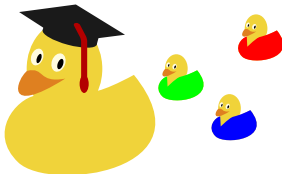


Matematika 1 (28. rujna 2026.)

Franka Miriam Brückler



Osnovne informacije o kolegiju

- Web-stranica kolegija:

https://www.pmf.unizg.hr/chem/studenti/matematika_1_i_2

Osnovne informacije o kolegiju

- Web-stranica kolegija:
https://www.pmf.unizg.hr/chem/studenti/matematika_1_i_2
- Nastavnici: Franka Miriam Brückler, fmbkemija@gmail.com,

Osnovne informacije o kolegiju

- Web-stranica kolegija:
https://www.pmf.unizg.hr/chem/studenti/matematika_1_i_2
- Nastavnici: Franka Miriam Brückler, fmbkemija@gmail.com,
Matea Čelar
- Pohađanje nastave je obavezno.

Osnovne informacije o kolegiju

- Web-stranica kolegija:
https://www.pmf.unizg.hr/chem/studenti/matematika_1_i_2
- Nastavnici: Franka Miriam Brückler, fmbkemija@gmail.com, Matea Čelar
- Pohađanje nastave je obavezno.
- Ispit = pismeni dio + usmeni dio (uključivo kvalifikacijskog zadatka)
- Pismeni dio:
 - Po 3 kolokvija, domaće zadaće i kratka testa, uvjet za prolaz 180/360
 - Pismeni ispit na dan ispitnog roka, uvjet za prolaz 45/100

Osnovne informacije o kolegiju

- Web-stranica kolegija:
https://www.pmf.unizg.hr/chem/studenti/matematika_1_i_2
- Nastavnici: Franka Miriam Brückler, fmbkemija@gmail.com, Matea Čelar
- Pohađanje nastave je obavezno.
- Ispit = pismeni dio + usmeni dio (uključivo kvalifikacijskog zadatka)
- Pismeni dio:
 - Po 3 kolokvija, domaće zadaće i kratka testa, uvjet za prolaz 180/360
 - Pismeni ispit na dan ispitnog roka, uvjet za prolaz 45/100
- Ocjena pismenog dijela se uz smanjenje za 1 može prenijeti na sljedeći rok. Takva oslobođenja niste obavezni koristiti, ali je odustanak od istog nepovratan i mora se najaviti prilikom prijave roka na kojem se izlazi na ispit.

- Elementarna matematika.

Gradivo Matematike 1

- Elementarna matematika.
- Realne funkcije jedne varijable.

Gradivo Matematike 1

- Elementarna matematika.
- Realne funkcije jedne varijable.
- Infinitezimalni račun funkcija jedne varijable.

Gradivo Matematike 1

- Elementarna matematika.
- Realne funkcije jedne varijable.
- Infinitesimalni račun funkcija jedne varijable.
- Kompleksni brojevi i polarne koordinate.

Danas započnemo **aritmetiku racionalnih brojeva** ...

Brojevi i skalarne veličine

- broj: čisto matematički, apstraktan, objekt
- skalarne veličine: mjerljive fizikalne veličine čijim mjerenjem se dobiva rezultat koji se može izraziti kao **umnožak broja i mjerne jedinice**

Brojevi i skalarne veličine

- broj: čisto matematički, apstraktan, objekt
- skalarne veličine: mjerljive fizikalne veličine čijim mjerenjem se dobiva rezultat koji se može izraziti kao **umnožak broja i mjerne jedinice**
- vrijedi i ako je veličina čisti broj: mjerna jedinica je tad 1
- **brojnost** N se izražava **prirodnim brojevima** 1, 2, 3,
- $c = 0,100 \cdot \text{mol/L}$, $s = 10,50 \cdot \text{m}$, $N = 20 \cdot 1$ pišemo
 $c = 0,100 \text{ mol/L}$, $s = 10,50 \text{ m}$, $N = 20$

Brojevi i skalarne veličine

- broj: čisto matematički, apstraktan, objekt
- skalarne veličine: mjerljive fizikalne veličine čijim mjerenjem se dobiva rezultat koji se može izraziti kao **umnožak broja i mjerne jedinice**
- vrijedi i ako je veličina čisti broj: mjerna jedinica je tad 1
- **brojnost** N se izražava **prirodnim brojevima** 1, 2, 3,
- $c = 0,100 \cdot \text{mol/L}$, $s = 10,50 \cdot \text{m}$, $N = 20 \cdot 1$ pišemo
 $c = 0,100 \text{ mol/L}$, $s = 10,50 \text{ m}$, $N = 20$
- Skup svih prirodnih brojeva: $\mathbb{N}$ (s nulom: $\mathbb{N}_0$). Zbroj i umnožak dva prirodna broja je prirodan broj, ali razlika ne mora biti.

Brojevi i skalarne veličine

- broj: čisto matematički, apstraktan, objekt
- skalarne veličine: mjerljive fizikalne veličine čijim mjerenjem se dobiva rezultat koji se može izraziti kao **umnožak broja i mjerne jedinice**
- vrijedi i ako je veličina čisti broj: mjerna jedinica je tad 1
- **brojnost** N se izražava **prirodnim brojevima** 1, 2, 3,
- $c = 0,100 \cdot \text{mol/L}$, $s = 10,50 \cdot \text{m}$, $N = 20 \cdot 1$ pišemo
 $c = 0,100 \text{ mol/L}$, $s = 10,50 \text{ m}$, $N = 20$
- Skup svih prirodnih brojeva: $\mathbb{N}$ (s nulom: $\mathbb{N}_0$). Zbroj i umnožak dva prirodna broja je prirodan broj, ali razlika ne mora biti. Skup $\mathbb{N}$ se svim rezultatima oduzimanja dvaju prirodnih brojeva proširuje do skupa $\mathbb{Z}$ svih **cijelih brojeva**.

Brojevi i skalarne veličine

- broj: čisto matematički, apstraktan, objekt
- skalarne veličine: mjerljive fizikalne veličine čijim mjerenjem se dobiva rezultat koji se može izraziti kao **umnožak broja i mjerne jedinice**
- vrijedi i ako je veličina čisti broj: mjerna jedinica je tad 1
- **brojnost** N se izražava **prirodnim brojevima** 1, 2, 3,
- $c = 0,100 \cdot \text{mol/L}$, $s = 10,50 \cdot \text{m}$, $N = 20 \cdot 1$ pišemo
 $c = 0,100 \text{ mol/L}$, $s = 10,50 \text{ m}$, $N = 20$
- Skup svih prirodnih brojeva: $\mathbb{N}$ (s nulom: $\mathbb{N}_0$). Zbroj i umnožak dva prirodna broja je prirodan broj, ali razlika ne mora biti. Skup $\mathbb{N}$ se svim rezultatima oduzimanja dvaju prirodnih brojeva proširuje do skupa $\mathbb{Z}$ svih **cijelih brojeva**.
- Uz zbrajanje, oduzimanje i množenje u osnovne računske operacije spada i dijeljenje. Rezultat dijeljenja dva cijela broja ne mora biti cijeli broj.

Razlomci i racionalni brojevi

- **Razlomci** su količnici (kvocijenti) cijelih i prirodnih brojeva,¹ pri čemu se djeljenik naziva brojnikom i piše iznad razlomačke crte, a djelitelj je nazivnik i piše se ispod razlomačke crte: $\frac{m}{n}$
- Koliko iznosi $\frac{10}{3}$ od $\frac{3}{5}$ bureka?

¹Alternativno: Kvocijenti dvaju cijelih brojeva pri čemu djelitelj nije nula. 

Razlomci i racionalni brojevi

- **Razlomci** su količnici (kvocijenti) cijelih i prirodnih brojeva,¹ pri čemu se djeljenik naziva brojnikom i piše iznad razlomačke crte, a djeljitelj je nazivnik i piše se ispod razlomačke crte: $\frac{m}{n}$
- Koliko iznosi $\frac{10}{3}$ od $\frac{3}{5}$ bureka?
- **Racionalni brojevi** su brojevi koji se mogu zapisati kao razlomci. Oznaka za skup svih racionalnih brojeva je $\mathbb{Q}$ (*zatvoren* s obzirom na četiri osnovne računske operacije, izuzev dijeljenja s 0).
- $\frac{7}{9}$ je različit razlomak, ali isti racionalni broj kao $\frac{21}{27}$

¹Alternativno: Kvocijenti dvaju cijelih brojeva pri čemu djelitelj nije nula. 

Razlomci i racionalni brojevi

- **Razlomci** su količnici (kvocijenti) cijelih i prirodnih brojeva,¹ pri čemu se djeljenik naziva brojnikom i piše iznad razlomačke crte, a djeljitelj je nazivnik i piše se ispod razlomačke crte: $\frac{m}{n}$
- Koliko iznosi $\frac{10}{3}$ od $\frac{3}{5}$ bureka?
- **Racionalni brojevi** su brojevi koji se mogu zapisati kao razlomci. Oznaka za skup svih racionalnih brojeva je $\mathbb{Q}$ (*zatvoren* s obzirom na četiri osnovne računske operacije, izuzev dijeljenja s 0).
- $\frac{7}{9}$ je različit razlomak, ali isti racionalni broj kao $\frac{21}{27}$

¹Alternativno: Kvocijenti dvaju cijelih brojeva pri čemu djelitelj nije nula. 

Zbrajanje i oduzimanje razlomaka 🐥

- $\frac{k}{n} + \frac{m}{n} = \frac{k+m}{n}$, npr. $\frac{7}{9} + \frac{-5}{9} = \frac{2}{9}$

Zbrajanje i oduzimanje razlomaka

- $\frac{k}{n} + \frac{m}{n} = \frac{k+m}{n}$, npr. $\frac{7}{9} + \frac{-5}{9} = \frac{2}{9}$
- Općenito, razlomci se zbrajaju tako da se prvo svaki proširi tako da imaju iste nazivnike.
- **Proširiti razlomak** znači pomnožiti mu i brojnik i nazivnik istim brojem (različitim od nule). Promijeni li se proširivanjem razlomak? A racionalni broj?

Zbrajanje i oduzimanje razlomaka

- $\frac{k}{n} + \frac{m}{n} = \frac{k+m}{n}$, npr. $\frac{7}{9} + \frac{-5}{9} = \frac{2}{9}$
- Općenito, razlomci se zbrajaju tako da se prvo svaki proširi tako da imaju iste nazivnike.
- **Proširiti razlomak** znači pomnožiti mu i brojnik i nazivnik istim brojem (različitim od nule). Promijeni li se proširivanjem razlomak? A racionalni broj? $\frac{9}{21} + \frac{2}{15} = ?$

Zbrajanje i oduzimanje razlomaka

- $\frac{k}{n} + \frac{m}{n} = \frac{k+m}{n}$, npr. $\frac{7}{9} + \frac{-5}{9} = \frac{2}{9}$
- Općenito, razlomci se zbrajaju tako da se prvo svaki proširi tako da imaju iste nazivnike.
- **Proširiti razlomak** znači pomnožiti mu i brojnik i nazivnik istim brojem (različitim od nule). Promijeni li se proširivanjem razlomak? A racionalni broj? $\frac{9}{21} + \frac{2}{15} = ?$
- Što je nula?

Zbrajanje i oduzimanje razlomaka

- $\frac{k}{n} + \frac{m}{n} = \frac{k+m}{n}$, npr. $\frac{7}{9} + \frac{-5}{9} = \frac{2}{9}$
- Općenito, razlomci se zbrajaju tako da se prvo svaki proširi tako da imaju iste nazivnike.
- **Proširiti razlomak** znači pomnožiti mu i brojnik i nazivnik istim brojem (različitim od nule). Promijeni li se proširivanjem razlomak? A racionalni broj? $\frac{9}{21} + \frac{2}{15} = ?$
- Što je nula? **Nula 0** se definira kao (jedini) broj takav da zbrojen sa svakim drugim brojem ne mijenja taj broj ($x + 0 = 0 + x = x$ za sve x).

Zbrajanje i oduzimanje razlomaka

- $\frac{k}{n} + \frac{m}{n} = \frac{k+m}{n}$, npr. $\frac{7}{9} + \frac{-5}{9} = \frac{2}{9}$
- Općenito, razlomci se zbrajaju tako da se prvo svaki proširi tako da imaju iste nazivnike.
- **Proširiti razlomak** znači pomnožiti mu i brojnik i nazivnik istim brojem (različitim od nule). Promijeni li se proširivanjem razlomak? A racionalni broj? $\frac{9}{21} + \frac{2}{15} = ?$
- Što je nula? **Nula 0** se definira kao (jedini) broj takav da zbrojen sa svakim drugim brojem ne mijenja taj broj ($x + 0 = 0 + x = x$ za sve x).
- Za svaki broj x se s $-x$ označava njegov **suprotni broj**, tj. broj koji dobijemo promjenom predznaka i koji zbrojen s polaznim brojem daje 0: $x + (-x) = (-x) + x = 0$ za sve x .
- **Oduzimanje** se definira kao pribrajanje suprotnog broja: $x - y := x + (-y)$ za sve x i y .

Zadatak

Za kakve razlomke je njihova razlika jednaka razlomku kojem je brojnik razlika njihovih brojnika, a nazivnik razlika njihovih nazivnika?

Zadatak

Za kakve razlomke je njihova razlika jednaka razlomku kojem je brojnik razlika njihovih brojnika, a nazivnik razlika njihovih nazivnika?

$$\frac{k}{\ell} - \frac{m}{n} = \frac{k-m}{\ell-n} \Leftrightarrow k = \frac{\ell m(2n-\ell)}{n^2}$$

Zadatak

Jedinični razlomci su razlomci s brojnikom 1. U starom Egiptu, svi (pozitivni) razlomci (s izuzetkom dvije trećine) su se shvaćali kao zbrojevi različitih jediničnih razlomaka. Primjerice, $\frac{4}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$. Ako je vrijednost razlomka bila veća od 1, prvo se odvojio cijeli dio. Pokažite da se svaki pozitivan razlomak napisati „na egipatski način“, tj. kao zbroj prirodnog broja i različitih jediničnih razlomaka. Je li takav zapis jedinstven?

- Neka je $\frac{p}{q}$ ne-jedinični razlomak između 0 i 1. Neka je $\frac{1}{n}$ najveći jedinični razlomak manji od njega.

- Neka je $\frac{p}{q}$ ne-jedinični razlomak između 0 i 1. Neka je $\frac{1}{n}$ najveći jedinični razlomak manji od njega.
- $\frac{p}{q} - \frac{1}{n} = \frac{pn-q}{qn}$, tj. $r = pn - q$. Pretpostavimo $r \geq p$, odnosno $p(n-1) \geq q$. Budući da je $n > 1$, slijedi $\frac{p}{q} \geq \frac{1}{n-1} > \frac{1}{n}$, što je kontradikcija. Dakle, $r < p$.

- Neka je $\frac{p}{q}$ ne-jedinični razlomak između 0 i 1. Neka je $\frac{1}{n}$ najveći jedinični razlomak manji od njega.
- $\frac{p}{q} - \frac{1}{n} = \frac{pn-q}{qn}$, tj. $r = pn - q$. Pretpostavimo $r \geq p$, odnosno $p(n-1) \geq q$. Budući da je $n > 1$, slijedi $\frac{p}{q} \geq \frac{1}{n-1} > \frac{1}{n}$, što je kontradikcija. Dakle, $r < p$.
- Dakle, pri svakom oduzimanju najvećeg jediničnog razlomka manjeg od ostatka prethodnog oduzimanja, brojnici će se smanjivati pa postupak mora stati u konačno mnogo koraka.

- Neka je $\frac{p}{q}$ ne-jedinični razlomak između 0 i 1. Neka je $\frac{1}{n}$ najveći jedinični razlomak manji od njega.
- $\frac{p}{q} - \frac{1}{n} = \frac{pn-q}{qn}$, tj. $r = pn - q$. Pretpostavimo $r \geq p$, odnosno $p(n-1) \geq q$. Budući da je $n > 1$, slijedi $\frac{p}{q} \geq \frac{1}{n-1} > \frac{1}{n}$, što je kontradikcija. Dakle, $r < p$.
- Dakle, pri svakom oduzimanju najvećeg jediničnog razlomka manjeg od ostatka prethodnog oduzimanja, brojnici će se smanjivati pa postupak mora stati u konačno mnogo koraka.
- Egipatskih zapisa uvijek ima beskonačno mnogo jer zbog $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ dijeljenjem s jednim od nazivnika početnog egipatskog zapisa, recimo označenog s k , daje $\frac{1}{k} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ te ako to supstituiramo na mjesto $\frac{1}{k}$ u prvom egipatskom zapisu, dobili smo novi egipatski zapis istog razlomka.

Kraćenje razlomaka



Kraćenje razlomka (ili općenitije, nekog razlomljenog izraza) je dijeljenje brojnika i nazivnika s istim brojem. Budući da dijeljenje s nulom nije dozvoljeno, pri kraćenju s varijabilnim izrazom moramo paziti na to da ne kratimo s nulom. Mijenja li se kraćenjem razlomak? A racionalni broj?

Kraćenje razlomaka



Kraćenje razlomka (ili općenitije, nekog razlomljenog izraza) je dijeljenje brojnika i nazivnika s istim brojem. Budući da dijeljenje s nulom nije dozvoljeno, pri kraćenju s varijabilnim izrazom moramo paziti na to da ne kratimo s nulom. Mijenja li se kraćenjem razlomak? A racionalni broj?

Primjer

Kraćenje $\frac{a^2}{a} = a$ nije korektno ako nismo prvo naveli da $a \neq 0$.

Zadatak

Zašto nije dozvoljeno dijeliti s nulom?

Kraćenje razlomaka



Kraćenje razlomka (ili općenitije, nekog razlomljenog izraza) je dijeljenje brojnika i nazivnika s istim brojem. Budući da dijeljenje s nulom nije dozvoljeno, pri kraćenju s varijabilnim izrazom moramo paziti na to da ne kratimo s nulom. Mijenja li se kraćenjem razlomak? A racionalni broj?

Primjer

Kraćenje $\frac{a^2}{a} = a$ nije korektno ako nismo prvo naveli da $a \neq 0$.

Zadatak

Zašto nije dozvoljeno dijeliti s nulom?

$$a : 0 = b \Leftrightarrow a = 0 \cdot b = 0$$

Kraćenje razlomaka



Kraćenje razlomka (ili općenitije, nekog razlomljenog izraza) je dijeljenje brojnika i nazivnika s istim brojem. Budući da dijeljenje s nulom nije dozvoljeno, pri kraćenju s varijabilnim izrazom moramo paziti na to da ne kratimo s nulom. Mijenja li se kraćenjem razlomak? A racionalni broj?

Primjer

Kraćenje $\frac{a^2}{a} = a$ nije korektno ako nismo prvo naveli da $a \neq 0$.

Zadatak

Zašto nije dozvoljeno dijeliti s nulom?

$$a : 0 = b \Leftrightarrow a = 0 \cdot b = 0$$

$$0 : 0 = c \Leftrightarrow 0 = 0 \cdot c$$

Dvostruki razlomci

Dvostruki razlomci su količnici dvaju razlomaka:

$$\frac{\frac{m}{n}}{\frac{p}{q}} = \frac{m/n}{p/q} = \frac{m q}{n p}.$$

Što možemo kratiti u dvostrukom razlomku?

Dvostruki razlomci

Dvostruki razlomci su količnici dvaju razlomaka:

$$\frac{\frac{m}{n}}{\frac{p}{q}} = \frac{m/n}{p/q} = \frac{mq}{np}.$$

Što možemo kratiti u dvostrukom razlomku?

Primjer

$$\frac{\frac{4}{\frac{3}{2} + \frac{5}{6}}}{\frac{4}{\frac{3 \cdot 6 + 5 \cdot 2}{2 \cdot 6}}} = \frac{4}{\frac{3 \cdot 6 + 5 \cdot 2}{2 \cdot 6}} = \frac{\frac{4}{1}}{\frac{28}{12}} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{7}{12}} = \frac{12}{7}.$$

Množenje i dijeljenje razlomaka

- $\frac{k}{\ell} \cdot \frac{m}{n} = \frac{k m}{\ell n}$

Množenje i dijeljenje razlomaka

- $\frac{k}{\ell} \cdot \frac{m}{n} = \frac{k m}{\ell n}$
- $x \neq 0 \Rightarrow x \cdot \frac{1}{x} = \frac{x}{1} \cdot \frac{1}{x} = \frac{x}{x} = 1$

Množenje i dijeljenje razlomaka

- $\frac{k}{\ell} \cdot \frac{m}{n} = \frac{k m}{\ell n}$
- $x \neq 0 \Rightarrow x \cdot \frac{1}{x} = \frac{x}{1} \cdot \frac{1}{x} = \frac{x}{x} = 1$
- **Recipročni broj** nenul-broja x je broj x^{-1} takav da je $x \cdot x^{-1} = x^{-1} \cdot x = 1$.
- Pritom se **broj 1** definira kao (jedini) broj takav da pomnožen sa svakim drugim brojem ne mijenja taj broj ($1 \cdot x = x \cdot 1 = x$ za sve x).

Množenje i dijeljenje razlomaka

- $\frac{k}{\ell} \cdot \frac{m}{n} = \frac{k m}{\ell n}$
- $x \neq 0 \Rightarrow x \cdot \frac{1}{x} = \frac{x}{1} \cdot \frac{1}{x} = \frac{x}{x} = 1$
- **Recipročni broj** nenul-broja x je broj x^{-1} takav da je $x \cdot x^{-1} = x^{-1} \cdot x = 1$.
- Pritom se **broj 1** definira kao (jedini) broj takav da pomnožen sa svakim drugim brojem ne mijenja taj broj ($1 \cdot x = x \cdot 1 = x$ za sve x).
- Dijeljenje se definira kao množenje s recipročnim brojem:
 $x : y = x \cdot y^{-1}$ za $y \neq 0$: $\frac{k}{\ell} : \frac{m}{n} = \frac{k}{\ell} \cdot \frac{1}{\frac{m}{n}} = \frac{k}{\ell} \cdot \frac{n}{m} = \frac{k n}{\ell m}$

Zadatak

Koliko iznosi recipročni broj broja $\frac{5}{6}$?

Množenje i dijeljenje razlomaka

- $\frac{k}{\ell} \cdot \frac{m}{n} = \frac{k m}{\ell n}$
- $x \neq 0 \Rightarrow x \cdot \frac{1}{x} = \frac{x}{1} \cdot \frac{1}{x} = \frac{x}{x} = 1$
- **Recipročni broj** nenul-broja x je broj x^{-1} takav da je $x \cdot x^{-1} = x^{-1} \cdot x = 1$.
- Pritom se **broj 1** definira kao (jedini) broj takav da pomnožen sa svakim drugim brojem ne mijenja taj broj ($1 \cdot x = x \cdot 1 = x$ za sve x).
- Dijeljenje se definira kao množenje s recipročnim brojem:
 $x : y = x \cdot y^{-1}$ za $y \neq 0$: $\frac{k}{\ell} : \frac{m}{n} = \frac{k}{\ell} \cdot \frac{1}{\frac{m}{n}} = \frac{k}{\ell} \cdot \frac{n}{m} = \frac{k n}{\ell m}$

Zadatak

Koliko iznosi recipročni broj broja $\frac{5}{6}$? $\left(\frac{5}{6}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{5}{6}} = \frac{6}{5}$

Zadatak

Koliko iznosi recipročni broj recipročnog broja od $x \neq 0$?

Zadatak

Koliko iznosi recipročni broj recipročnog broja od $x \neq 0$?

$(x^{-1})^{-1} = x$ jer $(x^{-1}) \cdot x = 1$.

Zadatak

Koliko iznosi $1 + \frac{2}{3+\frac{4}{5}}$ podijeljeno s $1 - \frac{2}{3-\frac{4}{5}}$?

Zadatak

*Koliko iznosi recipročni broj recipročnog broja od $x \neq 0$?
 $(x^{-1})^{-1} = x$ jer $(x^{-1}) \cdot x = 1$.*

Zadatak

Koliko iznosi $1 + \frac{2}{3+\frac{4}{5}}$ podijeljeno s $1 - \frac{2}{3-\frac{4}{5}}$? $\frac{319}{19}$

Zadatak

Vozio sam od Zagreba do Osijeka prosječnom brzinom 50 km h^{-1} , a natrag istim putem prosječnom brzinom 70 km h^{-1} . Objasnite zašto ukupna prosječna brzina za moj izlet u Osijek nije bila 60 km h^{-1} ?

Zadatak

Koliko iznosi recipročni broj recipročnog broja od $x \neq 0$?
 $(x^{-1})^{-1} = x$ jer $(x^{-1}) \cdot x = 1$.

Zadatak

Koliko iznosi $1 + \frac{2}{3+\frac{4}{5}}$ podijeljeno s $1 - \frac{2}{3-\frac{4}{5}}$? $\frac{319}{19}$

Zadatak

Vozio sam od Zagreba do Osijeka prosječnom brzinom 50 km h^{-1} , a natrag istim putem prosječnom brzinom 70 km h^{-1} . Objasnite zašto ukupna prosječna brzina za moj izlet u Osijek nije bila 60 km h^{-1} ?

Udaljenost Zg–Os: $d \text{ km}$. Od Zg do Os: $t_1 = \frac{d}{50} \text{ h}$; natrag $t_2 = \frac{d}{70} \text{ h}$.

Zadatak

Koliko iznosi recipročni broj recipročnog broja od $x \neq 0$?
 $(x^{-1})^{-1} = x$ jer $(x^{-1}) \cdot x = 1$.

Zadatak

Koliko iznosi $1 + \frac{2}{3+\frac{4}{5}}$ podijeljeno s $1 - \frac{2}{3-\frac{4}{5}}$? $\frac{319}{19}$

Zadatak

Vozio sam od Zagreba do Osijeka prosječnom brzinom 50 km h^{-1} , a natrag istim putem prosječnom brzinom 70 km h^{-1} . Objasnite zašto ukupna prosječna brzina za moj izlet u Osijek nije bila 60 km h^{-1} ?

Udaljenost Zg–Os: $d \text{ km}$. Od Zg do Os: $t_1 = \frac{d}{50} \text{ h}$; natrag $t_2 = \frac{d}{70} \text{ h}$.

Ukupno vrijeme: $t_1 + t_2 = \frac{d}{50} + \frac{d}{70} = \frac{12d}{350} = \frac{6d}{175} \text{ h}$.

Zadatak

Koliko iznosi recipročni broj recipročnog broja od $x \neq 0$?
 $(x^{-1})^{-1} = x$ jer $(x^{-1}) \cdot x = 1$.

Zadatak

Koliko iznosi $1 + \frac{2}{3+\frac{4}{5}}$ podijeljeno s $1 - \frac{2}{3-\frac{4}{5}}$? $\frac{319}{19}$

Zadatak

Vozio sam od Zagreba do Osijeka prosječnom brzinom 50 km h^{-1} , a natrag istim putem prosječnom brzinom 70 km h^{-1} . Objasnite zašto ukupna prosječna brzina za moj izlet u Osijek nije bila 60 km h^{-1} ?

Udaljenost Zg–Os: $d \text{ km}$. Od Zg do Os: $t_1 = \frac{d}{50} \text{ h}$; natrag $t_2 = \frac{d}{70} \text{ h}$.

Ukupno vrijeme: $t_1 + t_2 = \frac{d}{50} + \frac{d}{70} = \frac{12d}{350} = \frac{6d}{175} \text{ h}$.

Prosječna brzina je $\frac{d}{6d/175} = \frac{175}{6} \text{ km/h}$.

„Princip deve“

Primjer

Bogati Arapin je na smrti svoje deve ostavio u nasljeđe trima sinovima, uz uvjet da konje raspodijele deve tako da najstariji dobije $\frac{1}{2}$, srednji $\frac{1}{3}$ i najmlađi $\frac{1}{9}$. Kad su po očevoj smrti išli raspodijeliti deve, prebrojavši ih utvrdili su da ih ima 17 i nitko nije imao ideju kako ih raspodijeliti bez da ubije koju devu.

„Princip deve“

Primjer

Bogati Arapin je na smrti svoje deve ostavio u nasljeđe trima sinovima, uz uvjet da konje raspodijele deve tako da najstariji dobije $\frac{1}{2}$, srednji $\frac{1}{3}$ i najmlađi $\frac{1}{9}$. Kad su po očevoj smrti išli raspodijeliti deve, prebrojavši ih utvrdili su da ih ima 17 i nitko nije imao ideju kako ih raspodijeliti bez da ubije koju devu. No, oazu je posjetio mudrac iz Indije jašući na devi. On im je rekao da naravno da se 17 deva ne mogu raspodijeliti ni na polovine, ni na trećine ni na devetine jer je 17 prost broj.

„Princip deve“

Primjer

Bogati Arapin je na samrti svoje deve ostavio u nasljeđe trima sinovima, uz uvjet da konje raspodijele deve tako da najstariji dobije $\frac{1}{2}$, srednji $\frac{1}{3}$ i najmlađi $\frac{1}{9}$. Kad su po očevoj smrti išli raspodijeliti deve, prebrojavši ih utvrdili su da ih ima 17 i nitko nije imao ideju kako ih raspodijeliti bez da ubije koju devu. No, oazu je posjetio mudrac iz Indije jašući na devi. On im je rekao da naravno da se 17 deva ne mogu raspodijeliti ni na polovine, ni na trećine ni na devetine jer je 17 prost broj. Zatim je dodao: „Dodajmo moju devu. Sad imamo 18 deva pa od toga njih devet ide najstarijem sinu, šest njih srednjem i dvije najmlađem. Ukupno smo tako raspodijelili $9 + 6 + 2 = 17$ deva i možete mi vratiti moju.“

Princip deve je metoda kojom se rješenje lakše dobije tako da razmatranom brojudodamo pa oduzmemo isti broj, ili pak alternativno pomnožimo i podijelimo s istim brojem (proširimo).   

Potenciranje na cjelobrojne eksponente

- Uzastopnim množenjem broja samog sa sobom dobivamo njegove **potencije** s prirodnim eksponentima: $x^1 = x$, $x^2 = x \cdot x$, $x^3 = x \cdot x \cdot x$ i t.d. Općenito, za prirodan broj (eksponent) n i bilo koji broj x (bazu potencije x^n) je

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdots x}_n$$

(x pomnožen sam sa sobom $n - 1$ puta).

- Po definiciji je svaki broj potenciran na eksponent 0 daje 1, osim što 0^0 nije definirano.

Potenciranje na cjelobrojne eksponente

- Uzastopnim množenjem broja samog sa sobom dobivamo njegove **potencije** s prirodnim eksponentima: $x^1 = x$, $x^2 = x \cdot x$, $x^3 = x \cdot x \cdot x$ i t.d. Općenito, za prirodan broj (eksponent) n i bilo koji broj x (bazu potencije x^n) je

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdots x}_n$$

(x pomnožen sam sa sobom $n - 1$ puta).

- Po definiciji je svaki broj potenciran na eksponent 0 daje 1, osim što 0^0 nije definirano.
- Potenciranje na negativne cijele brojeve definira se tako da je $(-n)$ -ta potencija broja isto što i n -ta potencija recipročnog broja: za svaki $x \neq 0$ i prirodan broj n je

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}.$$

Potenciranje na cjelobrojne eksponente

- Uzastopnim množenjem broja samog sa sobom dobivamo njegove **potencije** s prirodnim eksponentima: $x^1 = x$, $x^2 = x \cdot x$, $x^3 = x \cdot x \cdot x$ i t.d. Općenito, za prirodan broj (eksponent) n i bilo koji broj x (bazu potencije x^n) je

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdots x}_n$$

(x pomnožen sam sa sobom $n - 1$ puta).

- Po definiciji je svaki broj potenciran na eksponent 0 daje 1, osim što 0^0 nije definirano.
- Potenciranje na negativne cijele brojeve definira se tako da je $(-n)$ -ta potencija broja isto što i n -ta potencija recipročnog broja: za svaki $x \neq 0$ i prirodan broj n je

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}.$$

Redoslijed računskih operacija

Kad uzastopno primjenjujemo različite računske operacije, ako nije drugačije naznačeno korištenjem zagrada, potenciranje ima prednost pred $\cdot$ i $:$, $a \cdot i$: pred $+$ i $-$. Unutar jednakopravnih operacija ($\cdot$ i $:$ odnosno $+$ i $-$) redoslijed izračunavanja je slijeva udesno. Kod uzastopnog potenciranja podrazumijeva se skupljanje eksponenata prema gore: a^{b^c} je isto što i $a^{(b^c)}$, dok je $(a^b)^c$ jednako a^{b^c} . Uočimo i da je promjena predznaka množenje s -1 .

Zadatak

$$\frac{1}{2} : \frac{2}{3} \cdot 5 - 3^4 \cdot \frac{1}{4} + 9 = \dots = -\frac{15}{2}.$$

Zadatak

Koji je (su) pravilni zapis(i) mjerne jedinice fizikalne veličine koja ima fizikalnu dimenziju kvocijenta množinske koncentracije i vremena: mol/L s , $\text{mol L}^{-1} \text{s}$, mol/L s^{-1} , $\text{mol L}^{-1} \text{s}^{-1}$, $\text{mol}/(\text{L}^{-1} \text{s}^{-1})$, $\text{mol}/(\text{L s})$?