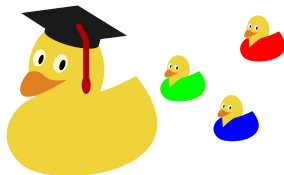


2. tema: Opći pojam vektorskog prostora

Franka Miriam Brückler



Uvod u vektorske prostore

Primjećujete li kakvu sličnost između skupova \mathbb{R} , \mathbb{C} , V^2 , V^3 , $V^2(O)$ i $V^3(O)$?

Uvod u vektorske prostore

Primjećujete li kakvu sličnost između skupova \mathbb{R} , \mathbb{C} , V^2 , V^3 , $V^2(O)$ i $V^3(O)$?

(Neprazan) skup V je **realan vektorski prostor** ako su na V definirane operacije zbrajanja vektora i množenja vektora skalarom (realnim brojem) tako da rezultati tih operacija primijenjenih na bilo koje elemente iz V također budu u V i da pritom vrijede uobičajena svojstva tih operacija.

Uvod u vektorske prostore

Primjećujete li kakvu sličnost između skupova \mathbb{R} , \mathbb{C} , V^2 , V^3 , $V^2(O)$ i $V^3(O)$?

(Neprazan) skup V je **realan vektorski prostor** ako su na V definirane operacije zbrajanja vektora i množenja vektora skalarom (realnim brojem) tako da rezultati tih operacija primijenjenih na bilo koje elemente iz V također budu u V i da pritom vrijede uobičajena svojstva tih operacija. Ako umjesto realnih brojeva za skalare uzimamo kompleksne brojeve, govorimo o **kompleksnom vektorskom prostoru**. Ako je V vektorski prostor, njegove elemente nazivamo **vektorima**.

Uvod u vektorske prostore

Primjećujete li kakvu sličnost između skupova \mathbb{R} , \mathbb{C} , V^2 , V^3 , $V^2(O)$ i $V^3(O)$?

(Neprazan) skup V je **realan vektorski prostor** ako su na V definirane operacije zbrajanja vektora i množenja vektora skalarom (realnim brojem) tako da rezultati tih operacija primijenjenih na bilo koje elemente iz V također budu u V i da pritom vrijede uobičajena svojstva tih operacija. Ako umjesto realnih brojeva za skalare uzimamo kompleksne brojeve, govorimo o **kompleksnom vektorskom prostoru**. Ako je V vektorski prostor, njegove elemente nazivamo **vektorima**.

Imaju li svi vektori iznos, smjer, orijentaciju?

Uvod u vektorske prostore

Primjećujete li kakvu sličnost između skupova \mathbb{R} , \mathbb{C} , V^2 , V^3 , $V^2(O)$ i $V^3(O)$?

(Neprazan) skup V je **realan vektorski prostor** ako su na V definirane operacije zbrajanja vektora i množenja vektora skalarom (realnim brojem) tako da rezultati tih operacija primijenjenih na bilo koje elemente iz V također budu u V i da pritom vrijede uobičajena svojstva tih operacija. Ako umjesto realnih brojeva za skalare uzimamo kompleksne brojeve, govorimo o **kompleksnom vektorskom prostoru**. Ako je V vektorski prostor, njegove elemente nazivamo **vektorima**.

Imaju li svi vektori iznos, smjer, orijentaciju? Što je to nulvektor?

Uvod u vektorske prostore

Primjećujete li kakvu sličnost između skupova \mathbb{R} , \mathbb{C} , V^2 , V^3 , $V^2(O)$ i $V^3(O)$?

(Neprazan) skup V je **realan vektorski prostor** ako su na V definirane operacije zbrajanja vektora i množenja vektora skalarom (realnim brojem) tako da rezultati tih operacija primijenjenih na bilo koje elemente iz V također budu u V i da pritom vrijede uobičajena svojstva tih operacija. Ako umjesto realnih brojeva za skalare uzimamo kompleksne brojeve, govorimo o **kompleksnom vektorskom prostoru**. Ako je V vektorski prostor, njegove elemente nazivamo **vektorima**.

Imaju li svi vektori iznos, smjer, orijentaciju? Što je to nulvektor? Mogu li se vektori međusobno oduzimati?

Uvod u vektorske prostore

Primjećujete li kakvu sličnost između skupova \mathbb{R} , \mathbb{C} , V^2 , V^3 , $V^2(O)$ i $V^3(O)$?

(Neprazan) skup V je **realan vektorski prostor** ako su na V definirane operacije zbrajanja vektora i množenja vektora skalarom (realnim brojem) tako da rezultati tih operacija primijenjenih na bilo koje elemente iz V također budu u V i da pritom vrijede uobičajena svojstva tih operacija. Ako umjesto realnih brojeva za skalare uzimamo kompleksne brojeve, govorimo o **kompleksnom vektorskom prostoru**. Ako je V vektorski prostor, njegove elemente nazivamo **vektorima**.

Imaju li svi vektori iznos, smjer, orijentaciju? Što je to nulvektor? Mogu li se vektori međusobno oduzimati?

Koji od gore nabrojanih šest primjera su realni i/ili kompleksni vektorski prostori? Uz kako definirane operacije zbrajanja i množenja skalarom?

Zadatak

Dokažite da u svakom vektorskom prostoru V vrijedi $0 \cdot v = \mathbf{0}$ i $-v = (-1) \cdot v$ za sve $v \in V$.

Zadatak

Dokažite da u svakom vektorskom prostoru V vrijedi $0 \cdot v = \mathbf{0}$ i $-v = (-1) \cdot v$ za sve $v \in V$.

Zadatak

Postoji li vektorski prostor s konačno mnogo elemenata?

Trivijalni vektorski prostor je vektorski prostor čiji jedini element je $\mathbf{0}$.

Zadatak

Dokažite da u svakom vektorskom prostoru V vrijedi $0 \cdot v = \mathbf{0}$ i $-v = (-1) \cdot v$ za sve $v \in V$.

Zadatak

Postoji li vektorski prostor s konačno mnogo elemenata?

Trivijalni vektorski prostor je vektorski prostor čiji jedini element je $\mathbf{0}$.

Zadatak

Jesu li sljedeći skupovi, uz standardno zbrajanje i množenje, realni vektorski prostori: $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\langle 0, +\infty \rangle$, $\{x \vec{a} : x \in \mathbb{R}\}$ (gdje je \vec{a} fiksirani geometrijski vektor)?

Zadatak

Dokažite da u svakom vektorskom prostoru V vrijedi $0 \cdot v = \mathbf{0}$ i $-v = (-1) \cdot v$ za sve $v \in V$.

Zadatak

Postoji li vektorski prostor s konačno mnogo elemenata?

Trivijalni vektorski prostor je vektorski prostor čiji jedini element je $\mathbf{0}$.

Zadatak

Jesu li sljedeći skupovi, uz standardno zbrajanje i množenje, realni vektorski prostori: $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\langle 0, +\infty \rangle$, $\{x \vec{a} : x \in \mathbb{R}\}$ (gdje je \vec{a} fiksirani geometrijski vektor)?

Što predstavlja oznaka A^n ako je A skup, a n prirodan broj?

Zadatak

Dokažite da u svakom vektorskom prostoru V vrijedi $0 \cdot v = \mathbf{0}$ i $-v = (-1) \cdot v$ za sve $v \in V$.

Zadatak

Postoji li vektorski prostor s konačno mnogo elemenata?

Trivijalni vektorski prostor je vektorski prostor čiji jedini element je $\mathbf{0}$.

Zadatak

Jesu li sljedeći skupovi, uz standardno zbrajanje i množenje, realni vektorski prostori: $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\langle 0, +\infty \rangle$, $\{x \vec{a} : x \in \mathbb{R}\}$ (gdje je \vec{a} fiksirani geometrijski vektor)?

Što predstavlja oznaka A^n ako je A skup, a n prirodan broj?
Definirajte zbrajanje i množenje skalarom u \mathbb{R}^4 tako da dobijete realan vektorski prostor.

Osim početnih šest te prostora \mathbb{R}^n , u primjenama se često koriste i vektorski prostori čiji elementi (vektori) su funkcije:

- \mathbb{R}^I — sve funkcije $f : I \rightarrow \mathbb{R}$
- $C(I)$ — sve neprekidne funkcije $f : I \rightarrow \mathbb{R}$
- $C^1(I)$ — sve derivabilne funkcije $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ kojima je derivacija neprekidna

Kako zbrajamo i množimo skalarom u tim vektorskim prostorima?

Osim početnih šest te prostora \mathbb{R}^n , u primjenama se često koriste i vektorski prostori čiji elementi (vektori) su funkcije:

- \mathbb{R}^I — sve funkcije $f : I \rightarrow \mathbb{R}$
- $C(I)$ — sve neprekidne funkcije $f : I \rightarrow \mathbb{R}$
- $C^1(I)$ — sve derivabilne funkcije $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ kojima je derivacija neprekidna

Kako zbrajamo i množimo skalarom u tim vektorskim prostorima?

Zadatak

Za $I = \langle 0, +\infty \rangle$ navedite po jedan vektor koji je u svakom od gornja tri vektorska prostora te po jednu funkciju koja nije vektor u svakom od njih.

Linearne kombinacije

Definicija (Linearna kombinacija)

Linearna kombinacija jednog ili više vektora iz danog vektorskog prostora je zbroj tih vektora pomnoženih s nekim skalarima (što je ponovno vektor promatranog vektorskog prostora).

Što su jednočlane linearne kombinacije?

Linearne kombinacije

Definicija (Linearna kombinacija)

Linearna kombinacija jednog ili više vektora iz danog vektorskog prostora je zbroj tih vektora pomnoženih s nekim skalarima (što je ponovno vektor promatranog vektorskog prostora).

Što su jednočlane linearne kombinacije? Gdje smo dosad već imali primjere linearnih kombinacija?

Linearne kombinacije

Definicija (Linearna kombinacija)

Linearna kombinacija jednog ili više vektora iz danog vektorskog prostora je zbroj tih vektora pomnoženih s nekim skalarima (što je ponovno vektor promatranog vektorskog prostora).

Što su jednočlane linearne kombinacije? Gdje smo dosad već imali primjere linearnih kombinacija?

Zadatak

Iz realnih vektorskih prostora \mathbb{R} , \mathbb{C} , $V^2(O)$, $V^3(O)$, \mathbb{R}^4 i $C([0, 1])$ odaberite po dva konkretna vektora i izračunajte njihove linearne kombinacije sa skalarima π i -1 .

Linearne kombinacije

Definicija (Linearna kombinacija)

Linearna kombinacija jednog ili više vektora iz danog vektorskog prostora je zbroj tih vektora pomnoženih s nekim skalarima (što je ponovno vektor promatranog vektorskog prostora).

Što su jednočlane linearne kombinacije? Gdje smo dosad već imali primjere linearnih kombinacija?

Zadatak

Iz realnih vektorskih prostora \mathbb{R} , \mathbb{C} , $V^2(O)$, $V^3(O)$, \mathbb{R}^4 i $C([0, 1])$ odaberite po dva konkretna vektora i izračunajte njihove linearne kombinacije sa skalarima π i -1 .

Zadatak

Koristeći izraz „linearna kombinacija“ definirajte polinome i linearne jednadžbe.

Potprostori

Zadatak

Je li skup svih polinoma vektorski prostor?

Potprostori

Zadatak

Je li skup svih polinoma vektorski prostor?

Zadatak

Je li skup svih rješenja sustava $x - y + z = 0$, $2x - z = 0$ vektorski prostor?

Potprostori

Zadatak

Je li skup svih polinoma vektorski prostor?

Zadatak

Je li skup svih rješenja sustava $x - y + z = 0$, $2x - z = 0$ vektorski prostor?

Ako je S podskup vektorskog prostora V te ako S ima svojstvo da su sve linearne kombinacije elemenata iz S elementi iz S , kažemo da je S **potprostor** od V ($S \leq V$).

Potprostori

Zadatak

Je li skup svih polinoma vektorski prostor?

Zadatak

Je li skup svih rješenja sustava $x - y + z = 0$, $2x - z = 0$ vektorski prostor?

Ako je S podskup vektorskog prostora V te ako S ima svojstvo da su sve linearne kombinacije elemenata iz S elementi iz S , kažemo da je S **potprostor** od V ($S \leq V$).

Teorem

Skup svih rješenja homogenog sustava linearnih jednadžbi s n nepoznanica je potprostor od \mathbb{R}^n .

Zadatak

Pokažite da je skup svih rješenja diferencijalne jednačbe $y' + a(x)y = 0$ potprostor skupa $C^1(I)$, gdje je $a \in C(I)$.

Zadatak

Pokažite da je skup svih rješenja diferencijalne jednačbe $y' + a(x)y = 0$ potprostor skupa $C^1(I)$, gdje je $a \in C(I)$.

Zadatak

Ako je \mathcal{B} baza za V^3 , je li \mathcal{B} potprostor od V^3 ?

Zadatak

Pokažite da je skup svih rješenja diferencijalne jednačbe $y' + a(x)y = 0$ potprostor skupa $C^1(I)$, gdje je $a \in C(I)$.

Zadatak

Ako je \mathcal{B} baza za V^3 , je li \mathcal{B} potprostor od V^3 ?

Pravi potprostor od V je svaki netrivialan potprostor koji nije jednak V .

Primjer

Neka je \vec{a} fiksirani odabrani vektor iz V^3 . Tada je $\{x \vec{a} : x \in \mathbb{R}\}$ pravi potprostor od V^3 .

Primjer

Vektorski prostor svih polinoma i $C^1(\mathbb{R})$ su pravi potprostoir od $C(\mathbb{R})$.

Zadatak

Pokažite da je skup svih rješenja diferencijalne jednačbe $y' + a(x)y = 0$ potprostor skupa $C^1(I)$, gdje je $a \in C(I)$.

Zadatak

Ako je \mathcal{B} baza za V^3 , je li \mathcal{B} potprostor od V^3 ?

Pravi potprostor od V je svaki netrivialan potprostor koji nije jednak V .

Primjer

Neka je \vec{a} fiksirani odabrani vektor iz V^3 . Tada je $\{x\vec{a} : x \in \mathbb{R}\}$ pravi potprostor od V^3 .

Primjer

Vektorski prostor svih polinoma i $C^1(\mathbb{R})$ su pravi potprostoir od $C(\mathbb{R})$.

Linearna (ne)zavisnost

Kako smo definirali kolinearnost i komplanarnost geometrijskih vektora?

Linearna (ne)zavisnost

Kako smo definirali kolinearnost i komplanarnost geometrijskih vektora? Kako ih se može algebarski opisati?

Linearna (ne)zavisnost

Kako smo definirali kolinearnost i komplanarnost geometrijskih vektora? Kako ih se može algebarski opisati?

Zadatak

Dokažite da su dva odnosno tri geometrijska vektora kolinearna odnosno komplanarna ako i samo ako postoji njihova linearna kombinacija jednaka nulvektoru takva da u toj linearnoj kombinaciji nisu svi skalari jednaki nuli.

Linearna (ne)zavisnost

Kako smo definirali kolinearnost i komplanarnost geometrijskih vektora? Kako ih se može algebarski opisati?

Zadatak

Dokažite da su dva odnosno tri geometrijska vektora kolinearna odnosno komplanarna ako i samo ako postoji njihova linearna kombinacija jednaka nulvektoru takva da u toj linearnoj kombinaciji nisu svi skalari jednaki nuli.

Definicija (Linearna (ne)zavisnost)

Konačan skup S vektora u nekom vektorskom prostoru V je linearno zavisan ako se (bar) jedan od vektora iz S može zapisati kao linearna kombinacija ostalih vektora iz S . U suprotnom kažemo da je S linearno nezavisan skup.

Zadatak

Dokažite sa ako skup sadrži nulvektor, onda je linearno zavisian.

Zadatak

Dokažite sa ako skup sadrži nulvektor, onda je linearno zavisian.

Primjer

Svaki jednočlan skup $\{v\}$ s $v \neq \mathbf{0}$ je linearno nezavisian.

Primjer

Svake dvije eksponencijalne funkcije s različitim bazama a i b su linearno nezavisne.

Zadatak

Dokažite sa ako skup sadrži nulvektor, onda je linearno zavisian.

Primjer

Svaki jednočlan skup $\{v\}$ s $v \neq \mathbf{0}$ je linearno nezavisian.

Primjer

Svake dvije eksponencijalne funkcije s različitim bazama a i b su linearno nezavisne.

Zadatak

U svakom od realnih vektorskih prostora \mathbb{R} , \mathbb{C} , $V^2(O)$, $V^3(O)$, \mathbb{R}^4 i $C([0, 1])$ opišite kako prepoznajete linearnu nezavisnost dvaju nenul-vektora!

Baza, dimenzija i koordinate

Definicija (Dimenzija i baza)

Najveći broj elemenata kojeg u danom vektorskom prostoru V može sadržavati neki linearno nezavisan skup vektora zove se dimenzijom prostora (oznaka $\dim V$). Baza prostora je svaki linearno nezavisan skup vektora koji ima onoliko elemenata kolika je dimenzija prostora.

Baza, dimenzija i koordinate

Definicija (Dimenzija i baza)

Najveći broj elemenata kojeg u danom vektorskom prostoru V može sadržavati neki linearno nezavisan skup vektora zove se dimenzijom prostora (oznaka $\dim V$). Baza prostora je svaki linearno nezavisan skup vektora koji ima onoliko elemenata kolika je dimenzija prostora.

Dimenzija može biti prirodan broj (konačna) ili beskonačna.

Baza, dimenzija i koordinate

Definicija (Dimenzija i baza)

Najveći broj elemenata kojeg u danom vektorskom prostoru V može sadržavati neki linearno nezavisan skup vektora zove se dimenzijom prostora (oznaka $\dim V$). Baza prostora je svaki linearno nezavisan skup vektora koji ima onoliko elemenata kolika je dimenzija prostora.

Dimenzija može biti prirodan broj (konačna) ili beskonačna. Za konačnodimenzionalne vektorske prostore podrazumijevamo da su im baze ne samo podskupovi, nego uređene.

Baza, dimenzija i koordinate

Definicija (Dimenzija i baza)

Najveći broj elemenata kojeg u danom vektorskom prostoru V može sadržavati neki linearno nezavisan skup vektora zove se dimenzijom prostora (oznaka $\dim V$). Baza prostora je svaki linearno nezavisan skup vektora koji ima onoliko elemenata kolika je dimenzija prostora.

Dimenzija može biti prirodan broj (konačna) ili beskonačna. Za konačnodimenzionalne vektorske prostore podrazumijevamo da su im baze ne samo podskupovi, nego uređene.

Zadatak

Ako je vektorski prostor dimenzije 17, znači li to da se on sastoji od 17 vektora?

Zadatak

Ako je $S \subseteq V$ i $\dim V = 4$, a S sadrži 6 vektora, može li S biti linearno nezavisan?

Zadatak

Ako je $S \subseteq V$ i $\dim V = 4$, a S sadrži 6 vektora, može li S biti linearno nezavisan?

Zadatak

$W \leq V \Rightarrow \dim W \leq \dim V$.

Zadatak

Ako je $S \subseteq V$ i $\dim V = 4$, a S sadrži 6 vektora, može li S biti linearno nezavisan?

Zadatak

$W \leq V \Rightarrow \dim W \leq \dim V$.

Zadatak

Za potprostor rješenja homogenog sustava iz ranijeg zadatka odredite dimenziju i bazu.

Zadatak

Ako je $S \subseteq V$ i $\dim V = 4$, a S sadrži 6 vektora, može li S biti linearno nezavisan?

Zadatak

$W \leq V \Rightarrow \dim W \leq \dim V$.

Zadatak

Za potprostor rješenja homogenog sustava iz ranijeg zadatka odredite dimenziju i bazu.

Teorem

$\mathcal{B} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ je baza za V ako i samo ako za svaki $v \in V$ postoje jedinstveni skalari x_1, x_2, \dots, x_n takvi da je $v = x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n$. Kažemo: v je prikazan u bazi \mathcal{B} , a koeficijenti x_1, x_2, \dots, x_n zovu se **koordinate vektora s obzirom na bazu \mathcal{B}** i pišemo $v = (x_1, x_2, \dots, x_n)_{\mathcal{B}}$.

Zadatak

Ako je $S \subseteq V$ i $\dim V = 4$, a S sadrži 6 vektora, može li S biti linearno nezavisan?

Zadatak

$W \leq V \Rightarrow \dim W \leq \dim V$.

Zadatak

Za potprostor rješenja homogenog sustava iz ranijeg zadatka odredite dimenziju i bazu.

Teorem

$\mathcal{B} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ je baza za V ako i samo ako za svaki $v \in V$ postoje jedinstveni skalari x_1, x_2, \dots, x_n takvi da je $v = x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n$. Kažemo: v je prikazan u bazi \mathcal{B} , a koeficijenti x_1, x_2, \dots, x_n zovu se **koordinate vektora v s obzirom na bazu \mathcal{B}** i pišemo $v = (x_1, x_2, \dots, x_n)_{\mathcal{B}}$.

Kanonske baze

U nekim vektorskim prostorima postoje „najprirodnije“ baze, u smislu da koordinate vektora s obzirom na njih budu „očekivane“.

Primjer

Vektorski prostor \mathbb{C} je dvodimenzionalan ako ga gledamo kao realan prostor, a jednodimenzionalan ako ga gledamo kao kompleksan prostor. Kanonska baza za \mathbb{C} u prvom slučaju je $(1, i)$, u drugom (1) .

Kanonske baze

U nekim vektorskim prostorima postoje „najprirodnije“ baze, u smislu da koordinate vektora s obzirom na njih budu „očekivane“.

Primjer

Vektorski prostor \mathbb{C} je dvodimenzionalan ako ga gledamo kao realan prostor, a jednodimenzionalan ako ga gledamo kao kompleksan prostor. Kanonska baza za \mathbb{C} u prvom slučaju je $(1, i)$, u drugom (1) .

Teorem

Realni vektorski prostori \mathbb{R}^n su n -dimenzionalni realni vektorski prostori.

Kanonske baze

U nekim vektorskim prostorima postoje „najprirodnije“ baze, u smislu da koordinate vektora s obzirom na njih budu „očekivane“.

Primjer

Vektorski prostor \mathbb{C} je dvodimenzionalan ako ga gledamo kao realan prostor, a jednodimenzionalan ako ga gledamo kao kompleksan prostor. Kanonska baza za \mathbb{C} u prvom slučaju je $(1, i)$, u drugom (1) .

Teorem

Realni vektorski prostori \mathbb{R}^n su n -dimenzionalni realni vektorski prostori.

Kanonska baza za \mathbb{R}^n : (e_1, \dots, e_n) gdje su svakom e_i su sve koordinate jednake 0 osim po jedne (za vektor e_i njegove i -te koordinate) koja je jednaka 1. Koordinate n -torke (x_1, \dots, x_n) s obzirom na kanonsku bazu su točno (x_1, \dots, x_n) .

Zadatak

Jesu li vektori $(2, 2, 1)$, $(-1, 0, 1)$ i $(-1, 2, -2)$ iz \mathbb{R}^3 linearno zavisni ili nezavisni?

Primjer

Dani su vektori $a = (2, -1, 0, 0)$, $b = (1, 0, 0, 4)$, $c = (0, 1, 1, 0)$ i $d = (0, 0, 2, 3)$ iz \mathbb{R}^4 . Je li (a, b, c, d) baza za \mathbb{R}^4 ? Ako da, koje su koordinate od e_1 u toj bazi?

Zadatak

Jesu li vektori $(2, 2, 1)$, $(-1, 0, 1)$ i $(-1, 2, -2)$ iz \mathbb{R}^3 linearno zavisni ili nezavisni?

Primjer

Dani su vektori $a = (2, -1, 0, 0)$, $b = (1, 0, 0, 4)$, $c = (0, 1, 1, 0)$ i $d = (0, 0, 2, 3)$ iz \mathbb{R}^4 . Je li (a, b, c, d) baza za \mathbb{R}^4 ? Ako da, koje su koordinate od e_1 u toj bazi?

Kako za neki skup vektora provjeravamo njegovu linearnu nezavisnost? Kako za vektor v kojem znamo koordinate (b_1, \dots, b_n) u nekoj bazi \mathcal{B} određujemo koordinate (x_1, \dots, x_n) u drugoj bazi \mathcal{B}' uz pretpostavku da znamo koordinate vektora baze \mathcal{B}' u bazi \mathcal{B} ?

Vektorski prostori $C(I)$, $C^1(I)$, \mathbb{R}^I , prostor svih polinoma i sl. su beskonačnodimenzionalni, no u mnogim situacijama razmatramo samo njihove konačnodimenzionalne potprostore.

Primjer

Ako gledamo skup svih linearnih kombinacija sinusa i kosinusa, to je dvodimenzionalni potprostor od $C^1(\mathbb{R})$.

Vektorski prostori $C(I)$, $C^1(I)$, \mathbb{R}^I , prostor svih polinoma i sl. su beskonačnodimenzionalni, no u mnogim situacijama razmatramo samo njihove konačnodimenzionalne potprostore.

Primjer

Ako gledamo skup svih linearnih kombinacija sinusa i kosinusa, to je dvodimenzionalni potprostor od $C^1(\mathbb{R})$.

Zadatak

Je li skup svih polinoma stupnja 2 vektorski prostor?

Vektorski prostori $C(I)$, $C^1(I)$, \mathbb{R}^I , prostor svih polinoma i sl. su beskonačnodimenzionalni, no u mnogim situacijama razmatramo samo njihove konačnodimenzionalne potprostore.

Primjer

Ako gledamo skup svih linearnih kombinacija sinusa i kosinusa, to je dvodimenzionalni potprostor od $C^1(\mathbb{R})$.

Zadatak

Je li skup svih polinoma stupnja 2 vektorski prostor? Neka je \mathcal{P}_2 vektorski prostor svih polinoma stupnja najviše 2. Kolika mu je dimenzija? Nađite mu što jednostavniju bazu!

Vektorski prostori $C(I)$, $C^1(I)$, \mathbb{R}^I , prostor svih polinoma i sl. su beskonačnodimenzionalni, no u mnogim situacijama razmatramo samo njihove konačnodimenzionalne potprostore.

Primjer

Ako gledamo skup svih linearnih kombinacija sinusa i kosinusa, to je dvodimenzionalni potprostor od $C^1(\mathbb{R})$.

Zadatak

Je li skup svih polinoma stupnja 2 vektorski prostor? Neka je \mathcal{P}_2 vektorski prostor svih polinoma stupnja najviše 2. Kolika mu je dimenzija? Nađite mu što jednostavniju bazu! Jesu li polinomi $1 + x^2$, -1 i $x^2 + x + 1$ iz \mathcal{P}_2 linearno zavisni ili nezavisni?

Vektorski prostori $C(I)$, $C^1(I)$, \mathbb{R}^I , prostor svih polinoma i sl. su beskonačnodimenzionalni, no u mnogim situacijama razmatramo samo njihove konačnodimenzionalne potprostore.

Primjer

Ako gledamo skup svih linearnih kombinacija sinusa i kosinusa, to je dvodimenzionalni potprostor od $C^1(\mathbb{R})$.

Zadatak

Je li skup svih polinoma stupnja 2 vektorski prostor? Neka je \mathcal{P}_2 vektorski prostor svih polinoma stupnja najviše 2. Kolika mu je dimenzija? Nađite mu što jednostavniju bazu! Jesu li polinomi $1 + x^2$, $-1 + x^2 + x + 1$ iz \mathcal{P}_2 linearno zavisni ili nezavisni? Kanonska baza za \mathcal{P}_2 je $(1, x, x^2)$. Nađite jednu nekanonsku bazu za \mathcal{P}_2 . Koje su koordinate polinoma $1 + x + x^2$ u jednoj i u drugoj bazi?