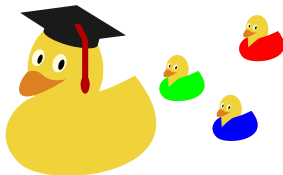


18. predavanje: Nепrekidnost (i derivabilnost) funkcija.

Franka Miriam Brückler



Neprekidnost funkcije u točki

- Kad ćemo reći da je funkcija f neprekidna u točki 5?

Neprekidnost funkcije u točki

- Kad ćemo reći da je funkcija f neprekidna u točki 5?
- Ima li funkcija $f(x) = (\ln x)^{-1}$ prekid u 1?

Neprekidnost funkcije u točki

- Kad ćemo reći da je funkcija f neprekidna u točki 5?
- Ima li funkcija $f(x) = (\ln x)^{-1}$ prekid u 1?
- Je li $f(x) = \arcsin x$ neprekidna u -1 ?

Neprekidnost funkcije u točki

- Kad ćemo reći da je funkcija f neprekidna u točki 5?
- Ima li funkcija $f(x) = (\ln x)^{-1}$ prekid u 1?
- Je li $f(x) = \arcsin x$ neprekidna u -1 ?
- Koje su vrste točaka prekida i kako se definiraju?

Neprekidnost funkcije u točki

- Kad ćemo reći da je funkcija f neprekidna u točki 5?
- Ima li funkcija $f(x) = (\ln x)^{-1}$ prekid u 1?
- Je li $f(x) = \arcsin x$ neprekidna u -1 ?
- Koje su vrste točaka prekida i kako se definiraju?
- Skicirajte primjer grafa funkcije kojoj je domena $[-5, 5]$, koja je neprekidna u 0, u 1 ima uklonjivi prekid, u -1 ima skok, a u 2 ima bitni prekid.

Neprekidnost funkcije u točki

- Kad ćemo reći da je funkcija f neprekidna u točki 5?
- Ima li funkcija $f(x) = (\ln x)^{-1}$ prekid u 1?
- Je li $f(x) = \arcsin x$ neprekidna u -1 ?
- Koje su vrste točaka prekida i kako se definiraju?
- Skicirajte primjer grafa funkcije kojoj je domena $[-5, 5]$, koja je neprekidna u 0, u 1 ima uklonjivi prekid, u -1 ima skok, a u 2 ima bitni prekid.
- Ispitajte neprekidnost funkcije zadane s

$$g(x) = \begin{cases} \exp(x) + x, & x < 0 \\ \log(x + 1), & 0 \leq x \leq 9 \\ \ln \ln(x + 1), & 9 < x \leq 10 \end{cases}$$

Za sve točke prekida utvrdite njihov tip.

Neprekidnost funkcije u točki

- Kad ćemo reći da je funkcija f neprekidna u točki 5?
- Ima li funkcija $f(x) = (\ln x)^{-1}$ prekid u 1?
- Je li $f(x) = \arcsin x$ neprekidna u -1 ?
- Koje su vrste točaka prekida i kako se definiraju?
- Skicirajte primjer grafa funkcije kojoj je domena $[-5, 5]$, koja je neprekidna u 0, u 1 ima uklonjivi prekid, u -1 ima skok, a u 2 ima bitni prekid.
- Ispitajte neprekidnost funkcije zadane s

$$g(x) = \begin{cases} \exp(x) + x, & x < 0 \\ \log(x + 1), & 0 \leq x \leq 9 \\ \ln \ln(x + 1), & 9 < x \leq 10 \end{cases}$$

Za sve točke prekida utvrdite njihov tip.

Sve elementarne funkcije su neprekidne na svojim domenama!

Veza derivabilnosti i neprekidnosti funkcije

- U kojim slučajevima nema smisla derivacija funkcije f u točki c ?

Veza derivabilnosti i neprekidnosti funkcije

- U kojim slučajevima nema smisla derivacija funkcije f u točki c ? A u kojima ima smisla, ali ne postoji?

Veza derivabilnosti i neprekidnosti funkcije

- U kojim slučajevima nema smisla derivacija funkcije f u točki c ? A u kojima ima smisla, ali ne postoji?
- Kako glasi pravilna definicija derivacije?

Veza derivabilnosti i neprekidnosti funkcije

- U kojim slučajevima nema smisla derivacija funkcije f u točki c ? A u kojima ima smisla, ali ne postoji?
- Kako glasi pravilna definicija derivacije? Dokažite sva četiri slučaja!

Veza derivabilnosti i neprekidnosti funkcije

- U kojim slučajevima nema smisla derivacija funkcije f u točki c ? A u kojima ima smisla, ali ne postoji?
- Kako glasi pravilna definicija derivacije? Dokažite sva četiri slučaja!
- Koja je veza derivabilnosti i neprekidnosti funkcije u točki?

Veza derivabilnosti i neprekidnosti funkcije

- U kojim slučajevima nema smisla derivacija funkcije f u točki c ? A u kojima ima smisla, ali ne postoji?
- Kako glasi pravilna definicija derivacije? Dokažite sva četiri slučaja!
- Koja je veza derivabilnosti i neprekidnosti funkcije u točki? Navedite primjer točke c i funkcije neprekidne u c koja nije derivabilna u c .

Veza derivabilnosti i neprekidnosti funkcije

- U kojim slučajevima nema smisla derivacija funkcije f u točki c ? A u kojima ima smisla, ali ne postoji?
- Kako glasi pravilna definicija derivacije? Dokažite sva četiri slučaja!
- Koja je veza derivabilnosti i neprekidnosti funkcije u točki? Navedite primjer točke c i funkcije neprekidne u c koja nije derivabilna u c .
- Ispitajte derivabilnost funkcije g s prethodnog *slide*-a.

Veza derivabilnosti i neprekidnosti funkcije

- U kojim slučajevima nema smisla derivacija funkcije f u točki c ? A u kojima ima smisla, ali ne postoji?
- Kako glasi pravilna definicija derivacije? Dokažite sva četiri slučaja!
- Koja je veza derivabilnosti i neprekidnosti funkcije u točki? Navedite primjer točke c i funkcije neprekidne u c koja nije derivabilna u c .
- Ispitajte derivabilnost funkcije g s prethodnog *slide*-a.
- Jesu li sve elementarne funkcije derivabilne na svojim domenama?

Bolzano-Weierstraßov i Lagrangeov teorem

- Kako glasi Bolzano-Weierstraßov teorem?

Bolzano-Weierstraßov i Lagrangeov teorem

- Kako glasi Bolzano-Weierstraßov teorem? Za što nam je bitan?

Bolzano-Weierstraßov i Lagrangeov teorem

- Kako glasi Bolzano-Weierstraßov teorem? Za što nam je bitan?
- Možemo li neprekidnu funkciju definirati kao onu kojoj se graf može nacrtati u jednom potezu?

Bolzano-Weierstraßov i Lagrangeov teorem

- Kako glasi Bolzano-Weierstraßov teorem? Za što nam je bitan?
- Možemo li neprekidnu funkciju definirati kao onu kojoj se graf može nacrtati u jednom potezu? A neprekidnu funkciju s domenom koja je interval?

Bolzano-Weierstraßov i Lagrangeov teorem

- Kako glasi Bolzano-Weierstraßov teorem? Za što nam je bitan?
- Možemo li neprekidnu funkciju definirati kao onu kojoj se graf može nacrtati u jednom potezu? A neprekidnu funkciju s domenom koja je interval?
- Kako glasi Lagrangeov teorem srednje vrijednosti?

Bolzano-Weierstraßov i Lagrangeov teorem

- Kako glasi Bolzano-Weierstraßov teorem? Za što nam je bitan?
- Možemo li neprekidnu funkciju definirati kao onu kojoj se graf može nacrtati u jednom potezu? A neprekidnu funkciju s domenom koja je interval?
- Kako glasi Lagrangeov teorem srednje vrijednosti? Koja mu je geometrijska interpretacija?

Bolzano-Weierstraßov i Lagrangeov teorem

- Kako glasi Bolzano-Weierstraßov teorem? Za što nam je bitan?
- Možemo li neprekidnu funkciju definirati kao onu kojoj se graf može nacrtati u jednom potezu? A neprekidnu funkciju s domenom koja je interval?
- Kako glasi Lagrangeov teorem srednje vrijednosti? Koja mu je geometrijska interpretacija? Koja mu je fizikalna interpretacija?

Bolzano-Weierstraßov i Lagrangeov teorem

- Kako glasi Bolzano-Weierstraßov teorem? Za što nam je bio bitan?
- Možemo li neprekidnu funkciju definirati kao onu kojoj se graf može nacrtati u jednom potezu? A neprekidnu funkciju s domenom koja je interval?
- Kako glasi Lagrangeov teorem srednje vrijednosti? Koja mu je geometrijska interpretacija? Koja mu je fizikalna interpretacija?
- Dokažite Rolleov teorem: Ako je $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ derivabilna i $a, b \in I$ ($a < b$) te ako je $f(a) = f(b)$, onda f ima bar jednu stacionarnu točku unutar intervala $\langle a, b \rangle$.

Bolzano-Weierstraßov i Lagrangeov teorem

- Kako glasi Bolzano-Weierstraßov teorem? Za što nam je bio bitan?
- Možemo li neprekidnu funkciju definirati kao onu kojoj se graf može nacrtati u jednom potezu? A neprekidnu funkciju s domenom koja je interval?
- Kako glasi Lagrangeov teorem srednje vrijednosti? Koja mu je geometrijska interpretacija? Koja mu je fizikalna interpretacija?
- Dokažite Rolleov teorem: Ako je $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ derivabilna i $a, b \in I$ ($a < b$) te ako je $f(a) = f(b)$, onda f ima bar jednu stacionarnu točku unutar intervala $\langle a, b \rangle$.
- Dokažite da jednačba $x^3 + 25x + 8 = 7x^2$ ima tačno jedno realno rješenje. Koji mu je predznak i red veličine?