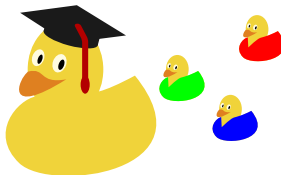


7. predavanje: Eksponeñcijalne, hiperbolne i logaritamske funkcije. Opća potencija.

Franka Miriam Brückler



Eksponencijalne funkcije

Treba Vam $K = 1 \text{ k€}$ na $t = 5$ godina i uspoređujete ponude.

1. Jednostavno ukamaćivanje

Znanac Vam je ponudio da će Vam posuditi iznoa K na vrijeme t , pri čemu ćete mu na kraju svake godine platiti $p = 5\%$ glavnice K kao kamate. Koliko ćete mu ukupno vratiti? Koliko Vas košta ovakava posudba? Ako gledamo ovisnost iznosa kamata o vremenu, kakva je ta funkcija u ovom slučaju?

Eksponencijalne funkcije

Treba Vam $K = 1 \text{ k€}$ na $t = 5$ godina i uspoređujete ponude.

1. Jednostavno ukamaćivanje

Znanac Vam je ponudio da će Vam posuditi iznosa K na vrijeme t , pri čemu ćete mu na kraju svake godine platiti $p = 5\%$ glavnice K kao kamate. Koliko ćete mu ukupno vratiti? Koliko Vas košta ovakava posudba? Ako gledamo ovisnost iznosa kamata o vremenu, kakva je ta funkcija u ovom slučaju?

2. Složeno ukamaćivanje

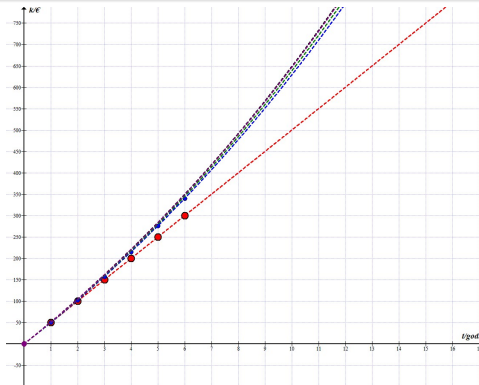
Vaša banka Vam pak nudi istu kamatnu stopu p , ali će primijeniti uzastopno ukamaćivanje, tj. na kraju godine će kamate postati dio glavnice. Koliko ćete ukupno vratiti? Koliko Vas košta ovakava posudba? Ako gledamo ovisnost iznosa kamata o vremenu, kakva je ta funkcija u ovom slučaju?

3. Višekratno obračunjavanje kamata

Druga banka Vam nudi kao prethodna, ali bi Vam kamate obračunavala popola svakih pola godine. Koliko ćete ukupno vratiti? Koliko Vas košta ovakava posudba? Ako gledamo ovisnost iznosa kamata o vremenu, kakva je ta funkcija u ovom slučaju? A ako bi se kamate obračunavale po $\frac{1}{12}$ mjesečno?

3. Višekratno obračunavanje kamata

Druga banka Vam nudi kao prethodna, ali bi Vam kamate obračunavala popola svakih pola godine. Koliko ćete ukupno vratiti? Koliko Vas košta ovakva posudba? Ako gledamo ovisnost iznosa kamata o vremenu, kakva je ta funkcija u ovom slučaju? A ako bi se kamate obračunavale po $\frac{1}{12}$ mjesečno?



Uz $a = \left(1 + \frac{p}{n}\right)^n$, vidimo da kod višekranog obračunavanja kamata (n puta godišnje) po jedinici iznosa kredita, iznos koji se vraća je **eksponencijalna funkcija s bazom a** kojoj je nezavisna varijabla $x = t/\text{god.}$:

$$k(x) = a^x.$$

Uz $a = \left(1 + \frac{p}{n}\right)^n$, vidimo da kod višekranog obračunavanja kamata (n puta godišnje) po jedinici iznosa kredita, iznos koji se vraća je **eksponencijalna funkcija s bazom a** kojoj je nezavisna varijabla $x = t/\text{god.}$:

$$k(x) = a^x.$$

U ovim slučajevima je $a > 1$ pa je funkcija k uvijek

Uz $a = \left(1 + \frac{p}{n}\right)^n$, vidimo da kod višekranog obračunavanja kamata (n puta godišnje) po jedinici iznosa kredita, iznos koji se vraća je **eksponencijalna funkcija s bazom a** kojoj je nezavisna varijabla $x = t/\text{god.}$:

$$k(x) = a^x.$$

U ovim slučajevima je $a > 1$ pa je funkcija k uvijek rastuća. Ako bismo povećavali broj n , iznos a bio bi sve bliži iznosu **baze prirodnog logaritma $e \approx 2,718281828$** . Eksponencijalnu funkciju s bazom e umjesto s e^x često zapisujemo s $\exp(x)$.

Uz $a = \left(1 + \frac{p}{n}\right)^n$, vidimo da kod višekranog obračunavanja kamata (n puta godišnje) po jedinici iznosa kredita, iznos koji se vraća je **eksponencijalna funkcija s bazom a** kojoj je nezavisna varijabla $x = t/\text{god.}$:

$$k(x) = a^x.$$

U ovim slučajevima je $a > 1$ pa je funkcija k uvijek rastuća. Ako bismo povećavali broj n , iznos a bio bi sve bliži iznosu **baze prirodnog logaritma $e \approx 2,718281828$** . Eksponencijalnu funkciju s bazom e umjesto s e^x često zapisujemo s $\exp(x)$.

Zadatak

Opišite uzastopno deseterostruko razrjeđivanje vodene otopine početne koncentracije 1 mol/L kao funkciju broja razrjeđivanja.

Uz $a = \left(1 + \frac{p}{n}\right)^n$, vidimo da kod višekranog obračunavanja kamata (n puta godišnje) po jedinici iznosa kredita, iznos koji se vraća je **eksponencijalna funkcija s bazom a** kojoj je nezavisna varijabla $x = t/\text{god.}$:

$$k(x) = a^x.$$

U ovim slučajevima je $a > 1$ pa je funkcija k uvijek rastuća. Ako bismo povećavali broj n , iznos a bio bi sve bliži iznosu **baze prirodnog logaritma $e \approx 2,718281828$** . Eksponecijalnu funkciju s bazom e umjesto s e^x često zapisujemo s $\exp(x)$.

Zadatak

Opišite uzastopno deseterostruko razrjeđivanje vodene otopine početne koncentracije 1 mol/L kao funkciju broja razrjeđivanja. Je li to eksponencijalna funkcija?

Uz $a = \left(1 + \frac{p}{n}\right)^n$, vidimo da kod višekranog obračunavanja kamata (n puta godišnje) po jedinici iznosa kredita, iznos koji se vraća je **eksponencijalna funkcija s bazom a** kojoj je nezavisna varijabla $x = t/\text{god.}$:

$$k(x) = a^x.$$

U ovim slučajevima je $a > 1$ pa je funkcija k uvijek rastuća. Ako bismo povećavali broj n , iznos a bio bi sve bliži iznosu **baze prirodnog logaritma $e \approx 2,718281828$** . Eksponecijalnu funkciju s bazom e umjesto s e^x često zapisujemo s $\exp(x)$.

Zadatak

Opišite uzastopno deseterostruko razrjeđivanje vodene otopine početne koncentracije 1 mol/L kao funkciju broja razrjeđivanja. Je li to eksponencijalna funkcija? Je li rastuća ili padajuća?

$$f(x) = a^x$$

- Po definiciji, prirodna domena svake eksponencijalne funkcije je

$$f(x) = a^x$$

- Po definiciji, prirodna domena svake eksponencijalne funkcije je $\mathbb{R}$.
- Je li ovdje prikladno reći „ a je koeficijent smjera“?

$$f(x) = a^x$$

- Po definiciji, prirodna domena svake eksponencijalne funkcije je $\mathbb{R}$.
- Je li ovdje prikladno reći „ a je koeficijent smjera“? Koje su dozvoljene baze za eksponencijalne funkcije?

$$f(x) = a^x$$

- Po definiciji, prirodna domena svake eksponencijalne funkcije je $\mathbb{R}$.
- Je li ovdje prikladno reći „ a je koeficijent smjera“? Koje su dozvoljene baze za eksponencijalne funkcije? Zašto?

$$f(x) = a^x$$

- Po definiciji, prirodna domena svake eksponencijalne funkcije je $\mathbb{R}$.
- Je li ovdje prikladno reći „ a je koeficijent smjera“? Koje su dozvoljene baze za eksponencijalne funkcije? Zašto?
- Je li $f(x) = 3^{-5x}$ eksponencijalna funkcija?

$$f(x) = a^x$$

- Po definiciji, prirodna domena svake eksponencijalne funkcije je $\mathbb{R}$.
- Je li ovdje prikladno reći „ a je koeficijent smjera“? Koje su dozvoljene baze za eksponencijalne funkcije? Zašto?
- Je li $f(x) = 3^{-5x}$ eksponencijalna funkcija? Zašto negativne brojeve ne dozvoljavamo kao baze eksponencijalnih funkcija?

$$f(x) = a^x$$

- Po definiciji, prirodna domena svake eksponencijalne funkcije je $\mathbb{R}$.
- Je li ovdje prikladno reći „ a je koeficijent smjera“? Koje su dozvoljene baze za eksponencijalne funkcije? Zašto?
- Je li $f(x) = 3^{-5x}$ eksponencijalna funkcija? Zašto negativne brojeve ne dozvoljavamo kao baze eksponencijalnih funkcija?
- Za kakve baze su eksponencijalne funkcije rastuće, a za kakve su padajuće?

$$f(x) = a^x$$

- Po definiciji, prirodna domena svake eksponencijalne funkcije je $\mathbb{R}$.
- Je li ovdje prikladno reći „ a je koeficijent smjera“? Koje su dozvoljene baze za eksponencijalne funkcije? Zašto?
- Je li $f(x) = 3^{-5x}$ eksponencijalna funkcija? Zašto negativne brojeve ne dozvoljavamo kao baze eksponencijalnih funkcija?
- Za kakve baze su eksponencijalne funkcije rastuće, a za kakve su padajuće?
- Koje su moguće vrijednosti eksponencijalnih funkcija u 0?

$$f(x) = a^x$$

- Po definiciji, prirodna domena svake eksponencijalne funkcije je $\mathbb{R}$.
- Je li ovdje prikladno reći „ a je koeficijent smjera“? Koje su dozvoljene baze za eksponencijalne funkcije? Zašto?
- Je li $f(x) = 3^{-5x}$ eksponencijalna funkcija? Zašto negativne brojeve ne dozvoljavamo kao baze eksponencijalnih funkcija?
- Za kakve baze su eksponencijalne funkcije rastuće, a za kakve su padajuće?
- Koje su moguće vrijednosti eksponencijalnih funkcija u 0?
- Koja je bitna razlika horizontalne asimptote kod racionalnih i kod eksponencijalnih funkcija?

$$f(x) = a^x$$

- Po definiciji, prirodna domena svake eksponencijalne funkcije je $\mathbb{R}$.
- Je li ovdje prikladno reći „ a je koeficijent smjera“? Koje su dozvoljene baze za eksponencijalne funkcije? Zašto?
- Je li $f(x) = 3^{-5x}$ eksponencijalna funkcija? Zašto negativne brojeve ne dozvoljavamo kao baze eksponencijalnih funkcija?
- Za kakve baze su eksponencijalne funkcije rastuće, a za kakve su padajuće?
- Koje su moguće vrijednosti eksponencijalnih funkcija u 0?
- Koja je bitna razlika horizontalne asimptote kod racionalnih i kod eksponencijalnih funkcija?
- Jesu li eksponencijalne funkcije parne? Neparne? Injekcije? Surjekcije?

$$f(x) = a^x$$

- Po definiciji, prirodna domena svake eksponencijalne funkcije je $\mathbb{R}$.
- Je li ovdje prikladno reći „ a je koeficijent smjera“? Koje su dozvoljene baze za eksponencijalne funkcije? Zašto?
- Je li $f(x) = 3^{-5x}$ eksponencijalna funkcija? Zašto negativne brojeve ne dozvoljavamo kao baze eksponencijalnih funkcija?
- Za kakve baze su eksponencijalne funkcije rastuće, a za kakve su padajuće?
- Koje su moguće vrijednosti eksponencijalnih funkcija u 0?
- Koja je bitna razlika horizontalne asimptote kod racionalnih i kod eksponencijalnih funkcija?
- Jesu li eksponencijalne funkcije parne? Neparne? Injekcije? Surjekcije?
- Zašto svaku (ne)jednadžbu možemo podijeliti s $\exp(-2x + x^2)$, bez ikakvih dodatnih uvjeta?

Zadatak

Skicirajte grafove sljedećih funkcija:

- $f(x) = 5 \exp(-x/2)$.

Zadatak

Skicirajte grafove sljedećih funkcija:

- $f(x) = 5 \exp(-x/2)$.
- *atomske 1s-orbitale, tj. funkcije koja udaljenosti r elektrona do jezgre pridružuje iznos*

$$\sqrt{\frac{Z^3}{a_0^3 \pi}} \exp\left(-\frac{Zr}{a_0}\right).$$

Zadatak

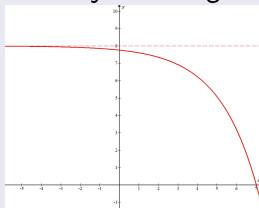
Skicirajte grafove sljedećih funkcija:

- $f(x) = 5 \exp(-x/2)$.
- atomske 1s-orbitale, tj. funkcije koja udaljenosti r elektrona do jezgre pridružuje iznos

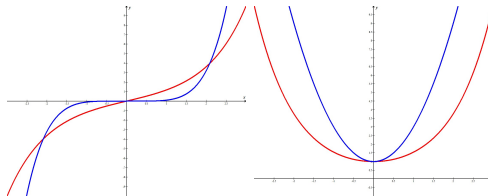
$$\sqrt{\frac{Z^3}{a_0^3 \pi}} \exp\left(-\frac{Zr}{a_0}\right).$$

Zadatak

Nađite jednu moguću formulu funkcije čiji graf je na slici dolje.

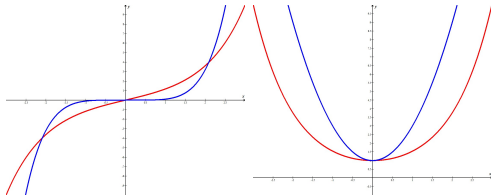


Hiperbolne funkcije



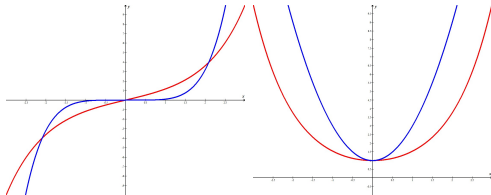
- Kako se definiraju hiperbolne funkcije?

Hiperbolne funkcije



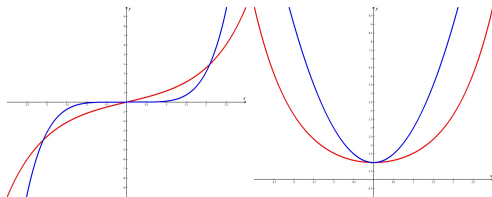
- Kako se definiraju hiperbolne funkcije?
- Koje od hiperbolnih funkcija su parne? Neparne?

Hiperbolne funkcije



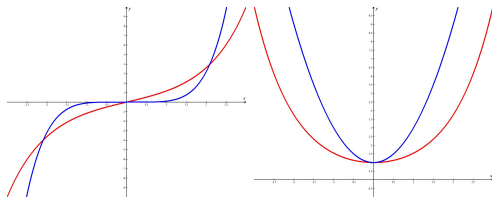
- Kako se definiraju hiperbolne funkcije?
- Koje od hiperbolnih funkcija su parne? Neparne?
- Koje od hiperbolnih funkcija imaju asimptote i koje su to?

Hiperbolne funkcije



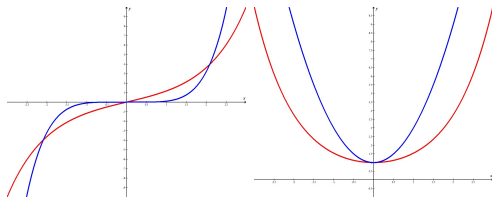
- Kako se definiraju hiperbolne funkcije?
- Koje od hiperbolnih funkcija su parne? Neparne?
- Koje od hiperbolnih funkcija imaju asimptote i koje su to?
- Na slici gore lijevo, koja krivulja je graf sinusa hiperbolnog, a koja od $f(x) = \frac{1}{10}x^5$?

Hiperbolne funkcije



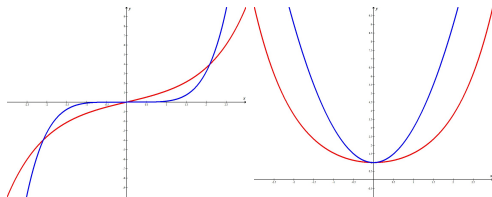
- Kako se definiraju hiperbolne funkcije?
- Koje od hiperbolnih funkcija su parne? Neparne?
- Koje od hiperbolnih funkcija imaju asimptote i koje su to?
- Na slici gore lijevo, koja krivulja je graf sinusa hiperbolnog, a koja od $f(x) = \frac{1}{10}x^5$?
- Na slici gore desno, koja krivulja je graf kosinusa hiperbolnog, a koja od $f(x) = 2x^2 + 1$?

Hiperbolne funkcije



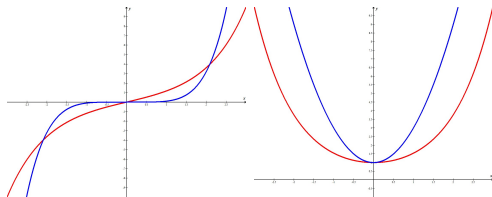
- Kako se definiraju hiperbolne funkcije?
- Koje od hiperbolnih funkcija su parne? Neparne?
- Koje od hiperbolnih funkcija imaju asimptote i koje su to?
- Na slici gore lijevo, koja krivulja je graf sinusa hiperbolnog, a koja od $f(x) = \frac{1}{10}x^5$?
- Na slici gore desno, koja krivulja je graf kosinusa hiperbolnog, a koja od $f(x) = 2x^2 + 1$?
- Skicirajte graf funkcije $f(x) = \pi \operatorname{cth}(1 - x) - 2$.

Hiperbolne funkcije



- Kako se definiraju hiperbolne funkcije?
- Koje od hiperbolnih funkcija su parne? Neparne?
- Koje od hiperbolnih funkcija imaju asimptote i koje su to?
- Na slici gore lijevo, koja krivulja je graf sinusa hiperbolnog, a koja od $f(x) = \frac{1}{10}x^5$?
- Na slici gore desno, koja krivulja je graf kosinusa hiperbolnog, a koja od $f(x) = 2x^2 + 1$?
- Skicirajte graf funkcije $f(x) = \pi \operatorname{cth}(1 - x) - 2$.
- Koje od hiperbolnih funkcija su bijekcije?

Hiperbolne funkcije



- Kako se definiraju hiperbolne funkcije?
- Koje od hiperbolnih funkcija su parne? Neparne?
- Koje od hiperbolnih funkcija imaju asimptote i koje su to?
- Na slici gore lijevo, koja krivulja je graf sinusa hiperbolnog, a koja od $f(x) = \frac{1}{10}x^5$?
- Na slici gore desno, koja krivulja je graf kosinusa hiperbolnog, a koja od $f(x) = 2x^2 + 1$?
- Skicirajte graf funkcije $f(x) = \pi \operatorname{cth}(1 - x) - 2$.
- Koje od hiperbolnih funkcija su bijekcije? Nađite formulu inverzne funkcije sinusa hiperbolnog.

Logaritamske funkcije

- Koliko ima logaritamskih funkcija?

Logaritamske funkcije

- Koliko ima logaritamskih funkcija? Kako se definiraju?

Logaritamske funkcije

- Koliko ima logaritamskih funkcija? Kako se definiraju?
- Što je zajedničko svim logaritamskim funkcijama?

Logaritamske funkcije

- Koliko ima logaritamskih funkcija? Kako se definiraju?
- Što je zajedničko svim logaritamskim funkcijama? Koja su im svojstva i kako im izgledaju grafovi ovisno o bazi?

Logaritamske funkcije

- Koliko ima logaritamskih funkcija? Kako se definiraju?
- Što je zajedničko svim logaritamskim funkcijama? Koja su im svojstva i kako im izgledaju grafovi ovisno o bazi?
- Koje dvije logaritamske funkcije imaju posebne oznake?

Logaritamske funkcije

- Koliko ima logaritamskih funkcija? Kako se definiraju?
- Što je zajedničko svim logaritamskim funkcijama? Koja su im svojstva i kako im izgledaju grafovi ovisno o bazi?
- Koje dvije logaritamske funkcije imaju posebne oznake?
- Bez kalkulatora, točno ili na raspon između dva susjedna cijela broja, odredite $\log \sqrt{1000}$, $\log 83011739$, $\log 2,5$, $\log 324$, $\log 0,1$.

Logaritamske funkcije

- Koliko ima logaritamskih funkcija? Kako se definiraju?
- Što je zajedničko svim logaritamskim funkcijama? Koja su im svojstva i kako im izgledaju grafovi ovisno o bazi?
- Koje dvije logaritamske funkcije imaju posebne oznake?
- Bez kalkulatora, točno ili na raspon između dva susjedna cijela broja, odredite $\log \sqrt{1000}$, $\log 83011739$, $\log 2,5$, $\log 324$, $\log 0,1$.
- Procijenite broj čiji dekadski logaritam je $-0,5$!

Logaritamske funkcije

- Koliko ima logaritamskih funkcija? Kako se definiraju?
- Što je zajedničko svim logaritamskim funkcijama? Koja su im svojstva i kako im izgledaju grafovi ovisno o bazi?
- Koje dvije logaritamske funkcije imaju posebne oznake?
- Bez kalkulatora, točno ili na raspon između dva susjedna cijela broja, odredite $\log \sqrt{1000}$, $\log 83011739$, $\log 2,5$, $\log 324$, $\log 0,1$.
- Procijenite broj čiji dekadski logaritam je $-0,5$!

Logaritamske funkcije

- Koliko ima logaritamskih funkcija? Kako se definiraju?
- Što je zajedničko svim logaritamskim funkcijama? Koja su im svojstva i kako im izgledaju grafovi ovisno o bazi?
- Koje dvije logaritamske funkcije imaju posebne oznake?
- Bez kalkulatora, točno ili na raspon između dva susjedna cijela broja, odredite $\log \sqrt{1000}$, $\log 83011739$, $\log 2,5$, $\log 324$, $\log 0,1$.
- Procijenite broj čiji dekadski logaritam je $-0,5$!
- Koji je raspon brojeva čiji logaritam po bazi $\frac{1}{2}$ je između 3 i 4?

Logaritamske funkcije

- Koliko ima logaritamskih funkcija? Kako se definiraju?
- Što je zajedničko svim logaritamskim funkcijama? Koja su im svojstva i kako im izgledaju grafovi ovisno o bazi?
- Koje dvije logaritamske funkcije imaju posebne oznake?
- Bez kalkulatora, točno ili na raspon između dva susjedna cijela broja, odredite $\log \sqrt{1000}$, $\log 83011739$, $\log 2,5$, $\log 324$, $\log 0,1$.
- Procijenite broj čiji dekadski logaritam je $-0,5$!
- Koji je raspon brojeva čiji logaritam po bazi $\frac{1}{2}$ je između 3 i 4?
- Između koja dva cijela broja je $\ln 25$?

Logaritamske funkcije

- Koliko ima logaritamskih funkcija? Kako se definiraju?
- Što je zajedničko svim logaritamskim funkcijama? Koja su im svojstva i kako im izgledaju grafovi ovisno o bazi?
- Koje dvije logaritamske funkcije imaju posebne oznake?
- Bez kalkulatora, točno ili na raspon između dva susjedna cijela broja, odredite $\log \sqrt{1000}$, $\log 83011739$, $\log 2,5$, $\log 324$, $\log 0,1$.
- Procijenite broj čiji dekadski logaritam je $-0,5$!
- Koji je raspon brojeva čiji logaritam po bazi $\frac{1}{2}$ je između 3 i 4?
- Između koja dva cijela broja je $\ln 25$?
- Ako znate da je $\ln 2 \approx 0,7$, koliko je $\ln 8$?

Logaritamske funkcije

- Koliko ima logaritamskih funkcija? Kako se definiraju?
- Što je zajedničko svim logaritamskim funkcijama? Koja su im svojstva i kako im izgledaju grafovi ovisno o bazi?
- Koje dvije logaritamske funkcije imaju posebne oznake?
- Bez kalkulatora, točno ili na raspon između dva susjedna cijela broja, odredite $\log \sqrt{1000}$, $\log 83011739$, $\log 2,5$, $\log 324$, $\log 0,1$.
- Procijenite broj čiji dekadski logaritam je $-0,5$!
- Koji je raspon brojeva čiji logaritam po bazi $\frac{1}{2}$ je između 3 i 4?
- Između koja dva cijela broja je $\ln 25$?
- Ako znate da je $\ln 2 \approx 0,7$, koliko je $\ln 8$?
- Što je krivo u računu
$$\log_3(-3x) = \log_3(-3) + \log_3 x = -1 + \log_3 x?$$

Logaritamske funkcije

- Koliko ima logaritamskih funkcija? Kako se definiraju?
- Što je zajedničko svim logaritamskim funkcijama? Koja su im svojstva i kako im izgledaju grafovi ovisno o bazi?
- Koje dvije logaritamske funkcije imaju posebne oznake?
- Bez kalkulatora, točno ili na raspon između dva susjedna cijela broja, odredite $\log \sqrt{1000}$, $\log 83011739$, $\log 2,5$, $\log 324$, $\log 0,1$.
- Procijenite broj čiji dekadski logaritam je $-0,5$!
- Koji je raspon brojeva čiji logaritam po bazi $\frac{1}{2}$ je između 3 i 4?
- Između koja dva cijela broja je $\ln 25$?
- Ako znate da je $\ln 2 \approx 0,7$, koliko je $\ln 8$?
- Što je krivo u računu
$$\log_3(-3x) = \log_3(-3) + \log_3 x = -1 + \log_3 x?$$
- Nacrtajte graf funkcije $f(x) = \log_{\pi} \frac{\pi^2}{\pi - e^x}$?

$$p[H] = -\log \frac{c(H^+)}{\text{mol L}^{-1}}$$



- Je li $p[H]$ otopine proporcionalan koncentraciji H^+ iona u njoj?

$$p[H] = -\log \frac{c(H^+)}{\text{mol L}^{-1}}$$



- Je li $p[H]$ otopine proporcionalan koncentraciji H^+ iona u njoj?
- Ako se $c(H^+)$ smanji 100 puta, kako će se promijeniti $p[H]$?

$$p[H] = -\log \frac{c(H^+)}{\text{mol L}^{-1}}$$



- Je li $p[H]$ otopine proporcionalan koncentraciji H^+ iona u njoj?
- Ako se $c(H^+)$ smanji 100 puta, kako će se promijeniti $p[H]$?
Ako se $c(H^+)$ prepolovi?

$$p[H] = -\log \frac{c(H^+)}{\text{mol L}^{-1}}$$



- Je li $p[H]$ otopine proporcionalan koncentraciji H^+ iona u njoj?
- Ako se $c(H^+)$ smanji 100 puta, kako će se promijeniti $p[H]$?
Ako se $c(H^+)$ prepolovi?
- Kakav je odnos $c(H^+)$ u dvije otopine s $p[H]$ 2,5 odnosno 3?

$$p[H] = -\log \frac{c(H^+)}{\text{mol L}^{-1}}$$



- Je li $p[H]$ otopine proporcionalan koncentraciji H^+ iona u njoj?
- Ako se $c(H^+)$ smanji 100 puta, kako će se promijeniti $p[H]$?
Ako se $c(H^+)$ prepolovi?
- Kakav je odnos $c(H^+)$ u dvije otopine s $p[H]$ 2,5 odnosno 3?

Ne zaboravimo na smisao . . .

Ako je $c = c(HCl)$, je li

$$p[H] = -\log \frac{c}{\text{mol L}^{-1}}?$$

Zašto?

$$p[H] = -\log \frac{c(H^+)}{\text{mol L}^{-1}}$$



- Je li $p[H]$ otopine proporcionalan koncentraciji H^+ iona u njoj?
- Ako se $c(H^+)$ smanji 100 puta, kako će se promijeniti $p[H]$?
Ako se $c(H^+)$ prepolovi?
- Kakav je odnos $c(H^+)$ u dvije otopine s $p[H]$ 2,5 odnosno 3?

Ne zaboravimo na smisao . . .

Ako je $c = c(\text{HCl})$, je li

$$p[H] = -\log \frac{c}{\text{mol L}^{-1}}?$$

Zašto? Ne! Ako bi HCl(aq) imala koncentraciju, primjerice, $c = 1,33 \cdot 10^{-8} \text{ mol/L}$, to bi nam dalo $p[H] = 7,88$!

Zadatak

Izvedite formulu za $p[H]$ vodene otopine klorovodične kiseline u ovisnosti o njezinoj koncentraciji c pri konstantnoj temperaturi!

Zadatak

Izvedite formulu za $p[H]$ vodene otopine klorovodične kiseline u ovisnosti o njezinoj koncentraciji c pri konstantnoj temperaturi!

- električka neutralnost otopine:
$$c(H^+) = c(Cl^-) + c(OH^-) = c + c(OH^-)$$
- pri konstantnoj temperaturi ionski produkt vode je konstantan; pri sobnoj temperaturi je $c(H^+)c(OH^-) = K_w \approx 10^{-14} \text{ mol}^2 \text{ L}^{-2}$

Zadatak

Izvedite formulu za $p[H]$ vodene otopine klorovodične kiseline u ovisnosti o njezinoj koncentraciji c pri konstantnoj temperaturi!

- električka neutralnost otopine:
 $c(H^+) = c(Cl^-) + c(OH^-) = c + c(OH^-)$
- pri konstantnoj temperaturi ionski produkt vode je konstantan; pri sobnoj temperaturi je $c(H^+)c(OH^-) = K_w \approx 10^{-14} \text{ mol}^2 \text{ L}^{-2}$

$$C = c(H^+) \Rightarrow C = \frac{K_w}{C - c} \Rightarrow C_{1,2} = \frac{c \pm \sqrt{c^2 + 4K_w}}{2}.$$

Zadatak

Izvedite formulu za $p[H]$ vodene otopine klorovodične kiseline u ovisnosti o njezinoj koncentraciji c pri konstantnoj temperaturi!

- električka neutralnost otopine:
 $c(H^+) = c(Cl^-) + c(OH^-) = c + c(OH^-)$
- pri konstantnoj temperaturi ionski produkt vode je konstantan; pri sobnoj temperaturi je $c(H^+)c(OH^-) = K_w \approx 10^{-14} \text{ mol}^2 \text{ L}^{-2}$

$$C = c(H^+) \Rightarrow C = \frac{K_w}{C - c} \Rightarrow C_{1,2} = \frac{c \pm \sqrt{c^2 + 4K_w}}{2}.$$

$$p[H] = \log 2 - \log \frac{c + \sqrt{c^2 + 4K_w}}{\text{mol/L}}.$$

- Za $c \approx 0$ i za $c \approx 1$ mol/L, pri sobnoj temperaturi, procijenite $p[H]$ za HCL(aq) .

- Za $c \approx 0$ i za $c \approx 1$ mol/L, pri sobnoj temperaturi, procijenite $p[H]$ za HCL(aq).
- Procijenite grešku korištenja $p[H] = -\log \frac{c}{\text{mol L}^{-1}}$ umjesto gornje formule za koncentracije $c < 10^{-6}$ mol/L i za koncentracije između 10^{-1} mol/L i 1 mol/L, pri sobnoj temperaturi.

- Za $c \approx 0$ i za $c \approx 1$ mol/L, pri sobnoj temperaturi, procijenite $p[H]$ za HCL(aq) .
- Procijenite grešku korištenja $p[H] = -\log \frac{c}{\text{mol/L} - 1}$ umjesto gornje formule za koncentracije $c < 10^{-6}$ mol/L i za koncentracije između 10^{-1} mol/L i 1 mol/L, pri sobnoj temperaturi.

Greška aproksimacije je apsolutna vrijednost razlike točne i aproksimativne vrijednosti.

$$\log 2 \approx 0,3, \quad \ln 2 \approx 0,69$$

- Za $c \approx 0$ i za $c \approx 1$ mol/L, pri sobnoj temperaturi, procijenite $p[H]$ za $HCL(aq)$.
- Procijenite grešku korištenja $p[H] = -\log \frac{c}{\text{mol L}^{-1}}$ umjesto gornje formule za koncentracije $c < 10^{-6}$ mol/L i za koncentracije između 10^{-1} mol/L i 1 mol/L, pri sobnoj temperaturi.

Greška aproksimacije je apsolutna vrijednost razlike točne i aproksimativne vrijednosti.

$$\log 2 \approx 0,3, \quad \ln 2 \approx 0,69$$

Za procjenjivanje iznosa drugih korijena dobro dođe Heronov (babilonski) algoritam: Ako je a prva procjena za $\sqrt{x}$, bolja procjena je aritmetička sredina od a i x/a . Alternativno, starokineska metoda uzastopnog pogađanja znamenki:

$$\sqrt{1.04} = (a.bc)_{10} = a + \frac{b}{10} + \frac{c}{100} \Rightarrow \dots$$

Opća potencija

Zadatak

Kako svaku eksponencijalnu funkciju svesti na transformiranu funkciju $\exp$?

Opća potencija

Zadatak

Kako svaku eksponencijalnu funkciju svesti na transformiranu funkciju $\exp$?

Po definiciji je:

$$u(x)^{v(x)} = \exp(v(x) \ln u(x)).$$

Zadatak

Koja je prirodna domena funkcije zadane s

$$f(x) = (x^8 - 1)^{\sqrt[3]{x^2 - x + 1}}?$$