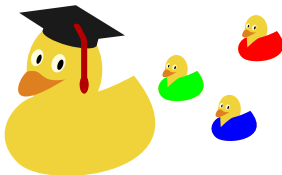


3. predavanje: Svojstva realnih funkcija jedne varijable. Transformacije grafova.

Franka Miriam Brückler



Rast i pad funkcije

Što od sljedećeg je točno?

- Funkcija je rastuća ako većim nezavisnim varijablama pridružuje veće zavisne varijable.
- Funkcija je rastuća ako manjim nezavisnim varijablama pridružuje veće zavisne varijable.
- Funkcija je padajuća ako manjim nezavisnim varijablama pridružuje manjim zavisne varijable.
- Funkcija je padajuća ako većim nezavisnim varijablama pridružuje manje zavisne varijable.

Rast i pad funkcije

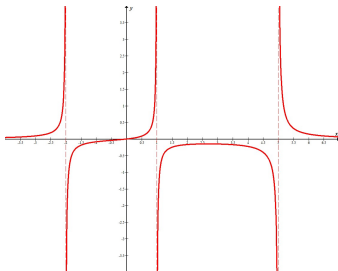
Što od sljedećeg je točno?

- Funkcija je rastuća ako većim nezavisnim varijablama pridružuje veće zavisne varijable.
- Funkcija je rastuća ako manjim nezavisnim varijablama pridružuje veće zavisne varijable.
- Funkcija je padajuća ako manjim nezavisnim varijablama pridružuje manjim zavisne varijable.
- Funkcija je padajuća ako većim nezavisnim varijablama pridružuje manje zavisne varijable.

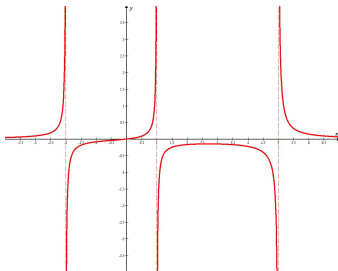
Skicirajte po jedan primjer grafa funkcije $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ koja je rastuća, koja je padajuća, koja nije ni rastuća ni padajuća.

Pod rastom i padom ponekad se ne misli na strogi, nego na nestrogi rast odnosno pad ($x < x' \Rightarrow f(x) \leq f(x')$ za rast odnosno $x < x' \Rightarrow f(x) \geq f(x')$ za pad).

Pod rastom i padom ponekad se ne misli na strogi, nego na nestrogi rast odnosno pad ($x < x' \Rightarrow f(x) \leq f(x')$ za rast odnosno $x < x' \Rightarrow f(x) \geq f(x')$ za pad). Također, ako se domena funkcije sastoji od više odvojenih intervala, možemo samo razmatrati rast odnosno pad na pojedinom od njih, a ne na čitavoj domeni.



Pod rastom i padom ponekad se ne misli na strogi, nego na nestrogi rast odnosno pad ($x < x' \Rightarrow f(x) \leq f(x')$ za rast odnosno $x < x' \Rightarrow f(x) \geq f(x')$ za pad). Također, ako se domena funkcije sastoji od više odvojenih intervala, možemo samo razmatrati rast odnosno pad na pojedinom od njih, a ne na čitavoj domeni.



Zadatak

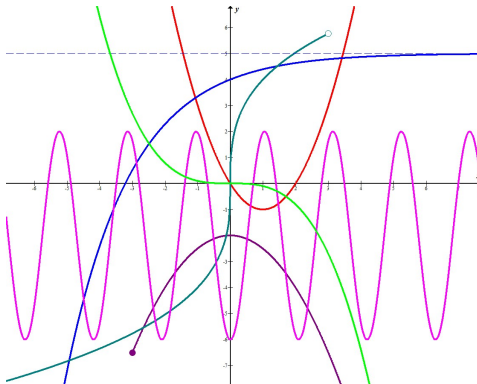
Objasnite zašto se pri množenju nejednakosti s pozitivnim brojem nejednakost zadržava, a pri množenju s negativnim „obrće“.

Parnost i neparnost funkcije

Da bismo mogli razmatrati parnost ili neparnost funkcije, njezina domena mora biti

Parnost i neparnost funkcije

Da bismo mogli razmatrati parnost ili neparnost funkcije, njezina domena mora biti simetrična s obzirom na 0. Koji od sljedećih grafova prikazuju parne odnosno neparne funkcije i koje su im domene?



Funkcija je **parna** ako promjena predznaka nezavisne varijable ne mijenja iznos zavisne varijable, a funkcija je **neparna** ako promjena predznaka nezavisne varijable izaziva promjenu predznaka zavisne varijable.

Funkcija je **parna** ako promjena predznaka nezavisne varijable ne mijenja iznos zavisne varijable, a funkcija je **neparna** ako promjena predznaka nezavisne varijable izaziva promjenu predznaka zavisne varijable.

Zadatak

Mora li domena parne ili neparne funkcije sadržavati 0?

Funkcija je **parna** ako promjena predznaka nezavisne varijable ne mijenja iznos zavisne varijable, a funkcija je **neparna** ako promjena predznaka nezavisne varijable izaziva promjenu predznaka zavisne varijable.

Zadatak

*Mora li domena parne ili neparne funkcije sadržavati 0?
Ako domena parne ili neparne funkcije sadrži 0, je li određena vrijednost te funkcije u 0?*

Funkcija je **parna** ako promjena predznaka nezavisne varijable ne mijenja iznos zavisne varijable, a funkcija je **neparna** ako promjena predznaka nezavisne varijable izaziva promjenu predznaka zavisne varijable.

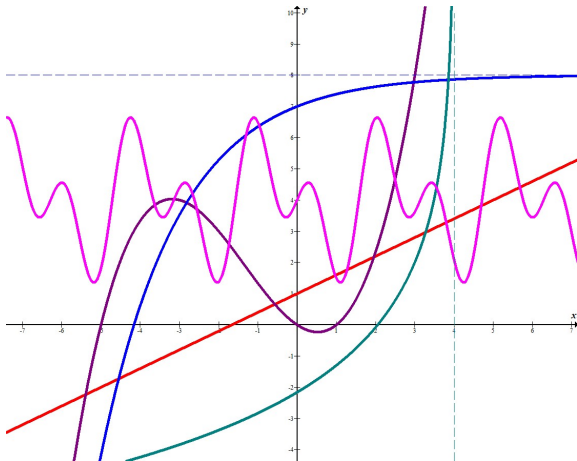
Zadatak

*Mora li domena parne ili neparne funkcije sadržavati 0?
Ako domena parne ili neparne funkcije sadrži 0, je li određena vrijednost te funkcije u 0?*

Grafovi parnih funkcija su osno (zrcalno) simetrični s obzirom na os ordinata, a grafovi neparnih funkcija su centralno simetrični (dakle, rotacijski reda 2) s obzirom na ishodište.

Injektivnost, surjektivnost, bijektivnost

Koji od sljedećih grafova prikazuju injektorije (surjekcije) s domenom i kodomenom $\mathbb{R}$?



Injektivnost funkcije znači da se nikojim dvjema različitim nezavisnim varijablama ne pridruži ista zavisna varijabla (nijedna horizontala ne siječe graf više od jednom), a **surjektivnost** znači da je svaki element kodomene zavisna varijabla pridružena bar jednoj nezavisnoj varijabli.

$$\text{injekcija} + \text{surjekcija} = \text{bijekcija}$$

Injektivnost funkcije znači da se nikojim dvjema različitim nezavisnim varijablama ne pridruži ista zavisna varijabla (nijedna horizontala ne siječe graf više od jednom), a **surjektivnost** znači da je svaki element kodomene zavisna varijabla pridružena bar jednoj nezavisnoj varijabli.

$$\text{injekcija} + \text{surjekcija} = \text{bijekcija}$$

Primjer

Ako je funkcija strogo rastuća na cijeloj domeni, ona je sigurno

Injektivnost funkcije znači da se nikojim dvjema različitim nezavisnim varijablama ne pridruži ista zavisna varijabla (nijedna horizontala ne siječe graf više od jednom), a **surjektivnost** znači da je svaki element kodomene zavisna varijabla pridružena bar jednoj nezavisnoj varijabli.

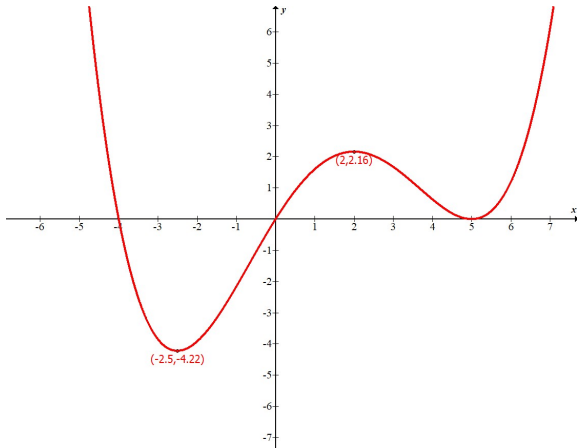
$$\text{injekcija} + \text{surjekcija} = \text{bijekcija}$$

Primjer

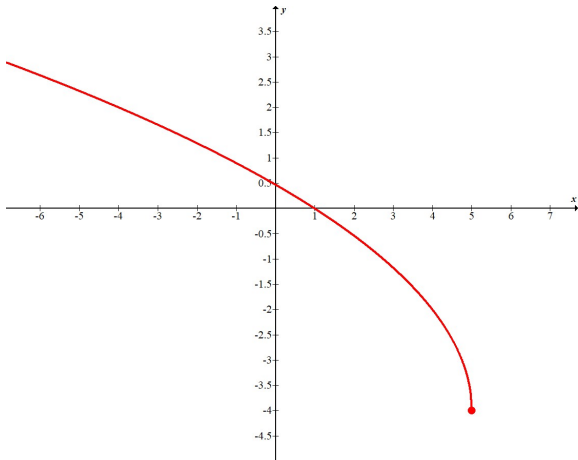
Ako je funkcija strogo rastuća na cijeloj domeni, ona je sigurno injekcija. Također, ako je funkcija strogo padajuća na cijeloj domeni, onda je sigurno injekcija.

Transformacije grafova

Na slici je prikazan graf jedne funkcije $y = f(x)$. Nacrtajte grafove funkcija zadanih pravilima $g(x) = f(x) - 2$, $h(x) = f(x + 3)$, $i(x) = -f(x)$, $j(x) = -f(x)$, $k(x) = f(4x)$, $l(x) = \frac{1}{3}f(x)$.



Na slici je prikazan graf jedne funkcije $y = f(x)$. Nacrtajte graf funkcije zadane formulom $g(x) = 1 - 2f\left(\frac{1}{4}x - 1\right)$.



Zadatak

Kod kojih od šest osnovnih transformacija grafova se ne mijenjaju nultočke funkcije?

Zadatak

Kod kojih od šest osnovnih transformacija grafova se ne mijenjaju nultočke funkcije? Kod kojih se ne mijenja vrijednost u 0 (ako je definirana)?

Zadatak

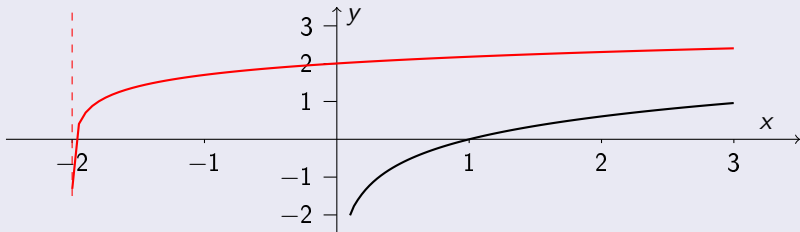
Kod kojih od šest osnovnih transformacija grafova se ne mijenjaju nultočke funkcije? Kod kojih se ne mijenja vrijednost u 0 (ako je definirana)? Kod kojih se ne mijenja domena funkcije?

Zadatak

Kod kojih od šest osnovnih transformacija grafova se ne mijenjaju nultočke funkcije? Kod kojih se ne mijenja vrijednost u 0 (ako je definirana)? Kod kojih se ne mijenja domena funkcije?

Zadatak

Na slici su grafovi funkcija $f(x) = \log_{\pi} x$ (crno) i funkcije $y = g(x)$ (crveno) čiji graf je dobiven transformacijama iz grafa funkcije f . Koja je formula funkcije g ?



Za sljedeće predavanje...

Pročitajte odjeljke 2.4.1. (Afine funkcije), 2.4.2 (Kvadratne funkcije) i 2.4.3. (Polinomi).