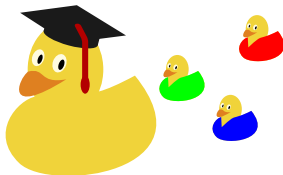
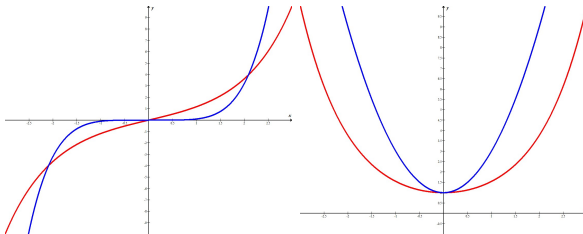


7. predavanje: Hiperbolne funkcije, opća potencija, logaritamske funkcije.

Franka Miriam Brückler

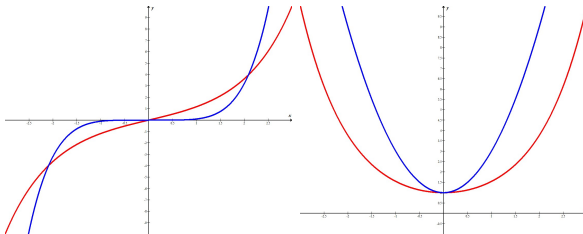


Hiperbolne funkcije



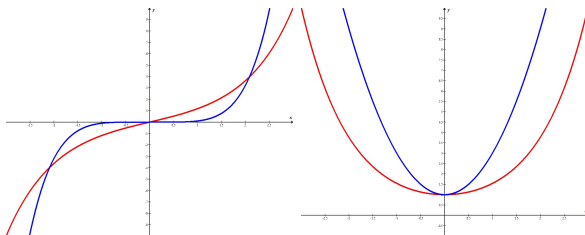
- Koje od hiperbolnih funkcija su parne? Neparne?

Hiperbolne funkcije



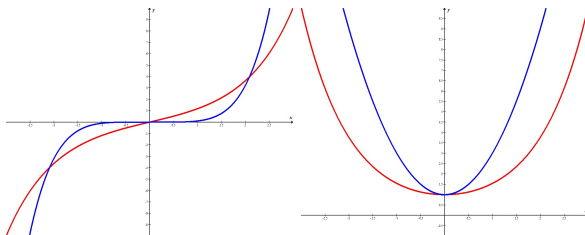
- Koje od hiperbolnih funkcija su parne? Neparne?
- Koje od hiperbolnih funkcija imaju asimptote i koje su to?

Hiperbolne funkcije



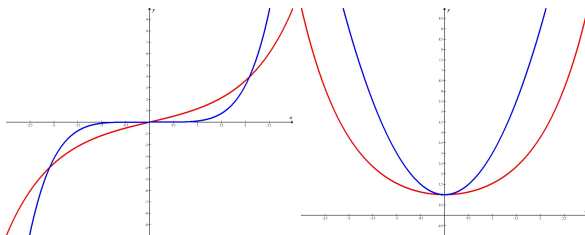
- Koje od hiperbolnih funkcija su parne? Neparne?
- Koje od hiperbolnih funkcija imaju asimptote i koje su to?
- Na slici gore lijevo, koja krivulja je graf sinusa hiperbolnog, a koja od $f(x) = \frac{1}{10}x^5$?

Hiperbolne funkcije



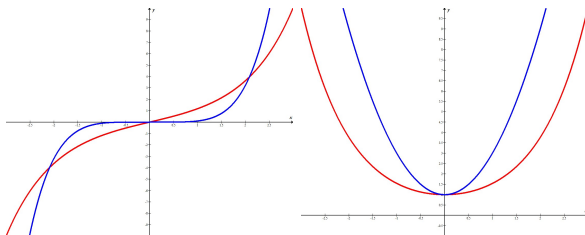
- Koje od hiperbolnih funkcija su parne? Neparne?
- Koje od hiperbolnih funkcija imaju asimptote i koje su to?
- Na slici gore lijevo, koja krivulja je graf sinusa hiperbolnog, a koja od $f(x) = \frac{1}{10}x^5$?
- Na slici gore desno, koja krivulja je graf kosinusa hiperbolnog, a koja od $f(x) = 2x^2 + 1$?

Hiperbolne funkcije



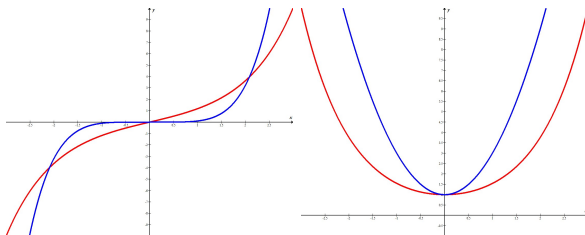
- Koje od hiperbolnih funkcija su parne? Neparne?
- Koje od hiperbolnih funkcija imaju asimptote i koje su to?
- Na slici gore lijevo, koja krivulja je graf sinusa hiperbolnog, a koja od $f(x) = \frac{1}{10}x^5$?
- Na slici gore desno, koja krivulja je graf kosinusa hiperbolnog, a koja od $f(x) = 2x^2 + 1$?
- Skicirajte graf funkcije $f(x) = \pi \operatorname{cth}(1 - x) - 2$.

Hiperbolne funkcije



- Koje od hiperbolnih funkcija su parne? Neparne?
- Koje od hiperbolnih funkcija imaju asimptote i koje su to?
- Na slici gore lijevo, koja krivulja je graf sinusa hiperbolnog, a koja od $f(x) = \frac{1}{10}x^5$?
- Na slici gore desno, koja krivulja je graf kosinusa hiperbolnog, a koja od $f(x) = 2x^2 + 1$?
- Skicirajte graf funkcije $f(x) = \pi \operatorname{cth}(1 - x) - 2$.
- Koje od hiperbolnih funkcija su bijekcije?

Hiperbolne funkcije



- Koje od hiperbolnih funkcija su parne? Neparne?
- Koje od hiperbolnih funkcija imaju asimptote i koje su to?
- Na slici gore lijevo, koja krivulja je graf sinusa hiperbolnog, a koja od $f(x) = \frac{1}{10}x^5$?
- Na slici gore desno, koja krivulja je graf kosinusa hiperbolnog, a koja od $f(x) = 2x^2 + 1$?
- Skicirajte graf funkcije $f(x) = \pi \operatorname{cth}(1 - x) - 2$.
- Koje od hiperbolnih funkcija su bijekcije? Nađite formulu inverzne funkcije sinusa hiperbolnog.

Opća potencija

Zadatak

Koja je prirodna domena funkcije zadane s

$$f(x) = (x^8 - 1)^{\sqrt[3]{x^2 - x + 1}}?$$

Opća potencija

Zadatak

Koja je prirodna domena funkcije zadane s

$$f(x) = (x^8 - 1)^{\sqrt[3]{x^2 - x + 1}}?$$

Po definiciji je

$$u(x)^{v(x)} = \exp(v(x) \ln u(x)).$$

Logaritamske funkcije

- Bez kalkulatora, što točnije, bar na raspon između dva susjedna cijela broja, odredite $\log \sqrt{1000}$, $\log 83011739$, $\log 2,5$, $\log 324$, $\log 0,1$.

Logaritamske funkcije

- Bez kalkulatora, što točnije, bar na raspon između dva susjedna cijela broja, odredite $\log \sqrt{1000}$, $\log 83011739$, $\log 2,5$, $\log 324$, $\log 0,1$.
- Koliki je x ako je $\log x$ jednak $-0,5$?

Logaritamske funkcije

- Bez kalkulatora, što točnije, bar na raspon između dva susjedna cijela broja, odredite $\log \sqrt{1000}$, $\log 83011739$, $\log 2,5$, $\log 324$, $\log 0,1$.
- Koliki je x ako je $\log x$ jednak $-0,5$?
- Koji je raspon brojeva čiji logaritam po bazi $\frac{1}{2}$ je između 3 i 4?

Logaritamske funkcije

- Bez kalkulatora, što točnije, bar na raspon između dva susjedna cijela broja, odredite $\log \sqrt{1000}$, $\log 83011739$, $\log 2,5$, $\log 324$, $\log 0,1$.
- Koliki je x ako je $\log x$ jednak $-0,5$?
- Koji je raspon brojeva čiji logaritam po bazi $\frac{1}{2}$ je između 3 i 4?
- Između koja dva cijela broja je $\ln 25$?

Logaritamske funkcije

- Bez kalkulatora, što točnije, bar na raspon između dva susjedna cijela broja, odredite $\log \sqrt{1000}$, $\log 83011739$, $\log 2,5$, $\log 324$, $\log 0,1$.
- Koliki je x ako je $\log x$ jednak $-0,5$?
- Koji je raspon brojeva čiji logaritam po bazi $\frac{1}{2}$ je između 3 i 4?
- Između koja dva cijela broja je $\ln 25$?
- Ako znate da je $\ln 2 \approx 0,7$, koliko je $\ln 8$?

Logaritamske funkcije

- Bez kalkulatora, što točnije, bar na raspon između dva susjedna cijela broja, odredite $\log \sqrt{1000}$, $\log 83011739$, $\log 2,5$, $\log 324$, $\log 0,1$.
- Koliki je x ako je $\log x$ jednak $-0,5$?
- Koji je raspon brojeva čiji logaritam po bazi $\frac{1}{2}$ je između 3 i 4?
- Između koja dva cijela broja je $\ln 25$?
- Ako znate da je $\ln 2 \approx 0,7$, koliko je $\ln 8$?
- Ako se $c(\text{H}^+)$ smanji 100 puta, kako će se promijeniti $p[\text{H}]$?

Logaritamske funkcije

- Bez kalkulatora, što točnije, bar na raspon između dva susjedna cijela broja, odredite $\log \sqrt{1000}$, $\log 83011739$, $\log 2,5$, $\log 324$, $\log 0,1$.
- Koliki je x ako je $\log x$ jednak $-0,5$?
- Koji je raspon brojeva čiji logaritam po bazi $\frac{1}{2}$ je između 3 i 4?
- Između koja dva cijela broja je $\ln 25$?
- Ako znate da je $\ln 2 \approx 0,7$, koliko je $\ln 8$?
- Ako se $c(\text{H}^+)$ smanji 100 puta, kako će se promijeniti $p[\text{H}]$? Ako se $[\text{H}^+]$ prepolovi?

Logaritamske funkcije

- Bez kalkulatora, što točnije, bar na raspon između dva susjedna cijela broja, odredite $\log \sqrt{1000}$, $\log 83011739$, $\log 2,5$, $\log 324$, $\log 0,1$.
- Koliki je x ako je $\log x$ jednak $-0,5$?
- Koji je raspon brojeva čiji logaritam po bazi $\frac{1}{2}$ je između 3 i 4?
- Između koja dva cijela broja je $\ln 25$?
- Ako znate da je $\ln 2 \approx 0,7$, koliko je $\ln 8$?
- Ako se $c(\text{H}^+)$ smanji 100 puta, kako će se promijeniti $p[\text{H}]$? Ako se $[\text{H}^+]$ prepolovi?
- Kakav je odnos $c(\text{H}^+)$ u dvije otopine s $p[\text{H}]$ 2,5 odnosno 3?

Logaritamske funkcije

- Bez kalkulatora, što točnije, bar na raspon između dva susjedna cijela broja, odredite $\log \sqrt{1000}$, $\log 83011739$, $\log 2,5$, $\log 324$, $\log 0,1$.
- Koliki je x ako je $\log x$ jednak $-0,5$?
- Koji je raspon brojeva čiji logaritam po bazi $\frac{1}{2}$ je između 3 i 4?
- Između koja dva cijela broja je $\ln 25$?
- Ako znate da je $\ln 2 \approx 0,7$, koliko je $\ln 8$?
- Ako se $c(\text{H}^+)$ smanji 100 puta, kako će se promijeniti $p[\text{H}]$? Ako se $[\text{H}^+]$ prepolovi?
- Kakav je odnos $c(\text{H}^+)$ u dvije otopine s $p[\text{H}]$ 2,5 odnosno 3?
- Što je sve krivo u računu
 $\log_3(-3x) = \log_3(-3) + \log_3 x = -1 + \log_3 x$?

Logaritamske funkcije

- Bez kalkulatora, što točnije, bar na raspon između dva susjedna cijela broja, odredite $\log \sqrt{1000}$, $\log 83011739$, $\log 2,5$, $\log 324$, $\log 0,1$.
- Koliki je x ako je $\log x$ jednak $-0,5$?
- Koji je raspon brojeva čiji logaritam po bazi $\frac{1}{2}$ je između 3 i 4?
- Između koja dva cijela broja je $\ln 25$?
- Ako znate da je $\ln 2 \approx 0,7$, koliko je $\ln 8$?
- Ako se $c(\text{H}^+)$ smanji 100 puta, kako će se promijeniti $p[\text{H}]$? Ako se $[\text{H}^+]$ prepolovi?
- Kakav je odnos $c(\text{H}^+)$ u dvije otopine s $p[\text{H}]$ 2,5 odnosno 3?
- Što je sve krivo u računu
 $\log_3(-3x) = \log_3(-3) + \log_3 x = -1 + \log_3 x$?
- Kako drugačije možemo zapisati $f(x) = \log_\pi \frac{\pi^2}{\pi-x}$? Nacrtajte graf te funkcije.
- Skicirajte graf funkcije $f(x) = 1 - 2 \log_3(4 - 5x)$.

Označimo: $c = c(\text{HCl}) = c(\text{Cl}^-)$. Je li točno:

$$\text{p}[\text{H}] = -\log \frac{c}{\text{mol L}^{-1}}?$$

Označimo: $c = c(\text{HCl}) = c(\text{Cl}^-)$. Je li točno:

$$\text{p}[\text{H}] = -\log \frac{c}{\text{mol L}^{-1}}?$$

Ne! Ako bi $\text{HCl}(\text{aq})$ imala koncentraciju primjerice $1,33 \cdot 10^{-8}$ mol/L, to bi nam dalo $\text{p}[\text{H}] = 7,88$!

Označimo: $c = c(\text{HCl}) = c(\text{Cl}^-)$. Je li točno:

$$\text{p}[\text{H}] = -\log \frac{c}{\text{mol L}^{-1}}?$$

Ne! Ako bi $\text{HCl}(\text{aq})$ imala koncentraciju primjerice $1,33 \cdot 10^{-8} \text{ mol/L}$, to bi nam dalo $\text{p}[\text{H}] = 7,88$!

Zadatak

Odredite pravilnu formulu za $\text{p}[\text{H}]$ vodene otopine klorovodične kiseline $\text{HCl}(\text{aq})$ u ovisnosti o njezinoj koncentraciji c !

Označimo: $c = c(\text{HCl}) = c(\text{Cl}^-)$. Je li točno:

$$\text{p}[\text{H}] = -\log \frac{c}{\text{mol L}^{-1}}?$$

Ne! Ako bi $\text{HCl}(\text{aq})$ imala koncentraciju primjerice $1,33 \cdot 10^{-8} \text{ mol/L}$, to bi nam dalo $\text{p}[\text{H}] = 7,88$!

Zadatak

Odredite pravilnu formulu za $\text{p}[\text{H}]$ vodene otopine klorovodične kiseline $\text{HCl}(\text{aq})$ u ovisnosti o njezinoj koncentraciji c !

- električka neutralnost otopine: $c(\text{H}^+) = c(\text{Cl}^-) + c(\text{OH}^-)$
- pri konstantnoj temperaturi ionski produkt vode je konstantan; npr. pri sobnoj temperaturi je $c(\text{H}^+)c(\text{OH}^-) = K_w \approx 10^{-14} \text{ mol}^2 \text{ L}^{-2}$

Označimo: $c = c(\text{HCl}) = c(\text{Cl}^-)$. Je li točno:

$$\text{p}[\text{H}] = -\log \frac{c}{\text{mol L}^{-1}}?$$

Ne! Ako bi $\text{HCl}(\text{aq})$ imala koncentraciju primjerice $1,33 \cdot 10^{-8} \text{ mol/L}$, to bi nam dalo $\text{p}[\text{H}] = 7,88$!

Zadatak

Odredite pravilnu formulu za $\text{p}[\text{H}]$ vodene otopine klorovodične kiseline $\text{HCl}(\text{aq})$ u ovisnosti o njezinoj koncentraciji c !

- električka neutralnost otopine: $c(\text{H}^+) = c(\text{Cl}^-) + c(\text{OH}^-)$
- pri konstantnoj temperaturi ionski produkt vode je konstantan; npr. pri sobnoj temperaturi je $c(\text{H}^+)c(\text{OH}^-) = K_w \approx 10^{-14} \text{ mol}^2 \text{ L}^{-2}$

$$C = c(\text{H}^+) \Rightarrow C = \frac{K_w}{C - c}$$

$$C_{1,2} = \frac{c \pm \sqrt{c^2 + 4K_w}}{2}.$$

Zašto otpada rješenje s minusom?

$$C_{1,2} = \frac{c \pm \sqrt{c^2 + 4K_w}}{2}.$$

Zašto otpada rješenje s minusom?

$$\Rightarrow p[H] = \log 2 - \log \frac{c + \sqrt{c^2 + 4K_w}}{\text{mol/L}}.$$

$$C_{1,2} = \frac{c \pm \sqrt{c^2 + 4K_w}}{2}.$$

Zašto otpada rješenje s minusom?

$$\Rightarrow p[H] = \log 2 - \log \frac{c + \sqrt{c^2 + 4K_w}}{\text{mol/L}}.$$

Za c blizu 0 i za c blizu 1 mol/L, pri sobnoj temperaturi, procijenite $p[H]$ za HCL(aq) koristeći tu formulu.

$$C_{1,2} = \frac{c \pm \sqrt{c^2 + 4K_w}}{2}.$$

Zašto otpada rješenje s minusom?

$$\Rightarrow p[H] = \log 2 - \log \frac{c + \sqrt{c^2 + 4K_w}}{\text{mol/L}}.$$

Za c blizu 0 i za c blizu 1 mol/L, pri sobnoj temperaturi, procijenite $p[H]$ za HCL(aq) koristeći tu formulu. Procijenite grešku korištenja $p[H] = -\log \frac{c}{\text{mol/L} - 1}$ umjesto gornje formule za koncentracije $c < 10^{-6}$ mol/L i za koncentracije veće od 10^{-1} mol/L (ali manje od 1 mol/L), pri sobnoj temperaturi.

Kao pripremu za sljedeće predavanje pročitajte odjeljak 2.6.5. Trigonometrijske i ciklometrijske funkcije.