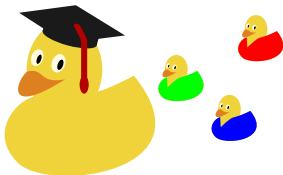


13. predavanje: Tehnike deriviranja. Metoda parcijalne integracije.

Franka Miriam Brückler



Što je svojstvo linearnosti derivacije?

Što je svojstvo linearnosti derivacije? Kako smo definirali elementarne funkcije?

Što je svojstvo linearnosti derivacije? Kako smo definirali elementarne funkcije?

Komentirajte sljedeći zadatak i njegovo predloženo rješenje:

Derivirajte $f(x) = x^5 - \pi \sin x + \sqrt{5}$.

$$f(x) = x^5 - \pi \sin x + \sqrt{5} = (x^5)' - \pi(\sin x)' + (\sqrt{5})' = 5x^4 - \pi \cos x + \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Što je svojstvo linearnosti derivacije? Kako smo definirali elementarne funkcije?

Komentirajte sljedeći zadatak i njegovo predloženo rješenje:

Derivirajte $f(x) = x^5 - \pi \sin x + \sqrt{5}$.

$$f(x) = x^5 - \pi \sin x + \sqrt{5} = (x^5)' - \pi(\sin x)' + (\sqrt{5})' = 5x^4 - \pi \cos x + \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$(f(t) \cdot g(t)) = f'(t) \cdot g'(t)?$$

Što je svojstvo linearnosti derivacije? Kako smo definirali elementarne funkcije?

Komentirajte sljedeći zadatak i njegovo predloženo rješenje:

Derivirajte $f(x) = x^5 - \pi \sin x + \sqrt{5}$.

$$f(x) = x^5 - \pi \sin x + \sqrt{5} = (x^5)' - \pi(\sin x)' + (\sqrt{5})' = 5x^4 - \pi \cos x + \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$(f(t) \cdot g(t)) = f'(t) \cdot g'(t)?$$

$$\left(\frac{f(t)}{g(t)} \right) = \frac{f'(t)}{g'(t)}?$$

Derivacija produkta, kvocijenta i kompozicije funkcija

$$(f(t)g(t))' = f(t)g'(t) + f'(t)g(t), \quad \left(\frac{f(t)}{g(t)}\right)' = \frac{f'(t)g(t) - f(t)g'(t)}{g^2(t)}$$

Derivacija produkta, kvocijenta i kompozicije funkcija

$$(f(t)g(t))' = f(t)g'(t) + f'(t)g(t), \quad \left(\frac{f(t)}{g(t)}\right)' = \frac{f'(t)g(t) - f(t)g'(t)}{g^2(t)}$$

$$(g \circ f)'(t) = g'(f(t)) \cdot f'(t)$$

Derivacija produkta, kvocijenta i kompozicije funkcija

$$(f(t)g(t))' = f(t)g'(t) + f'(t)g(t), \quad \left(\frac{f(t)}{g(t)}\right)' = \frac{f'(t)g(t) - f(t)g'(t)}{g^2(t)}$$

$$(g \circ f)'(t) = g'(f(t)) \cdot f'(t)$$

- Derivirajte funkciju $f(x) = x \exp(x) - \ln 2$.

Derivacija produkta, kvocijenta i kompozicije funkcija

$$(f(t)g(t))' = f(t)g'(t) + f'(t)g(t), \quad \left(\frac{f(t)}{g(t)}\right)' = \frac{f'(t)g(t) - f(t)g'(t)}{g^2(t)}$$

$$(g \circ f)'(t) = g'(f(t)) \cdot f'(t)$$

- Derivirajte funkciju $f(x) = x \exp(x) - \ln 2$.
- Izvedite formulu za derivaciju funkcije kotangens.

Derivacija produkta, kvocijenta i kompozicije funkcija

$$(f(t)g(t))' = f(t)g'(t) + f'(t)g(t), \quad \left(\frac{f(t)}{g(t)}\right)' = \frac{f'(t)g(t) - f(t)g'(t)}{g^2(t)}$$

$$(g \circ f)'(t) = g'(f(t)) \cdot f'(t)$$

- Derivirajte funkciju $f(x) = x \exp(x) - \ln 2$.
- Izvedite formulu za derivaciju funkcije kotangens.
- Derivirajte sljedeće tri funkcije bez korištenja lančanog pravila:
 $a(t) = (e^t)^3$, $b(t) = (\sin t)^2$, $c(t) = \ln t^3$.

Derivacija produkta, kvocijenta i kompozicije funkcija

$$(f(t)g(t))' = f(t)g'(t) + f'(t)g(t), \quad \left(\frac{f(t)}{g(t)}\right)' = \frac{f'(t)g(t) - f(t)g'(t)}{g^2(t)}$$

$$(g \circ f)'(t) = g'(f(t)) \cdot f'(t)$$

- Derivirajte funkciju $f(x) = x \exp(x) - \ln 2$.
- Izvedite formulu za derivaciju funkcije kotangens.
- Derivirajte sljedeće tri funkcije bez korištenja lančanog pravila:
 $a(t) = (e^t)^3$, $b(t) = (\sin t)^2$, $c(t) = \ln t^3$.
- Derivirajte koristeći lančano pravilo: $f(t) = \ln \sin \exp(\sqrt{t})$.

Derivacija produkta, kvocijenta i kompozicije funkcija

$$(f(t)g(t))' = f(t)g'(t) + f'(t)g(t), \quad \left(\frac{f(t)}{g(t)}\right)' = \frac{f'(t)g(t) - f(t)g'(t)}{g^2(t)}$$

$$(g \circ f)'(t) = g'(f(t)) \cdot f'(t)$$

- Derivirajte funkciju $f(x) = x \exp(x) - \ln 2$.
- Izvedite formulu za derivaciju funkcije kotangens.
- Derivirajte sljedeće tri funkcije bez korištenja lančanog pravila:
 $a(t) = (e^t)^3$, $b(t) = (\sin t)^2$, $c(t) = \ln t^3$.
- Derivirajte koristeći lančano pravilo: $f(t) = \ln \sin \exp(\sqrt{t})$.
- Dokažite formulu za derivaciju kvocijenta znajući formulu za derivaciju produkta i lančano pravilo.

- Ako je $f : D \rightarrow K$ realna funkcija jedne varijable, uz koji uvjet je funkcija formule $g(x) = \ln f(x)$ definirana na domeni D ?

- Ako je $f : D \rightarrow K$ realna funkcija jedne varijable, uz koji uvjet je funkcija formule $g(x) = \ln f(x)$ definirana na domeni D ?
Derivirajte funkciju g .

- Ako je $f : D \rightarrow K$ realna funkcija jedne varijable, uz koji uvjet je funkcija formule $g(x) = \ln f(x)$ definirana na domeni D ?
Derivirajte funkciju g .
- Derivirajte $f(x) = x^{x^x}$ koristeći logaritamsko deriviranje.

- Ako je $f : D \rightarrow K$ realna funkcija jedne varijable, uz koji uvjet je funkcija formule $g(x) = \ln f(x)$ definirana na domeni D ? Derivirajte funkciju g .
- Derivirajte $f(x) = x^{x^x}$ koristeći logaritamsko deriviranje.
- Izračunajte

$$\frac{d x^2}{d \exp(x)}.$$

- Ako je $f : D \rightarrow K$ realna funkcija jedne varijable, uz koji uvjet je funkcija formule $g(x) = \ln f(x)$ definirana na domeni D ? Derivirajte funkciju g .
- Derivirajte $f(x) = x^{x^x}$ koristeći logaritamsko deriviranje.
- Izračunajte

$$\frac{d x^2}{d \exp(x)}.$$

Zadatak

Odredite derivaciju od Λ_m po c ako je $\frac{1}{\Lambda_m} = \frac{1}{\Lambda_m^0} + \frac{c\Lambda_m}{K(\Lambda_m^0)^2}$, tj.

- Ako je $f : D \rightarrow K$ realna funkcija jedne varijable, uz koji uvjet je funkcija formule $g(x) = \ln f(x)$ definirana na domeni D ? Derivirajte funkciju g .
- Derivirajte $f(x) = x^{x^x}$ koristeći logaritamsko deriviranje.
- Izračunajte

$$\frac{d x^2}{d \exp(x)}.$$

Zadatak

Odredite derivaciju od Λ_m po c ako je $\frac{1}{\Lambda_m} = \frac{1}{\Lambda_m^o} + \frac{c\Lambda_m}{K(\Lambda_m^o)^2}$, tj.

$$\Lambda_m = \frac{\sqrt{1 + 4c} - 1}{2c/\Lambda_m^o}.$$

Koja je mjerna jedinica te derivacije ako znamo mjerne jedinice od c i Λ_m ?

Zadatak

Prema Newtonovom zakonu grijanja i hlađenja je brzina promjene temperature sustava ϑ u svakom trenutku proporcionalna razlici temperature okoline i sustava:

$$\dot{\vartheta} = k(\theta_{\text{ok}} - \vartheta).$$

Ako patku početne temperature θ_0 pečemo u šćneci zagrijanoj na konstantnih 200°C i ako joj je nakon vremena T temperatura bila θ_1 , provjerite da je ovisnost temperature patke o vremenu opisana s

$$\vartheta(t) = 200^\circ\text{C} - a \exp(-k t),$$

izračunajte a i k te vrijeme potrebno da patka bude pečena (da bude temperature 80°C)

Parcijalna integracija

$$\frac{d}{dt}(u v) = \frac{du}{dt} \cdot v + u \cdot \frac{dv}{dt} \Rightarrow$$

Parcijalna integracija

$$\frac{d}{dt}(u v) = \frac{du}{dt} \cdot v + u \cdot \frac{dv}{dt} \Rightarrow u \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(u v) - \frac{du}{dt} \cdot v \Rightarrow$$

Parcijalna integracija

$$\frac{d}{dt}(u v) = \frac{du}{dt} \cdot v + u \cdot \frac{dv}{dt} \Rightarrow u \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(u v) - \frac{du}{dt} \cdot v \Rightarrow$$

$$\int u dv = u v - \int v du \quad (df = f'(t) dt)$$

- Koja su tri standardna slučaja primjene metode parcijalne integracije?

Parcijalna integracija

$$\frac{d}{dt}(u v) = \frac{du}{dt} \cdot v + u \cdot \frac{dv}{dt} \Rightarrow u \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(u v) - \frac{du}{dt} \cdot v \Rightarrow$$

$$\int u dv = u v - \int v du \quad (df = f'(t) dt)$$

- Koja su tri standardna slučaja primjene metode parcijalne integracije?

- Izračunajte $\int_{10}^{100} \log x dx$, $\int x \cos(x) dx$, $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$ i

$$\int_0^2 x^5 \sqrt{x^3 + 1} dx.$$