$\frac{A}{N} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{\mu}} - \frac{1}{\sqrt[3]{M}} \right) = \exp \left(\frac{1}{K \zeta} \right).$$

Pritom su A , K , M i N konstante kojima su iznosi redom $A = 27,2 \heartsuit \diamondsuit^{-1}$, $K = 0,540 \diamondsuit^3 \heartsuit^{-1} \spadesuit^{-1}$, $M = 0,205 \heartsuit \diamondsuit^{-3}$ i $N = 2,00 \heartsuit^{2/3}$.

- (a) Mjerna jedinica od ζ je $\heartsuit \spadesuit \diamondsuit^{-3}$, a mjerna jedinica od μ je $\heartsuit \diamondsuit^{-3}$.
- (b) Linearizirajte zadanu ovisnost, odnosno interpretirajte ju kao jednadžbu pravca $y = ax + b$ u Kartezijevom koordinatnom sustavu. Odabir treba biti takav da se iz poznate vrijednosti x odnosno y lako i jednoznačno može izračunati ζ odnosno μ za raspon koji je dan u (d) dijelu zadatka.

- (i) $y = \ln \left(\frac{A}{N} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{\mu}} - \frac{1}{\sqrt[3]{M}} \right) \right)$, $x = \frac{\heartsuit \spadesuit \diamondsuit^{-3}}{\zeta}$, $a = \frac{\diamondsuit^3 \heartsuit^{-1} \spadesuit^{-1}}{K} \approx 1.85185$, $b = 0$, ili
- (ii) $y = \ln \left(\frac{\heartsuit^{1/3} \diamondsuit^{-1}}{\sqrt[3]{\mu}} - \frac{\heartsuit^{1/3} \diamondsuit^{-1}}{\sqrt[3]{M}} \right)$, $x = \frac{\heartsuit \spadesuit \diamondsuit^{-3}}{\zeta}$, $a = \frac{\diamondsuit^3 \heartsuit^{-1} \spadesuit^{-1}}{K} \approx 1.85185$, $b = -\ln \frac{A \heartsuit^{-1/3} \diamondsuit}{N} \approx 2.61007$, ili
- (iii) $y = \frac{\heartsuit^{1/3} \diamondsuit^{-1}}{\sqrt[3]{\mu}}$, $x = \exp \left(\frac{1}{K \zeta} \right)$, $a = \frac{N}{A \heartsuit^{-1/3} \diamondsuit} \approx 0.0735294$, $b = \frac{\heartsuit^{1/3} \diamondsuit^{-1}}{\sqrt[3]{M}} \approx 1.69596$, ili
- (iv) $y = \frac{A}{N \sqrt[3]{\mu}}$, $x = \exp \left(\frac{1}{K \zeta} \right)$, $a = 1$, $b = \frac{A}{N \sqrt[3]{M}} \approx 23.0650$.

- (c) Za zadani iznos $x = 1,00 \cdot 10^{-2}$, odredite iznose ζ i μ koji odgovaraju Vašoj linearizaciji pod (b):

- (i) $\zeta = 1,00 \cdot 10^2 \heartsuit \spadesuit \diamondsuit^{-3}$, $\mu = 0.180 \heartsuit \diamondsuit^{-3}$;
- (ii) $\zeta = 1,00 \cdot 10^2 \heartsuit \spadesuit \diamondsuit^{-3}$, $\mu = 0.180 \heartsuit \diamondsuit^{-3}$;
- (iii) $\zeta = -0,402 \cdot 10^2 \heartsuit \spadesuit \diamondsuit^{-3}$, $\mu = 0.205 \heartsuit \diamondsuit^{-3}$;
- (iv) $\zeta = -0,402 \cdot 10^2 \heartsuit \spadesuit \diamondsuit^{-3}$, $\mu = 0.205 \heartsuit \diamondsuit^{-3}$.

Uočite da linearizacije (iii) i (iv), iako su dobre, povlače da bi vrijednost ζ bila negativna za predloženi x . To se ne može izbjeći jer nije moguće unaprijed predvidjeti sve moguće linearizacije, odnosno zadati x takav da ni za koju neka od varijabli ne bude negativna. Svrha (c) dijela zadatka je, kako je rečeno na nastavi, provjera mogu li se iz lineariziranog oblika jednoznačno rekonstruirati izvorne varijable, a to potvrđuju i eventualni točno izračunati negativni iznosi.

- (d) Unutar zadanog pravokutnog okvira (dolje) grafički prikazite lineariziranu ovisnost μ o ζ ako znate da su se iznosi μ kretali u rasponu od 0,100 do 0,200 mjernih jedinica određenih u (a)-dijelu zadatka. Pritom obratite pažnju na korektno označavanje osi, te prikladan raspon odabira raspona na osi apscisa i na osi ordinata da maksimalno iskoristite prostor unutar okvira.

- (i) $(x_1, y_1) = (-0.895, -1.66)$, $(x_2, y_2) = (0.988, 1.830)$;
- (ii) $(x_1, y_1) = (-0.895, -4.27)$, $(x_2, y_2) = (0.988, -0.780)$;
- (iii) $(x_1, y_1) = (0.191, 1.71)$, $(x_2, y_2) = (6.24, 2.15)$;
- (iv) $(x_1, y_1) = (0.191, 23.3)$, $(x_2, y_2) = (6.24, 29.3)$.

Korektne oznake koordinatnih osi su uvijek ono što ste odabrali u (b) dijelu za x odnosno za y .