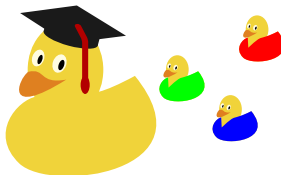
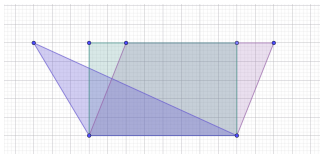


Matematika 1 (19. listopada 2026.)

Franka Miriam Brückler

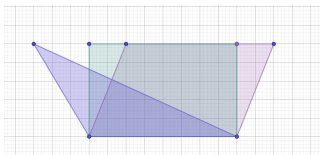


Trokuti



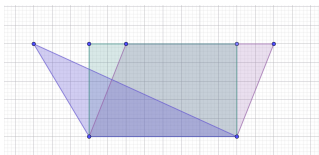
- $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = a v_a / 2$

Trokuti



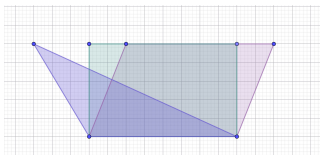
- $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = a v_a / 2$
- Zbroj duljina svake dvije stranice je veći od duljine treće.

Trokuti



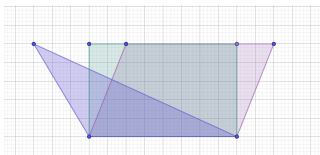
- $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = a v_a / 2$
- Zbroj duljina svake dvije stranice je veći od duljine treće.
- **Jednakokrani trokut:** dvije jednako duge stranice

Trokuti



- $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = a v_a / 2$
- Zbroj duljina svake dvije stranice je veći od duljine treće.
- **Jednakokrani trokut**: dvije jednako duge stranice
- **Pravokutni trokut**: jedan kut u trokutu je pravi
- **Hipotenuza**: najdulja stranica u pravokutnom trokutu; ostale dvije: **katete**

Trokuti



- $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = a v_a / 2$
- Zbroj duljina svake dvije stranice je veći od duljine treće.
- **Jednakokrani trokut**: dvije jednako duge stranice
- **Pravokutni trokut**: jedan kut u trokutu je pravi
- **Hipotenuza**: najdulja stranica u pravokutnom trokutu; ostale dvije: **katete**

Pitagorin poučak

Neka su a , b , c duljine stranica trokuta i $c > a$, b . Taj trokut je pravokutan točno ako vrijedi $a^2 + b^2 = c^2$.

Osnovne trigonometrijske veličine

- **Sinus** bilo kojeg ne-pravog kuta α ($\sin \alpha$) u pravokutnom trokutu je količnik duljina njemu nasuprotne katete s hipotenuzom; $\sin 0 = 0$, $\sin 90^\circ = 1$
- **Kosinus** bilo kojeg ne-pravog kuta α ($\cos \alpha$) u pravokutnom trokutu je količnik duljina njemu priležeće katete s hipotenuzom; $\cos 0 = 1$, $\cos 90^\circ = 0$
- **Tangens** od α ($\operatorname{tg} \alpha$) je količnik sinusa i kosinusa tog kuta; $\operatorname{tg} 0 = 0$, $\operatorname{tg} 90^\circ$ nije definiran

Zadatak

Izračunajte sinus, kosinus i tangens od kutova 30° , 45° i 60° .

Pravilni mnogokuti

Jednakostranični trokut je trokut kojemu su sve tri stranice jednako duge.

Zadatak

Izračunajte kutove i površinu jednakostraničnog trokuta.

Pravilni mnogokuti

Jednakostranični trokut je trokut kojemu su sve tri stranice jednako duge.

Zadatak

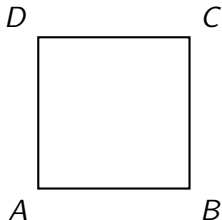
Izračunajte kutove i površinu jednakostraničnog trokuta.

Pravilni mnogokut je mnogokut kojemu su svi bridovi iste duljine a i svaka dva susjedna brida zatvaraju isti kut. Opseg pravilnog n -terokuta je $O = na$, a površina mu je $P = \frac{na^2}{4\operatorname{tg}\frac{180^\circ}{n}}$. Specijalno, za pravilne trokute (jednakostranične), četverokute (kvadrate), peterokute i šesterokute imamo redom sljedeće formule za njihove površine:

$$P_3 = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2, \quad P_4 = a^2, \quad P_5 = \frac{\sqrt{5(5+2\sqrt{5})}}{4}a^2, \quad P_6 = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2.$$

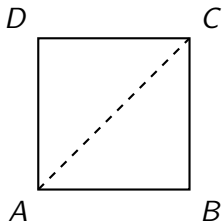
Zadatak

List papira ima oblik kvadrata $ABCD$. Presavinemo ga popola preko dijagole AC , pa otvorimo. Zatim presavinemo napola preko simetrale PQ stranice $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$. Ponovno otvorimo papir i sad presavinemo preko spojnice polovišta Q stranice $\overline{CD}$ s vrhom B . Otvorimo papir i uočimo sjecište S pravaca AC i QB . Presavinemo papir tako da nova linija savijanja prolazi kroz S i bude paralelna s BC . Neka ta linija savijanja siječe stranice $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ u točkama P' i Q' . Dokažite da je udaljenost P' do B točno trećina stranice polaznog kvadrata.



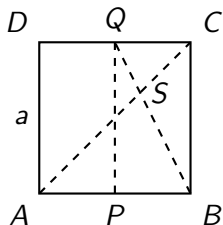
Zadatak

List papira ima oblik kvadrata $ABCD$. Presavinemo ga popola preko dijagole AC , pa otvorimo. Zatim presavinemo napola preko simetrale PQ stranice $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$. Ponovno otvorimo papir i sad presavinemo preko spojnice polovišta Q stranice $\overline{CD}$ s vrhom B . Otvorimo papir i uočimo sjecište S pravaca AC i QB . Presavinemo papir tako da nova linija savijanja prolazi kroz S i bude paralelna s BC . Neka ta linija savijanja siječe stranice $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ u točkama P' i Q' . Dokažite da je udaljenost P' do B točno trećina stranice polaznog kvadrata.



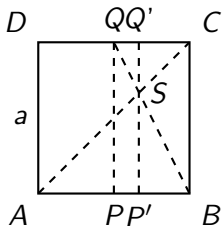
Zadatak

List papira ima oblik kvadrata $ABCD$. Presavinemo ga popola preko dijagole AC , pa otvorimo. Zatim presavinemo napola preko simetrale PQ stranice $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$. Ponovno otvorimo papir i sad presavinemo preko spojnice polovišta Q stranice $\overline{CD}$ s vrhom B . Otvorimo papir i uočimo sjecište S pravaca AC i QB . Presavinemo papir tako da nova linija savijanja prolazi kroz S i bude paralelna s BC . Neka ta linija savijanja siječe stranice $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ u točkama P' i Q' . Dokažite da je udaljenost P' do B točno trećina stranice polaznog kvadrata.



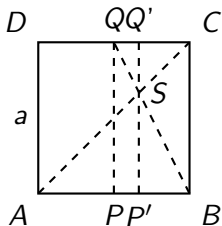
Zadatok

List papira ima oblik kvadrata $ABCD$. Presavinemo ga popola preko dijagole AC , pa otvorimo. Zatim presavinemo napola preko simetrale PQ stranica $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$. Ponovno otvorimo papir i sad presavinemo preko spojnice polovišta Q stranice $\overline{CD}$ s vrhom B . Otvorimo papir i uočimo sjecište S pravaca AC i QB . Presavinemo papir tako da nova linija savijanja prolazi kroz S i bude paralelna s BC . Neka ta linija savijanja siječe stranice $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ u točkama P' i Q' . Dokažite da je udaljenost P' do B točno trećina stranice polaznog kvadrata.



Zadatak

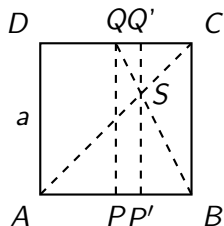
List papira ima oblik kvadrata $ABCD$. Presavinemo ga popola preko dijagole AC , pa otvorimo. Zatim presavinemo napola preko simetrale PQ stranice $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$. Ponovno otvorimo papir i sad presavinemo preko spojnice polovišta Q stranice $\overline{CD}$ s vrhom B . Otvorimo papir i uočimo sjecište S pravaca AC i QB . Presavinemo papir tako da nova linija savijanja prolazi kroz S i bude paralelna s BC . Neka ta linija savijanja siječe stranice $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ u točkama P' i Q' . Dokažite da je udaljenost P' do B točno trećina stranice polaznog kvadrata.



C jednakost (izmjeničnih) kutova uz transversalu paralelnih pravaca $\Rightarrow \triangle ABS \sim \triangle CQS$

Zadatak

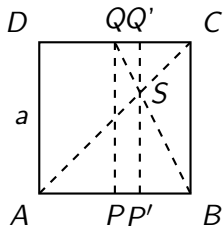
List papira ima oblik kvadrata $ABCD$. Presavinemo ga popola preko dijagole AC , pa otvorimo. Zatim presavinemo napola preko simetrale PQ stranice $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$. Ponovno otvorimo papir i sad presavinemo preko spojnice polovišta Q stranice $\overline{CD}$ s vrhom B . Otvorimo papir i uočimo sjecište S pravaca AC i QB . Presavinemo papir tako da nova linija savijanja prolazi kroz S i bude paralelna s BC . Neka ta linija savijanja siječe stranice $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ u točkama P' i Q' . Dokažite da je udaljenost P' do B točno trećina stranice polaznog kvadrata.



C jednakost (izmjeničnih) kutova uz transversalu paralelnih pravaca $\Rightarrow \triangle ABS \sim \triangle CQS$
 $\Rightarrow a : \frac{a}{2} = (|BS| : |SQ| =) |AS| : |SC| \Rightarrow$
 $|SC| = \frac{|AS|}{2};$

Zadatak

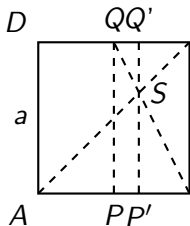
List papira ima oblik kvadrata $ABCD$. Presavinemo ga popola preko dijagole AC , pa otvorimo. Zatim presavinemo napola preko simetrale PQ stranice $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$. Ponovno otvorimo papir i sad presavinemo preko spojnice polovišta Q stranice $\overline{CD}$ s vrhom B . Otvorimo papir i uočimo sjecište S pravaca AC i QB . Presavinemo papir tako da nova linija savijanja prolazi kroz S i bude paralelna s BC . Neka ta linija savijanja siječe stranice $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ u točkama P' i Q' . Dokažite da je udaljenost P' do B točno trećina stranice polaznog kvadrata.



C jednakost (izmjeničnih) kutova uz transversalu paralelnih pravaca $\Rightarrow \triangle ABS \sim \triangle CQS$
 $\Rightarrow a : \frac{a}{2} = (|BS| : |SQ| =) |AS| : |SC| \Rightarrow$
 $|SC| = \frac{|AS|}{2}; \Rightarrow |AS| = \frac{2}{3}|AC|$

Zadatok

List papira ima oblik kvadrata $ABCD$. Presavinemo ga popola preko dijagole AC , pa otvorimo. Zatim presavinemo napola preko simetrale PQ stranica $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$. Ponovno otvorimo papir i sad presavinemo preko spojnice polovišta Q stranice $\overline{CD}$ s vrhom B . Otvorimo papir i uočimo sjecište S pravaca AC i QB . Presavinemo papir tako da nova linija savijanja prolazi kroz S i bude paralelna s BC . Neka ta linija savijanja siječe stranice $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ u točkama P' i Q' . Dokažite da je udaljenost P' do B točno trećina stranice polaznog kvadrata.



C jednakost (izmjeničnih) kutova uz transversalu
paralelnih pravaca $\Rightarrow \triangle ABS \sim \triangle CQS$

$$\Rightarrow a : \frac{a}{2} = (|BS| : |SQ| =) |AS| : |SC| \Rightarrow$$

$$|SC| = \frac{|AS|}{2}; \Rightarrow |AS| = \frac{2}{3}|AC|$$

Poučak o proporcionalnosti u trokutu

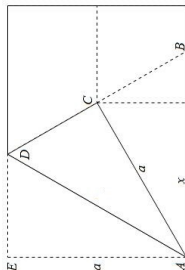
$$\Rightarrow |AP'| = \frac{2}{3}a$$

Zadatak

Neka je list papira pravokutnog oblika. Presavinemo ga napola paralelno s duljom stranicom (ako je kvadratni, paralelno s bilo kojom) pa otvorimo. Zatim jedan od vrhova spustimo na liniju savijanja tako da dobijemo novu liniju savijanja koja prolazi kroz spomenutom vrhu najbliži vrh. Dokažite da kutovi tako nastalog trokuta iznose 30° , 60° i 90° !

Zadatak

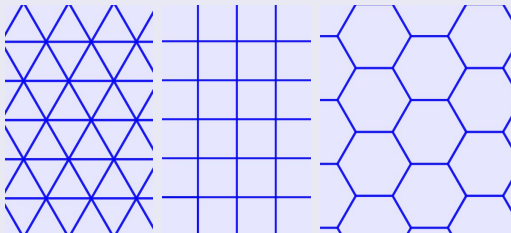
Neka je list papira pravokutnog oblika. Presavinemo ga napola paralelno s duljom stranicom (ako je kvadratni, paralelno s bilo kojom) pa otvorimo. Zatim jedan od vrhova spustimo na liniju savijanja tako da dobijemo novu liniju savijanja koja prolazi kroz spomenutom vrhu najbliži vrh. Dokažite da kutovi tako nastalog trokuta iznose 30° , 60° i 90° !



$$\triangle AED \cong \triangle ACD \cong \triangle ACB$$

Primjer

Popločenje ravnine je prekrivanje ravnine pločicama, za koje se obično uzima da imaju oblike mnogokuta, bez rupa (međuprostora) i bez preklapanja. Popločenje je pravilno ako su sve pločice sukladni pravilni mnogokuti, te ako se u svakom vrhu sastaje isti broj mnogokuta. Postoje točno tri pravilna popločenja ravnine (slika ??): s jednakokraničnim trokutima, kvadratima ili pak pravilnim šestokutima.



Dokažite!

Krug i kružnica

- **Kružnica**: krivulja u ravnini koja se sastoji od svih točaka koje su na istoj udaljenosti (**polumjeru** r) od jedne točke (središta).

Krug i kružnica

- **Kružnica**: krivulja u ravnini koja se sastoji od svih točaka koje su na istoj udaljenosti (**polumjeru** r) od jedne točke (središta).
Promjer kružnice: maksimalni razmak dvije točke na njoj:
 $d = 2r$.

Krug i kružnica

- **Kružnica**: krivulja u ravnini koja se sastoji od svih točaka koje su na istoj udaljenosti (**polumjeru** r) od jedne točke (središta).
Promjer kružnice: maksimalni razmak dvije točke na njoj:
 $d = 2r$. Izrazi polumjer i promjer se istovremeno koriste i za dužine i za njihove duljine.
- **Krug**: kružnica skupa sa svojom unutrašnjosti.

Krug i kružnica

- **Kružnica**: krivulja u ravnini koja se sastoji od svih točaka koje su na istoj udaljenosti (**polumjeru** r) od jedne točke (središta).
Promjer kružnice: maksimalni razmak dvije točke na njoj:
 $d = 2r$. Izrazi polumjer i promjer se istovremeno koriste i za dužine i za njihove duljine.
- **Krug**: kružnica skupa sa svojom unutrašnjosti.
- **Središnji kut** u krugu ili kružnici: kut između dva polumjera.
- Opseg kruga i kružnice: $O = 2r\pi$.

Krug i kružnica

- **Kružnica**: krivulja u ravnini koja se sastoji od svih točaka koje su na istoj udaljenosti (**polumjeru** r) od jedne točke (središta).
Promjer kružnice: maksimalni razmak dvije točke na njoj:
 $d = 2r$. Izrazi polumjer i promjer se istovremeno koriste i za dužine i za njihove duljine.
- **Krug**: kružnica skupa sa svojom unutrašnjosti.
- **Središnji kut** u krugu ili kružnici: kut između dva polumjera.
- Opseg kruga i kružnice: $O = 2r\pi$. Duljina lûka kružnice ako je odgovarajući središnji kut φ : $l = r\varphi$.

Krug i kružnica

- **Kružnica**: krivulja u ravlini koja se sastoji od svih točaka koje su na istoj udaljenosti (**polumjeru** r) od jedne točke (središta).
Promjer kružnice: maksimalni razmak dvije točke na njoj: $d = 2r$. Izrazi polumjer i promjer se istovremeno koriste i za dužine i za njihove duljine.
- **Krug**: kružnica skupa sa svojom unutrašnjosti.
- **Središnji kut** u krugu ili kružnici: kut između dva polumjera.
- Opseg kruga i kružnice: $O = 2r\pi$. Duljina lûka kružnice ako je odgovarajući središnji kut φ : $l = r\varphi$.
- Kružnica ima površinu 0, a krug ima površinu $P = r^2\pi$.

Krug i kružnica

- **Kružnica**: krivulja u ravnini koja se sastoji od svih točaka koje su na istoj udaljenosti (**polumjeru** r) od jedne točke (središta).
Promjer kružnice: maksimalni razmak dvije točke na njoj:
 $d = 2r$. Izrazi polumjer i promjer se istovremeno koriste i za dužine i za njihove duljine.
- **Krug**: kružnica skupa sa svojom unutrašnjosti.
- **Središnji kut** u krugu ili kružnici: kut između dva polumjera.
- Opseg kruga i kružnice: $O = 2r\pi$. Duljina luka kružnice ako je odgovarajući središnji kut φ : $l = r\varphi$.
- Kružnica ima površinu 0, a krug ima površinu $P = r^2\pi$.
- **Tetiva**: dužina koja spaja dvije točke kružnice; **kružni isječak**: dio kruga između dva polumjera; **kružni odsječak**: dio kruga između neke tetive i pripadnog luka kružnice
- **Koncentrični** krugovi ili kružnice: imaju isto središte; **kružni prsten**: dio ravnine između dviju koncentričnih kružnica