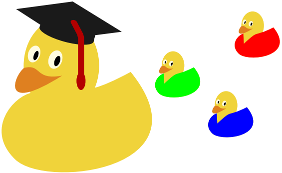
4. predavanje: Polinomi.

Franka Miriam Brückler



Afine funkcije

Zadatak

Što je zajedničko, a što razlikuje, sljedeće ovisnosti: brzina objekta koji jednoliko usporava o vremenu; tlak idealnog plina o recipročnom volumenu; cijena vožnje taksijem o prijeđenoj udaljenosti; temperatura pića o njegovoj cijeni?

Afine funkcije

Zadatak

Što je zajedničko, a što razlikuje, sljedeće ovisnosti: brzina objekta koji jednoliko usporava o vremenu; tlak idealnog plina o recipročnom volumenu; cijena vožnje taksijem o prijeđenoj udaljenosti; temperatura pića o njegovoj cijeni?

Za svaki skup A definirana je funkcija identiteta $id : A \to A$, $id(x) = x$. Ako je $A = \mathbb{R}$, njezin graf u Kartezijevom koordinatnom sustavu je simetrala I. i III. kvadranta.

Afine funkcije

Zadatak

Što je zajedničko, a što razlikuje, sljedeće ovisnosti: brzina objekta koji jednoliko usporava o vremenu; tlak idealnog plina o recipročnom volumenu; cijena vožnje taksijem o prijeđenoj udaljenosti; temperatura pića o njegovoj cijeni?

Za svaki skup A definirana je funkcija identiteta $id : A \to A$, $id(x) = x$. Ako je $A = \mathbb{R}$, njezin graf u Kartezijevom koordinatnom sustavu je simetrala I. i III. kvadranta.

Kako izgledaju grafovi funkcija $f(x) = a\,x$ za različite konstante a?

Afine funkcije

Zadatak

Što je zajedničko, a što razlikuje, sljedeće ovisnosti: brzina objekta koji jednoliko usporava o vremenu; tlak idealnog plina o recipročnom volumenu; cijena vožnje taksijem o prijeđenoj udaljenosti; temperatura pića o njegovoj cijeni?

Za svaki skup A definirana je funkcija identiteta $id : A \to A$, $id(x) = x$. Ako je $A = \mathbb{R}$, njezin graf u Kartezijevom koordinatnom sustavu je simetrala I. i III. kvadranta.
Kako izgledaju grafovi funkcija $f(x) = ax$ za različite konstante a?
Funkcije $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax$ zovu se

Afine funkcije

Zadatak

Što je zajedničko, a što razlikuje, sljedeće ovisnosti: brzina objekta koji jednoliko usporava o vremenu; tlak idealnog plina o recipročnom volumenu; cijena vožnje taksijem o prijeđenoj udaljenosti; temperatura pića o njegovoj cijeni?

Za svaki skup A definirana je funkcija identiteta $id : A \to A$, $id(x) = x$. Ako je $A = \mathbb{R}$, njezin graf u Kartezijevom koordinatnom sustavu je simetrala I. i III. kvadranta.
Kako izgledaju grafovi funkcija $f(x) = a\,x$ za različite konstante a?
Funkcije $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = a\,x$ zovu se linearne funkcije.

Afine funkcije

Zadatak

Što je zajedničko, a što razlikuje, sljedeće ovisnosti: brzina objekta koji jednoliko usporava o vremenu; tlak idealnog plina o recipročnom volumenu; cijena vožnje taksijem o prijeđenoj udaljenosti; temperatura pića o njegovoj cijeni?

Za svaki skup A definirana je funkcija identiteta $id : A \to A$, $id(x) = x$. Ako je $A = \mathbb{R}$, njezin graf u Kartezijevom koordinatnom sustavu je simetrala I. i III. kvadranta.
Kako izgledaju grafovi funkcija $f(x) = ax$ za različite konstante a?
Funkcije $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax$ zovu se linearne funkcije.
Kako izgledaju grafovi funkcija $f(x) = ax + b$ za različite konstante a i b?

Afine funkcije

Zadatak

Što je zajedničko, a što razlikuje, sljedeće ovisnosti: brzina objekta koji jednoliko usporava o vremenu; tlak idealnog plina o recipročnom volumenu; cijena vožnje taksijem o prijeđenoj udaljenosti; temperatura pića o njegovoj cijeni?

Za svaki skup A definirana je funkcija identiteta $id : A \to A$, $id(x) = x$. Ako je $A = \mathbb{R}$, njezin graf u Kartezijevom koordinatnom sustavu je simetrala I. i III. kvadranta.
Kako izgledaju grafovi funkcija $f(x) = a\,x$ za različite konstante a?
Funkcije $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = a\,x$ zovu se linearne funkcije.
Kako izgledaju grafovi funkcija $f(x) = a\,x + b$ za različite konstante a i b? Funkcije $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = a\,x + b$ zovu se

Afine funkcije

Zadatak

Što je zajedničko, a što razlikuje, sljedeće ovisnosti: brzina objekta koji jednoliko usporava o vremenu; tlak idealnog plina o recipročnom volumenu; cijena vožnje taksijem o prijeđenoj udaljenosti; temperatura pića o njegovoj cijeni?

Za svaki skup A definirana je funkcija identiteta $id : A \to A$, $id(x) = x$. Ako je $A = \mathbb{R}$, njezin graf u Kartezijevom koordinatnom sustavu je simetrala I. i III. kvadranta.
Kako izgledaju grafovi funkcija $f(x) = a\,x$ za različite konstante a?
Funkcije $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = a\,x$ zovu se linearne funkcije.
Kako izgledaju grafovi funkcija $f(x) = a\,x + b$ za različite konstante a i b? Funkcije $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = a\,x + b$ zovu se afine funkcije. Ako je $a = 0$, govorimo o

Afine funkcije

Zadatak

Što je zajedničko, a što razlikuje, sljedeće ovisnosti: brzina objekta koji jednoliko usporava o vremenu; tlak idealnog plina o recipročnom volumenu; cijena vožnje taksijem o prijeđenoj udaljenosti; temperatura pića o njegovoj cijeni?

Za svaki skup A definirana je funkcija identiteta $id : A \to A$, $id(x) = x$. Ako je $A = \mathbb{R}$, njezin graf u Kartezijevom koordinatnom sustavu je simetrala I. i III. kvadranta.
Kako izgledaju grafovi funkcija $f(x) = a\,x$ za različite konstante a?
Funkcije $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = a\,x$ zovu se linearne funkcije.
Kako izgledaju grafovi funkcija $f(x) = a\,x + b$ za različite konstante a i b? Funkcije $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = a\,x + b$ zovu se afine funkcije. Ako je $a = 0$, govorimo o konstantnoj funkciji.

- Kako za afinu funkciju $f(x) = ax + b$ nazivamo konstantu a? A konstantu b?

- Kako za afinu funkciju $f(x) = ax + b$ nazivamo konstantu a? A konstantu b?
- Može li graf afine funkcije biti vertikalan pravac?

- Kako za afinu funkciju $f(x) = ax + b$ nazivamo konstantu a? A konstantu b?
- Može li graf afine funkcije biti vertikalan pravac?
- Može li afina funkcija biti parna?

- Kako za afinu funkciju $f(x) = ax + b$ nazivamo konstantu a? A konstantu b?
- Može li graf afine funkcije biti vertikalan pravac?
- Može li afina funkcija biti parna?
- Može li afina funkcija biti neparna?

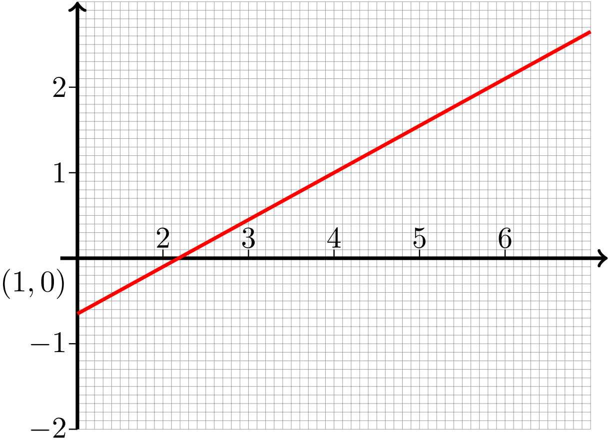
- Kako za afinu funkciju $f(x) = ax + b$ nazivamo konstantu a? A konstantu b?
- Može li graf afine funkcije biti vertikalan pravac?
- Može li afina funkcija biti parna?
- Može li afina funkcija biti neparna?
- Je li uz $f(x) = 5x - 1$ nezavisna varijabla proporcionalna zavisnoj?

- Kako za afinu funkciju $f(x) = ax + b$ nazivamo konstantu a? A konstantu b?
- Može li graf afine funkcije biti vertikalan pravac?
- Može li afina funkcija biti parna?
- Može li afina funkcija biti neparna?
- Je li uz $f(x) = 5x - 1$ nezavisna varijabla proporcionalna zavisnoj?
- Kako izgleda graf ovisnosti $y = f(x)$ ako su x i y proporcionalne?

- Kako za afinu funkciju $f(x) = ax + b$ nazivamo konstantu a? A konstantu b?
- Može li graf afine funkcije biti vertikalan pravac?
- Može li afina funkcija biti parna?
- Može li afina funkcija biti neparna?
- Je li uz $f(x) = 5x - 1$ nezavisna varijabla proporcionalna zavisnoj?
- Kako izgleda graf ovisnosti $y = f(x)$ ako su x i y proporcionalne?
- Kako izgleda graf funkcije $f : [-1, 5] \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - 2x$?

- Kako za afinu funkciju $f(x) = a\,x + b$ nazivamo konstantu a? A konstantu b?
- Može li graf afine funkcije biti vertikalan pravac?
- Može li afina funkcija biti parna?
- Može li afina funkcija biti neparna?
- Je li uz $f(x) = 5x - 1$ nezavisna varijabla proporcionalna zavisnoj?
- Kako izgleda graf ovisnosti $y = f(x)$ ako su x i y proporcionalne?
- Kako izgleda graf funkcije $f : [-1, 5] \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - 2x$?
- Ovisnost množinske koncentracije reaktanta o vremenu u reakcijama nultog reda opisana je jednadžbom $c = c_0 - k\,t$, gdje je c_0 početna koncentracija reaktanta, a k pozitivna konstanta. Skicirajte graf te ovisnosti!

Što preciznije odredite koeficijent smjera i slobodni član pravca prikazanog na slici!



Kvadratne funkcije

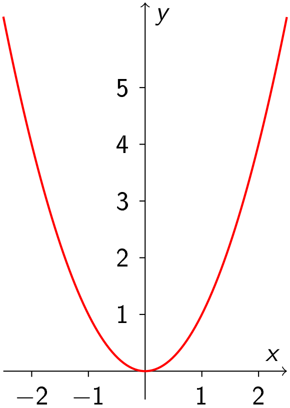
Je li površina kvadrata razmjerna duljini njegove stranice?

Kvadratne funkcije

Je li površina kvadrata razmjerna duljini njegove stranice? Kako izgleda graf ovisnosti površine kvadrata o duljini njegove stranice?

Kvadratne funkcije

Je li površina kvadrata razmjerna duljini njegove stranice? Kako izgleda graf ovisnosti površine kvadrata o duljini njegove stranice?



Skicirajte grafove sljedećih funkcija na njihovoj prirodnoj domeni:

- $f(x) = \frac{1}{2}x^2$;

Skicirajte grafove sljedećih funkcija na njihovoj prirodnoj domeni:

- $f(x) = \frac{1}{2}x^2$;
- $g(x) = 2 - \frac{1}{2}x^2$;

Skicirajte grafove sljedećih funkcija na njihovoj prirodnoj domeni:

- $f(x) = \frac{1}{2}x^2$;
- $g(x) = 2 - \frac{1}{2}x^2$;
- $h(x) = (2 - 3x)^2$;

Skicirajte grafove sljedećih funkcija na njihovoj prirodnoj domeni:

- $f(x) = \frac{1}{2}x^2$;
- $g(x) = 2 - \frac{1}{2}x^2$;
- $h(x) = (2 - 3x)^2$;
- $i(x) = x^2 + x + 1$;

Skicirajte grafove sljedećih funkcija na njihovoj prirodnoj domeni:

- $f(x) = \frac{1}{2}x^2$;
- $g(x) = 2 - \frac{1}{2}x^2$;
- $h(x) = (2 - 3x)^2$;
- $i(x) = x^2 + x + 1$;
- $j(x) = -2(x - 1)(x + 2)$;

Skicirajte grafove sljedećih funkcija na njihovoj prirodnoj domeni:

- $f(x) = \frac{1}{2}x^2$;
- $g(x) = 2 - \frac{1}{2}x^2$;
- $h(x) = (2 - 3x)^2$;
- $i(x) = x^2 + x + 1$;
- $j(x) = -2(x - 1)(x + 2)$;
- $s(t) = u\,t + \frac{d}{2}t^2$, gdje je t vrijeme, u brzina na početku kočenja, a d deceleracija automobila.

Skicirajte grafove sljedećih funkcija na njihovoj prirodnoj domeni:

- $f(x) = \frac{1}{2}x^2$;
- $g(x) = 2 - \frac{1}{2}x^2$;
- $h(x) = (2 - 3x)^2$;
- $i(x) = x^2 + x + 1$;
- $j(x) = -2(x - 1)(x + 2)$;
- $s(t) = u\,t + \frac{d}{2}t^2$, gdje je t vrijeme, u brzina na početku kočenja, a d deceleracija automobila.

Kvadratne funkcije su realne funkcije jedne varijable kojima je prirodna domena $\mathbb{R}$, a pravilo oblika $f(x) = a\,x^2 + b\,x + c$ s vodećim koeficijentom $a \neq 0$. Koji oblik ima graf svake kvadratne funkcije?

Skicirajte grafove sljedećih funkcija na njihovoj prirodnoj domeni:

- $f(x) = \frac{1}{2}x^2$;
- $g(x) = 2 - \frac{1}{2}x^2$;
- $h(x) = (2 - 3x)^2$;
- $i(x) = x^2 + x + 1$;
- $j(x) = -2(x-1)(x+2)$;
- $s(t) = u\,t + \frac{d}{2}t^2$, gdje je t vrijeme, u brzina na početku kočenja, a d deceleracija automobila.

Kvadratne funkcije su realne funkcije jedne varijable kojima je prirodna domena $\mathbb{R}$, a pravilo oblika $f(x) = a\,x^2 + b\,x + c$ s vodećim koeficijentom $a \neq 0$. Koji oblik ima graf svake kvadratne funkcije? Graf svake kvadratne funkcije je parabola.

- Kako graf kvadratne funkcije može ležati u pravokutnom koordinatnom sustavu?

- Kako graf kvadratne funkcije može ležati u pravokutnom koordinatnom sustavu?
- Kako izgledaju grafovi funkcijâ $f(x) = a\,x^2 + b$?

- Kako graf kvadratne funkcije može ležati u pravokutnom koordinatnom sustavu?
- Kako izgledaju grafovi funkcijâ $f(x) = a\,x^2 + b$?
- Siječe li graf kvadratne funkcije os ordinata? Ako da, gdje?

- Kako graf kvadratne funkcije može ležati u pravokutnom koordinatnom sustavu?
- Kako izgledaju grafovi funkcijâ $f(x) = a\,x^2 + b$?
- Siječe li graf kvadratne funkcije os ordinata? Ako da, gdje?
- Koji su mogući brojevi sjecišta grafa kvadratne funkcije s osi apscisa?

- Kako graf kvadratne funkcije može ležati u pravokutnom koordinatnom sustavu?
- Kako izgledaju grafovi funkcijâ $f(x) = a\,x^2 + b$?
- Siječe li graf kvadratne funkcije os ordinata? Ako da, gdje?
- Koji su mogući brojevi sjecišta grafa kvadratne funkcije s osi apscisa? Kako ih određujemo?

- Kako graf kvadratne funkcije može ležati u pravokutnom koordinatnom sustavu?
- Kako izgledaju grafovi funkcijâ $f(x) = a\,x^2 + b$?
- Siječe li graf kvadratne funkcije os ordinata? Ako da, gdje?
- Koji su mogući brojevi sjecišta grafa kvadratne funkcije s osi apscisa? Kako ih određujemo?

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a\,c}}{2a}$$

- Kako odrediti tjeme grafa kvadratne funkcije?

- Kako graf kvadratne funkcije može ležati u pravokutnom koordinatnom sustavu?
- Kako izgledaju grafovi funkcijâ $f(x) = a\,x^2 + b$?
- Siječe li graf kvadratne funkcije os ordinata? Ako da, gdje?
- Koji su mogući brojevi sjecišta grafa kvadratne funkcije s osi apscisa? Kako ih određujemo?

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a\,c}}{2a}$$

- Kako odrediti tjeme grafa kvadratne funkcije?
- Može li ili mora kvadratna funkcija biti parna? Neparna?

- Kako graf kvadratne funkcije može ležati u pravokutnom koordinatnom sustavu?
- Kako izgledaju grafovi funkcijâ $f(x) = a\,x^2 + b$?
- Siječe li graf kvadratne funkcije os ordinata? Ako da, gdje?
- Koji su mogući brojevi sjecišta grafa kvadratne funkcije s osi apscisa? Kako ih određujemo?

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a\,c}}{2a}$$

- Kako odrediti tjeme grafa kvadratne funkcije?
- Može li ili mora kvadratna funkcija biti parna? Neparna? Injekcija? Surjekcija?

Monomi

Linearne funkcije i funkcije $f(x) = a\,x^2$ su specijalni slučajevi monoma, tj. funkcija

$$x \mapsto a\,x^n$$

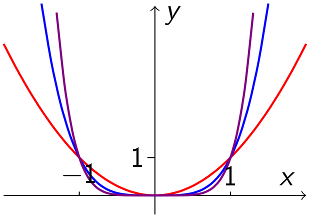
gdje je n prirodan broj. Kako mogu izgledati grafovi monoma?

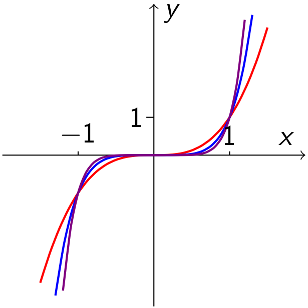
Monomi

Linearne funkcije i funkcije $f(x) = a\,x^2$ su specijalni slučajevi monoma, tj. funkcija

$$x \mapsto a\,x^n$$

gdje je n prirodan broj. Kako mogu izgledati grafovi monoma?





Polinomi

Polinomi su realne funkcije jedne varijable kojima je prirodna domena

Polinomi

Polinomi su realne funkcije jedne varijable kojima je prirodna domena $\mathbb{R}$, a pravilo je zbroj (jednog ili više) monoma. Najveći eksponent nezavisne varijable polinoma je

Polinomi

Polinomi su realne funkcije jedne varijable kojima je prirodna domena $\mathbb{R}$, a pravilo je zbroj (jednog ili više) monoma. Najveći eksponent nezavisne varijable polinoma je njegov stupanj. Koeficijent uz nultu potenciju varijable zove se

Polinomi

Polinomi su realne funkcije jedne varijable kojima je prirodna domena $\mathbb{R}$, a pravilo je zbroj (jednog ili više) monoma. Najveći eksponent nezavisne varijable polinoma je njegov stupanj. Koeficijent uz nultu potenciju varijable zove se slobodni član, a koeficijent uz najveću potenciju zove se

Polinomi

Polinomi su realne funkcije jedne varijable kojima je prirodna domena $\mathbb{R}$, a pravilo je zbroj (jednog ili više) monoma. Najveći eksponent nezavisne varijable polinoma je njegov stupanj. Koeficijent uz nultu potenciju varijable zove se slobodni član, a koeficijent uz najveću potenciju zove se vodeći koeficijent.

Zadatak

Koji je stupanj, vodeći koeficijent i slobodni član polinoma $f(x) = 7 - 2x^3 + 5x$*?*

Polinomi

Polinomi su realne funkcije jedne varijable kojima je prirodna domena $\mathbb{R}$, a pravilo je zbroj (jednog ili više) monoma. Najveći eksponent nezavisne varijable polinoma je njegov stupanj. Koeficijent uz nultu potenciju varijable zove se slobodni član, a koeficijent uz najveću potenciju zove se vodeći koeficijent.

Zadatak

Koji je stupanj, vodeći koeficijent i slobodni član polinoma $f(x) = 7 - 2x^3 + 5x$?

Zadatak

Nacrtajte graf polinoma zadanog formulom $f(x) = 1 - 2 \cdot (3 - 4x)^5$.

Možemo li graf općenitog polinoma dobiti transformacijama grafova monoma?

Možemo li graf općenitog polinoma dobiti transformacijama grafova monoma?

- Polinom stupnja 6 ima najviše

Možemo li graf općenitog polinoma dobiti transformacijama grafova monoma?

- Polinom stupnja 6 ima najviše 6 nultočaka.

Možemo li graf općenitog polinoma dobiti transformacijama grafova monoma?

- Polinom stupnja 6 ima najviše 6 nultočaka.
- Bar jednu realnu nultočku polinom sigurno ima ako je

Možemo li graf općenitog polinoma dobiti transformacijama grafova monoma?

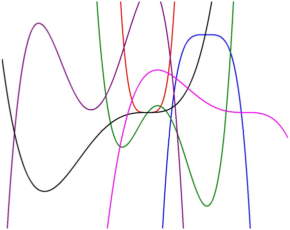
- Polinom stupnja 6 ima najviše 6 nultočaka.
- Bar jednu realnu nultočku polinom sigurno ima ako je neparnog stupnja.

Možemo li graf općenitog polinoma dobiti transformacijama grafova monoma?

- Polinom stupnja 6 ima najviše 6 nultočaka.
- Bar jednu realnu nultočku polinom sigurno ima ako je neparnog stupnja.
- Nacrtajte sve moguće oblike grafova polinoma stupnja 4.

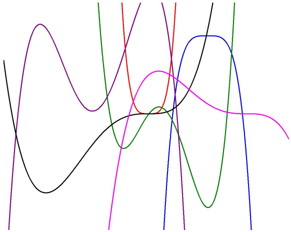
Možemo li graf općenitog polinoma dobiti transformacijama grafova monoma?

- Polinom stupnja 6 ima najviše 6 nultočaka.
- Bar jednu realnu nultočku polinom sigurno ima ako je neparnog stupnja.
- Nacrtajte sve moguće oblike grafova polinoma stupnja 4.



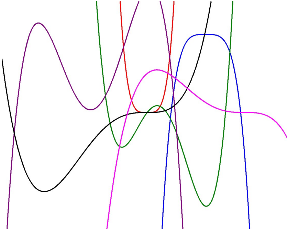
Možemo li graf općenitog polinoma dobiti transformacijama grafova monoma?

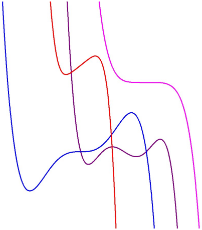
- Polinom stupnja 6 ima najviše 6 nultočaka.
- Bar jednu realnu nultočku polinom sigurno ima ako je neparnog stupnja.
- Nacrtajte sve moguće oblike grafova polinoma stupnja 4.
- Kako može izgledati graf polinoma stupnja 5 s negativnim vodećim koeficijentom?



Možemo li graf općenitog polinoma dobiti transformacijama grafova monoma?

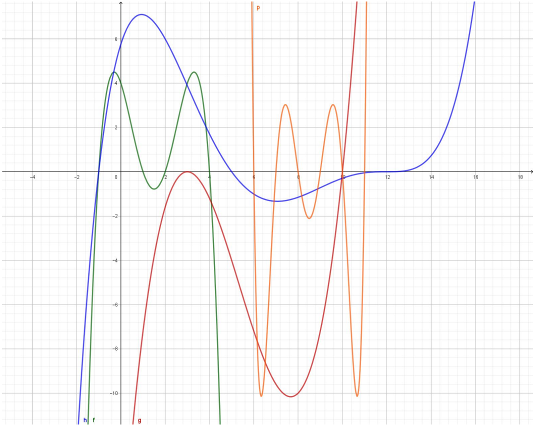
- Polinom stupnja 6 ima najviše 6 nultočaka.
- Bar jednu realnu nultočku polinom sigurno ima ako je neparnog stupnja.
- Nacrtajte sve moguće oblike grafova polinoma stupnja 4.
- Kako može izgledati graf polinoma stupnja 5 s negativnim vodećim koeficijentom?





Zadatak

Što možete reći o stupnjevima i vodećim koeficijentima polinoma čiji grafovi su prikazani na slici dolje?



Faktorizacija i dijeljenje polinoma

Kako izgleda graf polinoma $p(x) = x^2 - 9$?

Faktorizacija i dijeljenje polinoma

Kako izgleda graf polinoma $p(x) = x^2 - 9$? Taj polinom možemo zapisati i kao

Faktorizacija i dijeljenje polinoma

Kako izgleda graf polinoma $p(x) = x^2 - 9$? Taj polinom možemo zapisati i kao $p(x) = (x-3)(x+3)$. Općenito, ako je c nultočka polinoma, taj polinom je djeljiv s

Faktorizacija i dijeljenje polinoma

Kako izgleda graf polinoma $p(x) = x^2 - 9$? Taj polinom možemo zapisati i kao $p(x) = (x - 3)(x + 3)$. Općenito, ako je c nultočka polinoma, taj polinom je djeljiv s $(x - c)$, odnosno može se zapisati kao

$$p(x) = (x - c) \cdot q(x),$$

gdje je $q(x)$ polinom stupnja za 1 manjeg od stupnja od $p(x)$. Kako izračunati $q(x)$?

Faktorizacija i dijeljenje polinoma

Kako izgleda graf polinoma $p(x) = x^2 - 9$? Taj polinom možemo zapisati i kao $p(x) = (x-3)(x+3)$. Općenito, ako je c nultočka polinoma, taj polinom je djeljiv s $(x-c)$, odnosno može se zapisati kao

$$p(x) = (x - c) \cdot q(x),$$

gdje je $q(x)$ polinom stupnja za 1 manjeg od stupnja od $p(x)$.
Kako izračunati $q(x)$?
Usporedimo:

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \ \textit{vs.} \ x4 + 2x^3 - 3x^2 = x^2 \cdot (x-1) \cdot (x+3)$$

Faktorizacija i dijeljenje polinoma

Kako izgleda graf polinoma $p(x) = x^2 - 9$? Taj polinom možemo zapisati i kao $p(x) = (x-3)(x+3)$. Općenito, ako je c nultočka polinoma, taj polinom je djeljiv s $(x-c)$, odnosno može se zapisati kao

$$p(x) = (x-c) \cdot q(x),$$

gdje je $q(x)$ polinom stupnja za 1 manjeg od stupnja od $p(x)$.
Kako izračunati $q(x)$?
Usporedimo:

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \ \textit{vs.} \ x4 + 2x^3 - 3x^2 = x^2 \cdot (x-1) \cdot (x+3)$$

Može li se svaki kvadratni polinom faktorizirati na afine faktore? Zašto?

Faktorizacija i dijeljenje polinoma

Kako izgleda graf polinoma $p(x) = x^2 - 9$? Taj polinom možemo zapisati i kao $p(x) = (x - 3)(x + 3)$. Općenito, ako je c nultočka polinoma, taj polinom je djeljiv s $(x - c)$, odnosno može se zapisati kao

$$p(x) = (x - c) \cdot q(x),$$

gdje je $q(x)$ polinom stupnja za 1 manjeg od stupnja od $p(x)$.
Kako izračunati $q(x)$?
Usporedimo:

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \ \textit{vs.} \ x4 + 2x^3 - 3x^2 = x^2 \cdot (x - 1) \cdot (x + 3)$$

Može li se svaki kvadratni polinom faktorizirati na afine faktore? Zašto? Faktorizirati polinom znači zapisati ga kao umnožak faktora koji su afini ili pak kvadratni bez realnih nultočaka.

$17 : 2 = 8$ i ostatak 1 znači da je $17 = 2 \cdot 8 + 1$ *vs.*
$(4x^3 + 1)/(2x^2 - x) = 2x + 1$ i ostatak $x + 1$ znači da je
$4x^3 + 1 = (2x^2 - x) \cdot (2x + 1) + (x + 1)$

$$17 : 2 = 8 \text{ i ostatak } 1 \text{ znači da je } 17 = 2 \cdot 8 + 1 \textit{ vs.}$$
$$(4x^3 + 1)/(2x^2 - x) = 2x + 1 \text{ i ostatak } x + 1 \text{ znači da je}$$
$$4x^3 + 1 = (2x^2 - x) \cdot (2x + 1) + (x + 1)$$

Kao i kod cijelih brojeva: Jedan polinom je djeljiv s drugim ako je pri tom dijeljenju ostatak 0 (nulfunkcija), a općenito je ostatak uvijek manjeg stupnja od djelitelja.

$$17 : 2 = 8 \text{ i ostatak } 1 \text{ znači da je } 17 = 2 \cdot 8 + 1 \; vs.$$
$$(4x^3 + 1)/(2x^2 - x) = 2x + 1 \text{ i ostatak } x + 1 \text{ znači da je}$$
$$4x^3 + 1 = (2x^2 - x) \cdot (2x + 1) + (x + 1)$$

Kao i kod cijelih brojeva: Jedan polinom je djeljiv s drugim ako je pri tom dijeljenju ostatak 0 (nulfunkcija), a općenito je ostatak uvijek manjeg stupnja od djelitelja.

Primjer

Podijelimo polinom $12x^4 - x^3 + 8$ *s polinomom* $3x^3 + 2x^2$.

$$17 : 2 = 8 \text{ i ostatak } 1 \text{ znači da je } 17 = 2 \cdot 8 + 1 \text{ } vs.$$
$$(4x^3 + 1)/(2x^2 - x) = 2x + 1 \text{ i ostatak } x + 1 \text{ znači da je}$$
$$4x^3 + 1 = (2x^2 - x) \cdot (2x + 1) + (x + 1)$$

Kao i kod cijelih brojeva: Jedan polinom je djeljiv s drugim ako je pri tom dijeljenju ostatak 0 (nulfunkcija), a općenito je ostatak uvijek manjeg stupnja od djelitelja.

Primjer

Podijelimo polinom $12x^4 - x^3 + 8$ *s polinomom* $3x^3 + 2x^2$.

$$\begin{array}{l}
(12x^4 - x^3 + 8) : \ (3x^3 + 2x^2) = \ 4x - 3 \\
12x^4 + 8x^3 \\
\hline
-9x^3 + 8 \\
-9x^3 - 6x^2 \\
\hline
6x^2 + 8
\end{array}$$

$$17:2=8 \text{ i ostatak } 1 \text{ znači da je } 17=2\cdot 8+1 \textit{ vs.}$$
$$(4x^3+1)/(2x^2-x)=2x+1 \text{ i ostatak } x+1 \text{ znači da je}$$
$$4x^3+1=(2x^2-x)\cdot(2x+1)+(x+1)$$

Kao i kod cijelih brojeva: Jedan polinom je djeljiv s drugim ako je pri tom dijeljenju ostatak 0 (nulfunkcija), a općenito je ostatak uvijek manjeg stupnja od djelitelja.

Primjer

Podijelimo polinom $12x^4-x^3+8$ *s polinomom* $3x^3+2x^2$*.*

$$\begin{array}{l}
(12x^4-x^3+8):\ (3x^3+2x^2)=\ 4x-3\\
12x^4+8x^3\\
\hline
-9x^3+8\\
-9x^3-6x^2\\
\hline
6x^2+8
\end{array}$$

$$12x^4-x^3+8=(3x^3+2x^2)\cdot(4x-3)+(6x^2+8)\Leftrightarrow\frac{12x^4-x^3+8}{3x^3+2x^2}=\frac{12x^4-}{3x^3+}$$

Zadatak

Nacrtajte graf funkcije zadane formulom $f(x) = x^3(9 - x^2)$.

Zadatak

Nacrtajte graf funkcije zadane formulom $f(x) = x^3(9 - x^2)$.

Ako je $p(x)$ djeljiv s $(x - c)^k$, ali ne i s $(x - c)^{k+1}$, kažemo da je c nultočka kratnosti k. U višestrukim nultočkama x-os je tangenta na graf funkcije; ako je kratnost parna, graf u blizini nultočke ostaje s jedne strane (ispod ili iznad) x-osi (usp. $y = x^6$), a ako je neparna, prelazi s jedne strane na drugu (usp. $y = -x^3$).

Zadatak

Nacrtajte graf funkcije zadane formulom $f(x) = x^3(9 - x^2)$.

Ako je $p(x)$ djeljiv s $(x - c)^k$, ali ne i s $(x - c)^{k+1}$, kažemo da je c nultočka kratnosti k. U višestrukim nultočkama x-os je tangenta na graf funkcije; ako je kratnost parna, graf u blizini nultočke ostaje s jedne strane (ispod ili iznad) x-osi (usp. $y = x^6$), a ako je neparna, prelazi s jedne strane na drugu (usp. $y = -x^3$).

Zadatak

Odredite kratnosti nultočaka polinoma
$x^8 - 2x^7 + x^6 - x^4 + 2x^3 - x^2$.

Zadatak

Nacrtajte graf funkcije zadane formulom $f(x) = x^3(9 - x^2)$.

Ako je $p(x)$ djeljiv s $(x-c)^k$, ali ne i s $(x-c)^{k+1}$, kažemo da je c nultočka kratnosti k. U višestrukim nultočkama x-os je tangenta na graf funkcije; ako je kratnost parna, graf u blizini nultočke ostaje s jedne strane (ispod ili iznad) x-osi (usp. $y = x^6$), a ako je neparna, prelazi s jedne strane na drugu (usp. $y = -x^3$).

Zadatak

Odredite kratnosti nultočaka polinoma
$x^8 - 2x^7 + x^6 - x^4 + 2x^3 - x^2$.

Za sljedeće predavanje počitajte odjeljke 2.4.4. „Racionalne funkcije" i 2.45. „Korijeni" (bez zadataka).

Zadatak

Nacrtajte graf funkcije zadane formulom $f(x) = x^3(9 - x^2)$.

Ako je $p(x)$ djeljiv s $(x - c)^k$, ali ne i s $(x - c)^{k+1}$, kažemo da je c nultočka kratnosti k. U višestrukim nultočkama x-os je tangenta na graf funkcije; ako je kratnost parna, graf u blizini nultočke ostaje s jedne strane (ispod ili iznad) x-osi (usp. $y = x^6$), a ako je neparna, prelazi s jedne strane na drugu (usp. $y = -x^3$).

Zadatak

Odredite kratnosti nultočaka polinoma
$x^8 - 2x^7 + x^6 - x^4 + 2x^3 - x^2$.

Za sljedeće predavanje počitajte odjeljke 2.4.4. „Racionalne funkcije“ i 2.45. „Korijeni“ (bez zadataka).
Drugi kratki test provjere prisutnosti na nastavi nalazi se na linku objavljenom na web-stranici kolegija. Postat će aktivan danas u tijeku dana, a zatvara se u 6:00 sati ujutro na dan sljedećeg predavanja.