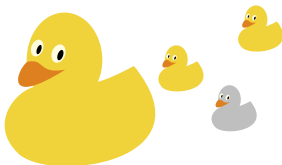


27. predavanje: Rešetke i mrežne ravnine

Franka Miriam Brückler



Jedinična ćelija, rešetka, mrežne ravnine

Zadatak

Koje su koordinate vrhova i središta jedinične ćelije? Ovisi li Vaš odgovor o parametrima baze?

Jedinična ćelija, rešetka, mrežne ravnine

Zadatak

Koje su koordinate vrhova i središta jedinične ćelije? Ovisi li Vaš odgovor o parametrima baze?

Zadatak

Za heksagonske direktne baze ($a = b \neq c$, $\alpha = \beta = 90^\circ$, $\gamma = 120^\circ$), odredite $\vec{c} \cdot \vec{c}^$, $\vec{c} \times \vec{c}^*$, V , V^* i parametre recipročne baze.*

Zadatak

Odredite jednadžbe svih mrežnih ravnina koje su istog smjera kao ravnina kroz točke rešetke $(1, 2, 10)$, $(25, 0, 0)$ i $(0, 0, 10)$.

Jednadžbe mrežnih ravnina se mogu zapisati u obliku

$$h x + k y + l z = D,$$

gdje je D prirodan broj, a trojka (hkl) je trojka maksimalno skraćenih cijelih brojeva (Millerovi indeksi promatranog smjera). Što nam o smjeru govori ako je neki Millerov indeks 0?

Jednadžbe mrežnih ravnina se mogu zapisati u obliku

$$hx + ky + lz = D,$$

gdje je D prirodan broj, a trojka (hkl) je trojka maksimalno skraćenih cijelih brojeva (Millerovi indeksi promatranog smjera). Što nam o smjeru govori ako je neki Millerov indeks 0?

Zadatak

Koji su Millerovi indeksi smjera mrežnih ravnina iz gornjeg zadatka? A od ravnina paralelnih njima, ali sa suprotne strane ishodišta?

Jednadžbe mrežnih ravnina se mogu zapisati u obliku

$$hx + ky + lz = D,$$

gdje je D prirodan broj, a trojka (hkl) je trojka maksimalno skraćenih cijelih brojeva (Millerovi indeksi promatranog smjera). Što nam o smjeru govori ako je neki Millerov indeks 0?

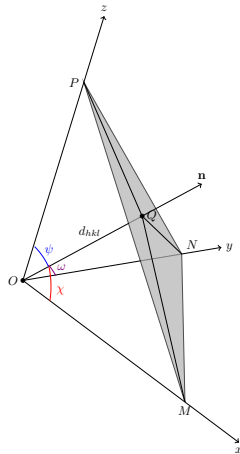
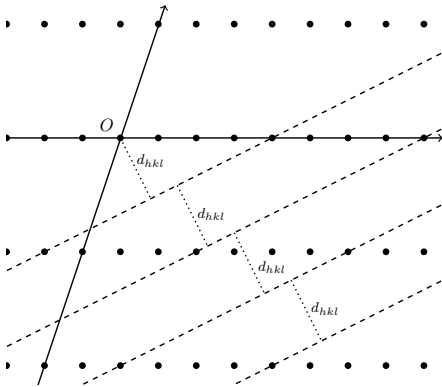
Zadatak

Koji su Millerovi indeksi smjera mrežnih ravnina iz gornjeg zadatka? A od ravnina paralelnih njima, ali sa suprotne strane ishodišta?

Zadatak

Siječe li svaka mrežna ravnina koordinatne osi u točkama rešetke?

Međumrežni razmak



Jednadžba mrežne ravnine smjera (hkl) najbliže ishodištu je

Jednadžba mrežne ravnine smjera (hkl) najbliže ishodištu je

$$hx + ky + lz = 1.$$

Njena sjecišta s koordinatnim osima su (ako postoje) točke M , N , P na udaljenostima

Jednadžba mrežne ravnine smjera (hkl) najbliže ishodištu je

$$hx + ky + lz = 1.$$

Njena sjecišta s koordinatnim osima su (ako postoje) točke M , N , P na udaljenostima $\frac{1}{h}a$, $\frac{1}{k}b$, $\frac{1}{l}c$ od ishodišta.

Udaljenost dvije susjedne mrežne ravnine istog smjera (hkl) naziva se **međumrežnim razmakom** (tog smjera) i označava s d_{hkl} .

Uočimo: d_{hkl} je točno isto što i udaljenost od O do ravnine $hx + ky + lz = 1$, tj. $d_{hkl} = d(O, Q)$, ako je Q ortogonalna projekcija O na ravinu.

Teorem

$$d_{100} = \frac{1}{a^*} = \frac{V}{bc \sin \alpha}; d_{010} = \frac{1}{b^*} = \frac{V}{ac \sin \beta}; d_{001} = \frac{1}{c^*} = \frac{V}{ab \sin \gamma}.$$

Jediničnu ćeliju je možemo gledati tako da joj je paralelogram stranica a i b i kuta γ osnovka: $V = a b \sin \gamma \cdot h$.

Jediničnu ćeliju je možemo gledati tako da joj je paralelogram stranica a i b i kuta γ osnovka: $V = a b \sin \gamma \cdot h$. Toj osnovki paralelna ploha na jediničnoj ćeliji leži u ravnini smjera (001) najbližoj ishodištu: $h = d_{001} \Rightarrow c^* = \frac{1}{V} |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{a b \sin \gamma}{V} = \frac{1}{d_{001}}$.

Jediničnu ćeliju je možemo gledati tako da joj je paralelogram stranica a i b i kuta γ osnovka: $V = a b \sin \gamma \cdot h$. Toj osnovki paralelna ploha na jediničnoj ćeliji leži u ravнини smjera (001) najbližoj ishodištu: $h = d_{001} \Rightarrow c^* = \frac{1}{V} |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{a b \sin \gamma}{V} = \frac{1}{d_{001}}$.

Zadatak

Izrazite d_{100} , d_{010} i d_{001} preko parametara heksagonske baze ($a = b$, c , $\alpha = \beta = 90^\circ$, $\gamma = 120^\circ$).

Teorem (Fundamentalni zakon recipročne rešetke)

$$|[h, k, l]^*| \cdot d_{hkl} = 1.$$

Jediničnu ćeliju je možemo gledati tako da joj je paralelogram stranica a i b i kuta γ osnovka: $V = a b \sin \gamma \cdot h$. Toj osnovki paralelna ploha na jediničnoj ćeliji leži u ravni smjera (001) najbližoj ishodištu: $h = d_{001} \Rightarrow c^* = \frac{1}{V} |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{a b \sin \gamma}{V} = \frac{1}{d_{001}}$.

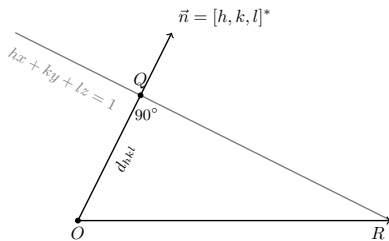
Zadatak

Izrazite d_{100} , d_{010} i d_{001} preko parametara heksagonske baze ($a = b$, c , $\alpha = \beta = 90^\circ$, $\gamma = 120^\circ$).

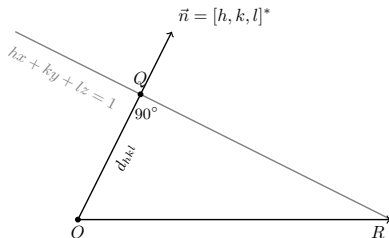
Teorem (Fundamentalni zakon recipročne rešetke)

$$|[h, k, l]^*| \cdot d_{hkl} = 1.$$

Neka je R probodište ravnine $hx + ky + lz = 1$ s jednom od koordinatnih osi, recimo s x -osi: $R = (\frac{1}{h}, 0, 0)$:



$$d_{hkl} = \frac{|\overrightarrow{OR} \cdot \vec{n}|}{|[\hbar, k, l]^*|} = \frac{|[\hbar, k, l]^* \cdot [\frac{1}{\hbar}, 0, 0]|}{|[\hbar, k, l]^*|} = \frac{1}{|[\hbar, k, l]^*|}$$



$$d_{hkl} = \frac{|\vec{OR} \cdot \vec{n}|}{|[\hbar, k, l]^*|} = \frac{|[\hbar, k, l]^* \cdot [\frac{1}{\hbar}, 0, 0]|}{|[\hbar, k, l]^*|} = \frac{1}{|[\hbar, k, l]^*|}$$

Slično se dokazuje formula za udaljenost točke (x_0, y_0, z_0) do ravnine $Ax + By + Cz = D$:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 - D|}{|[A, B, C]^*|}$$

Zadatak

Dokažite:

$$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ \Rightarrow \frac{1}{d_{hkl}^2} = \frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}.$$

Zadatak

Dokažite:

$$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ \Rightarrow \frac{1}{d_{hkl}^2} = \frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}.$$

Zadatak

Parametri nekog kristala tetragonskog sustava su $a = b = 4,820 \text{ \AA}$, $c = 6,288 \text{ \AA}$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$. Koliko iznosi međumrežni razmak ravnina smjerova $(3\bar{2}1)$ i $(00\bar{1})$?

Zadatak

Dokažite:

$$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ \Rightarrow \frac{1}{d_{hkl}^2} = \frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}.$$

Zadatak

Parametri nekog kristala tetragonskog sustava su $a = b = 4,820 \text{ \AA}$, $c = 6,288 \text{ \AA}$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$. Koliko iznosi međumrežni razmak ravnina smjerova $(3\bar{2}1)$ i $(00\bar{1})$?

Zadatak

Odredite udaljenost točke $(1, 2, 3)$ do ravnine $\sqrt{3}x - \pi y = e$ ako je $a = 8$, $b = \sqrt{10}$, $c = e\pi$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$.

Zadatak

Odredite kut φ između y -osi i ravnina smjera (123) ako je $a = 100 \text{ \AA}$, $b = 150 \text{ \AA}$, $c = 180 \text{ \AA}$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$.

Zadatak

Odredite kut φ između y -osi i ravnina smjera (123) ako je $a = 100 \text{ \AA}$, $b = 150 \text{ \AA}$, $c = 180 \text{ \AA}$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$.

Zadatak

Malahit kristalizira u monoklinskom sustavu ($a = 9,502 \text{ \AA}$, $b = 11,974 \text{ \AA}$, $c = 3,240 \text{ \AA}$, $\alpha = \gamma = 90^\circ$, $\beta = 98,75^\circ$). Odredite $d_{20\bar{1}}$ za kristale malahita.

