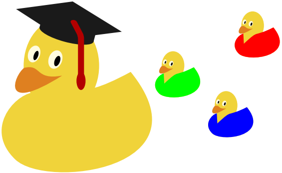
18. predavanje: Vektorska analiza.

Franka Miriam Brückler



Vektorske funkcije

S kojom smo se vektorskom funkcijom već susreli? Kako se definiraju vektorske funkcije?

Vektorske funkcije

S kojom smo se vektorskom funkcijom već susreli? Kako se definiraju vektorske funkcije?

Vektorska funkcija je funkcija kojoj je domena podskup od $\mathbb{R}^n$, a kodomena podskup od $\mathbb{R}^m$ s $m > 1$. Kad govorimo o vektorskom polju?

Vektorske funkcije

S kojom smo se vektorskom funkcijom već susreli? Kako se definiraju vektorske funkcije?

Vektorska funkcija je funkcija kojoj je domena podskup od $\mathbb{R}^n$, a kodomena podskup od $\mathbb{R}^m$ s $m > 1$. Kad govorimo o vektorskom polju?

Zadatak

Dajte primjer vektorske funkcije s 3 nezavisne i 2 zavisne varijable.

Vektorske funkcije

S kojom smo se vektorskom funkcijom već susreli? Kako se definiraju vektorske funkcije?

Vektorska funkcija je funkcija kojoj je domena podskup od $\mathbb{R}^n$, a kodomena podskup od $\mathbb{R}^m$ s $m > 1$. Kad govorimo o vektorskom polju?

Zadatak

Dajte primjer vektorske funkcije s 3 nezavisne i 2 zavisne varijable.

Je li gradijent skalarne funkcije vektorsko polje ili općenitija vektorska funkcija?

Vektorske funkcije

S kojom smo se vektorskom funkcijom već susreli? Kako se definiraju vektorske funkcije?
Vektorska funkcija je funkcija kojoj je domena podskup od $\mathbb{R}^n$, a kodomena podskup od $\mathbb{R}^m$ s $m > 1$. Kad govorimo o vektorskom polju?

Zadatak

Dajte primjer vektorske funkcije s 3 nezavisne i 2 zavisne varijable.

Je li gradijent skalarne funkcije vektorsko polje ili općenitija vektorska funkcija? Kako smo vizualizirali gradijent skalarne funkcije s 2 ili 3 varijable? Je li to bio njegov graf?

Vektorske funkcije

S kojom smo se vektorskom funkcijom već susreli? Kako se definiraju vektorske funkcije?
Vektorska funkcija je funkcija kojoj je domena podskup od $\mathbb{R}^n$, a kodomena podskup od $\mathbb{R}^m$ s $m > 1$. Kad govorimo o vektorskom polju?

Zadatak

Dajte primjer vektorske funkcije s 3 nezavisne i 2 zavisne varijable.

Je li gradijent skalarne funkcije vektorsko polje ili općenitija vektorska funkcija? Kako smo vizualizirali gradijent skalarne funkcije s 2 ili 3 varijable? Je li to bio njegov graf?

Zadatak

$\boxed{\textit{Grafički prikažite}}$ $\boxed{\textit{vektorsko polje}}$ $F(x, y) = (x^2 - y^2 - 4, 2xy)$.

Kako možemo vektorsku funkciju opisati pomoću skalarnih funkcija?

Kako možemo vektorsku funkciju opisati pomoću skalarnih funkcija?

$$F : D \to \mathbb{R}^m, \quad F(X) = (F_1(X), F_2(X), \ldots, F_m(X)),$$

kraće $F = (F_1, F_2, \ldots, F_m)$: Skalarne funkcije $F_1, F_2, \ldots, F_m$ zovemo koordinatnim funkcijama vektorske funkcije F.

Zadatak

Koje su koordinatne funkcije vektorskih funkcija iz zadataka s prethodnog slide-a?

Kako možemo vektorsku funkciju opisati pomoću skalarnih funkcija?

$$F : D \to \mathbb{R}^m, \quad F(X) = (F_1(X), F_2(X), \ldots, F_m(X)),$$

kraće $F = (F_1, F_2, \ldots, F_m)$: Skalarne funkcije $F_1, F_2, \ldots, F_m$ zovemo koordinatnim funkcijama vektorske funkcije F.

Zadatak

Koje su koordinatne funkcije vektorskih funkcija iz zadataka s prethodnog slide-a?

Ima li smisla govoriti o parcijalnim derivacijama vektorskih funkcija?

Kako možemo vektorsku funkciju opisati pomoću skalarnih funkcija?

$$F : D \to \mathbb{R}^m, \quad F(X) = (F_1(X), F_2(X), \ldots, F_m(X)),$$

kraće $F = (F_1, F_2, \ldots, F_m)$: Skalarne funkcije $F_1, F_2, \ldots, F_m$ zovemo koordinatnim funkcijama vektorske funkcije F.

Zadatak

Koje su koordinatne funkcije vektorskih funkcija iz zadataka s prethodnog slide-a?

Ima li smisla govoriti o parcijalnim derivacijama vektorskih funkcija? Što je to Jacobijeva matrica vektorske funkcije?

Kako možemo vektorsku funkciju opisati pomoću skalarnih funkcija?

$$F : D \to \mathbb{R}^m, \quad F(X) = (F_1(X), F_2(X), \ldots, F_m(X)),$$

kraće $F = (F_1, F_2, \ldots, F_m)$: Skalarne funkcije $F_1, F_2, \ldots, F_m$ zovemo koordinatnim funkcijama vektorske funkcije F.

Zadatak

Koje su koordinatne funkcije vektorskih funkcija iz zadataka s prethodnog slide-a?

Ima li smisla govoriti o parcijalnim derivacijama vektorskih funkcija? Što je to Jacobijeva matrica vektorske funkcije?

$$\frac{\partial(F_1, F_2, \ldots, F_m)}{\partial(x_1, x_2, \ldots, x_n)}(X) = \left(\frac{\partial F_i}{\partial x_j}(X)\right)$$

Zadatak

Odredite Jacobijeve matrice vektorskih funkcija iz zadataka s prethodnog slide-a?

Kada ima smisla računati determinantu Jacobijeve matrice?

Kada ima smisla računati determinantu Jacobijeve matrice?
Jakobijan je determinanta Jacobijeve matrice vektorskog polja.

Zadatak

Izračunajte Jakobijan vektorskog polja s prvog slide-a.

Kada ima smisla računati determinantu Jacobijeve matrice?

Jakobijan je determinanta Jacobijeve matrice vektorskog polja.

Zadatak

Izračunajte Jakobijan vektorskog polja s prvog slide-a.

Kartezijev i polarni koordinatni sustav u ravnini

$$KP = (r, \varphi) : (x, y) \overset{KP}{\mapsto} \left(\sqrt{x^2 + y^2}, (\pi +)\operatorname{arctg} \frac{y}{x}\right),$$

$$PK = (x, y) : (r, \varphi) \overset{PK}{\mapsto} (r \cos \varphi, r \sin \varphi).$$

Kada ima smisla računati determinantu Jacobijeve matrice?

Jakobijan je determinanta Jacobijeve matrice vektorskog polja.

Zadatak

Izračunajte Jakobijan vektorskog polja s prvog slide-a.

Kartezijev i polarni koordinatni sustav u ravnini

$$KP = (r, \varphi) : (x, y) \overset{KP}{\mapsto} \left(\sqrt{x^2 + y^2}, (\pi +)\mathrm{arctg}\,\frac{y}{x}\right),$$

$$PK = (x, y) : (r, \varphi) \overset{PK}{\mapsto} (r\cos\varphi, r\sin\varphi).$$

Cilindrički koordinatni sustav

Kada ima smisla računati determinantu Jacobijeve matrice?
Jakobijan je determinanta Jacobijeve matrice vektorskog polja.

Zadatak

Izračunajte Jakobijan vektorskog polja s prvog slide-a.

Kartezijev i polarni koordinatni sustav u ravnini

$$KP = (r, \varphi) : (x, y) \overset{KP}{\mapsto} \left(\sqrt{x^2 + y^2}, (\pi +)\mathrm{arctg}\,\frac{y}{x}\right),$$

$$PK = (x, y) : (r, \varphi) \overset{PK}{\mapsto} (r\cos\varphi, r\sin\varphi).$$

Cilindrički koordinatni sustav

$$KC = (r, \varphi, z) : (x, y, z) \overset{KC}{\mapsto} \left(\sqrt{x^2 + y^2}, (\pi +)\mathrm{arctg}\,\frac{y}{x}, z\right),$$

$$CK = (x, y, z) : (r, \varphi, z) \overset{CK}{\mapsto} (r\cos\varphi, r\sin\varphi, z).$$

Sferni koordinatni sustav

Sferni koordinatni sustav

$$KS = (r, \varphi, z) : (x, y, z) \overset{KS}{\mapsto} \left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, (\pi +)\operatorname{arctg} \frac{y}{x}, \arccos \frac{}{\sqrt{x^2 + \cdots}} \right.$$

$$SK = (x, y, z) : (r, \varphi, z) \overset{SK}{\mapsto} (r \cos \phi \sin \theta, r \sin \phi \sin \theta, r \sin \phi \sin \theta).$$

Kod kojih izračuna koordinatnih funkcija ovih vektorskih polja trebamo biti oprezni?

Sferni koordinatni sustav

$$KS = (r, \varphi, z) : (x, y, z) \overset{KS}{\mapsto} \left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, (\pi +)\operatorname{arctg} \frac{y}{x}, \arccos \frac{}{\sqrt{x^2 +}} \right.$$

$$SK = (x, y, z) : (r, \varphi, z) \overset{SK}{\mapsto} (r \cos\phi \sin\theta, r \sin\phi \sin\theta, r \sin\phi \sin\theta).$$

Kod kojih izračuna koordinatnih funkcija ovih vektorskih polja trebamo biti oprezni? Koji su rasponi koordinata u svakom od spomenutih koordinatnih sustava?

Sferni koordinatni sustav

$$KS = (r, \varphi, z) : (x, y, z) \overset{KS}{\mapsto} \left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, (\pi +) \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, \arccos \frac{}{\sqrt{x^2 +}} \right.$$

$$SK = (x, y, z) : (r, \varphi, z) \overset{SK}{\mapsto} (r \cos\phi \sin\theta, r \sin\phi \sin\theta, r \sin\phi \sin\theta).$$

Kod kojih izračuna koordinatnih funkcija ovih vektorskih polja trebamo biti oprezni? Koji su rasponi koordinata u svakom od spomenutih koordinatnih sustava? Što predstavljaju jednadžbe tipa koordinata $=$ konstanta u svakom od spomenutih koordinatnih sustava?

Sferni koordinatni sustav

$$KS = (r, \varphi, z) : (x, y, z) \overset{KS}{\mapsto} \left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, (\pi +)\mathrm{arctg}\, \frac{y}{x}, \arccos \frac{}{\sqrt{x^2 +}} \right.$$

$$SK = (x, y, z) : (r, \varphi, z) \overset{SK}{\mapsto} (r \cos\phi \sin\theta, r \sin\phi \sin\theta, r \sin\phi \sin\theta).$$

Kod kojih izračuna koordinatnih funkcija ovih vektorskih polja trebamo biti oprezni? Koji su rasponi koordinata u svakom od spomenutih koordinatnih sustava? Što predstavljaju jednadžbe tipa koordinata $=$ konstanta u svakom od spomenutih koordinatnih sustava? Koje su sferne koordinate točke koja u Kartezijevom koordinatnom sustavu ima koordinate $(1, 0, -\sqrt{3})$? $(-1, -1, 0)$?

Sferni koordinatni sustav

$$KS = (r, \varphi, z) : (x, y, z) \overset{KS}{\mapsto} \left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, (\pi+)\text{arctg}\, \frac{y}{x}, \arccos \frac{}{\sqrt{x^2 +}} \right.$$

$$SK = (x, y, z) : (r, \varphi, z) \overset{SK}{\mapsto} (r \cos\phi \sin\theta, r \sin\phi \sin\theta, r \sin\phi \sin\theta).$$

Kod kojih izračuna koordinatnih funkcija ovih vektorskih polja trebamo biti oprezni? Koji su rasponi koordinata u svakom od spomenutih koordinatnih sustava? Što predstavljaju jednadžbe tipa koordinata $=$ konstanta u svakom od spomenutih koordinatnih sustava? Koje su sferne koordinate točke koja u Kartezijevom koordinatnom sustavu ima koordinate $(1, 0, -\sqrt{3})$? $(-1, -1, 0)$? Koje su Kartezijeve koordinate točke koja u sfernom koordinatnom sustavu ima koordinate $(1, 120^\circ, 45^\circ)$? $\left(1, \pi, \frac{\pi}{2}\right)$?

Sferni koordinatni sustav

$$KS = (r, \varphi, z) : (x, y, z) \overset{KS}{\mapsto} \left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, (\pi+)\text{arctg}\,\frac{y}{x}, \arccos \frac{}{\sqrt{x^2 +}} \right.$$

$$SK = (x, y, z) : (r, \varphi, z) \overset{SK}{\mapsto} (r \cos\phi \sin\theta, r \sin\phi \sin\theta, r \sin\phi \sin\theta).$$

Kod kojih izračuna koordinatnih funkcija ovih vektorskih polja trebamo biti oprezni? Koji su rasponi koordinata u svakom od spomenutih koordinatnih sustava? Što predstavljaju jednadžbe tipa koordinata $=$ konstanta u svakom od spomenutih koordinatnih sustava? Koje su sferne koordinate točke koja u Kartezijevom koordinatnom sustavu ima koordinate $(1, 0, -\sqrt{3})$? $(-1, -1, 0)$? Koje su Kartezijeve koordinate točke koja u sfernom koordinatnom sustavu ima koordinate $(1, 120^\circ, 45^\circ)$? $\left(1, \pi, \frac{\pi}{2}\right)$? Odredite Jakobijane za svih šest promjena koordinata!

Nabla-operator

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial x_n} \right)$$

Ako ∇ djeluje na skalarnu funkciju f, on joj pridružuje

Nabla-operator

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial}{\partial x_n}\right)$$

Ako ∇ djeluje na skalarnu funkciju f, on joj pridružuje vektorsko polje — njezin gradijent:

$$\operatorname{grad} f(X) = \nabla f(X) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}(X), \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n}(X)\right).$$

Zadatak

Ako znate da je $\nabla f(x, y, z) = (2x^3y^4 + x, 2x^4y^3 + y)$, procijenite promjenu iznosa f ako se u odnosu na točku $(1, 1)$ obje koordinate povećaju za 10^{-3}.

Nabla-operator

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial}{\partial x_n}\right)$$

Ako ∇ djeluje na skalarnu funkciju f, on joj pridružuje vektorsko polje — njezin gradijent:

$$\operatorname{grad} f(X) = \nabla f(X) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}(X), \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n}(X)\right).$$

Zadatak

Ako znate da je $\nabla f(x, y, z) = (2x^3y^4 + x, 2x^4y^3 + y)$, procijenite promjenu iznosa f ako se u odnosu na točku $(1, 1)$ obje koordinate povećaju za 10^{-3}.

$$\langle \nabla f(X), \Delta X \rangle = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}(X) \cdot \Delta x_i \approx \Delta f$$

Primjer

Potencijalna energija međudjelovanja dvaju naboja Q_1 i Q_2 udaljenih za r je $V = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$. Sila koja djeluje na drugi naboj uslijed postojanja prvog je

$$\vec{F} = -\nabla V = -\frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \nabla \frac{1}{r} = \frac{Q_1 Q_2 \vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}.$$

($r = r(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \Rightarrow \frac{\partial(1/r)}{\partial x} = -\frac{x}{r^3}$ i analogno za deriviranje po y i z)

Primjer

Potencijalna energija međudjelovanja dvaju naboja Q_1 *i* Q_2 *udaljenih za* r *je* $V = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$*. Sila koja djeluje na drugi naboj uslijed postojanja prvog je*

$$\vec{F} = -\nabla V = -\frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \nabla \frac{1}{r} = \frac{Q_1 Q_2 \vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}.$$

($r = r(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \Rightarrow \frac{\partial(1/r)}{\partial x} = -\frac{x}{r^3}$ *i analogno za deriviranje po* y *i* z*)*

Koja su dva načina djelovanja ∇-operatora na vektorske funkcije? Uz koje uvjete? Kakve su funkcije rezultati?

Divergencija vektorskog polja F:

$$\operatorname{div} F(X) = \nabla \cdot F(X) = \frac{\partial F_1}{\partial x_1}(X) + \ldots + \frac{\partial F_n}{\partial x_n}(X).$$

Zadatak

Odredite divergenciju vektorskog polja s prvog slide-a i divergenciju polja SK.

Divergencija vektorskog polja F:

$$\operatorname{div} F(X) = \nabla \cdot F(X) = \frac{\partial F_1}{\partial x_1}(X) + \ldots + \frac{\partial F_n}{\partial x_n}(X).$$

Zadatak

Odredite divergenciju vektorskog polja s prvog slide-a i divergenciju polja SK.

Rotacija vektorskog polja $F = (F_x, F_y, F_z)$ triju varijabli:

$$\operatorname{rot} F(X) = \nabla \times F(X) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}.$$

Zadatak

Odredite $\operatorname{rot} F$ *za* $F(x, y, z) = (y, z, x) = y\,\vec{i} + z\,\vec{j} + x\,\vec{k}$.

Dvostruka djelovanja nabla operatora

Koje od sljedećih „stvari” su smislene: grad grad, grad div, grad rot, div grad, div div, div rot, rot grad, rot div, rot rot?

Dvostruka djelovanja nabla operatora

Koje od sljedećih „stvari” su smislene: grad grad, grad div, grad rot, div grad, div div, div rot, rot grad, rot div, rot rot?

- Rotacija gradijenta skalarne funkcije triju varijabli je

Dvostruka djelovanja nabla operatora

Koje od sljedećih „stvari" su smislene: grad grad, grad div, grad rot, div grad, div div, div rot, rot grad, rot div, rot rot?

- Rotacija gradijenta skalarne funkcije triju varijabli je nul-polje:

$$\nabla \times (\nabla f) = \operatorname{rot}\operatorname{grad} f = [0, 0, 0].$$

Dvostruka djelovanja nabla operatora

Koje od sljedećih „stvari” su smislene: grad grad, grad div, grad rot, div grad, div div, div rot, rot grad, rot div, rot rot?

- Rotacija gradijenta skalarne funkcije triju varijabli je nul-polje:

$$\nabla \times (\nabla f) = \operatorname{rot} \operatorname{grad} f = [0, 0, 0].$$

- Divergencija rotacije vektorskog polja s tri varijable je

Dvostruka djelovanja nabla operatora

Koje od sljedećih „stvari" su smislene: grad grad, grad div, grad rot, div grad, div div, div rot, rot grad, rot div, rot rot?

- Rotacija gradijenta skalarne funkcije triju varijabli je nul-polje:

$$\nabla \times (\nabla f) = \operatorname{rot} \operatorname{grad} f = [0, 0, 0].$$

- Divergencija rotacije vektorskog polja s tri varijable je nul-funkcija:

$$\nabla \cdot (\nabla \times F) = \operatorname{div} \operatorname{rot} F = 0$$

Dvostruka djelovanja nabla operatora

Koje od sljedećih „stvari" su smislene: grad grad, grad div, grad rot, div grad, div div, div rot, rot grad, rot div, rot rot?

- Rotacija gradijenta skalarne funkcije triju varijabli je nul-polje:

$$\nabla \times (\nabla f) = \operatorname{rot} \operatorname{grad} f = [0, 0, 0].$$

- Divergencija rotacije vektorskog polja s tri varijable je nul-funkcija:

$$\nabla \cdot (\nabla \times F) = \operatorname{div} \operatorname{rot} F = 0$$

- Divergancija gradijenta skalarne funkcije naziva se

Dvostruka djelovanja nabla operatora

Koje od sljedećih „stvari" su smislene: grad grad, grad div, grad rot, div grad, div div, div rot, rot grad, rot div, rot rot?

- Rotacija gradijenta skalarne funkcije triju varijabli je nul-polje:

$$\nabla \times (\nabla f) = \operatorname{rot}\operatorname{grad} f = [0, 0, 0].$$

- Divergencija rotacije vektorskog polja s tri varijable je nul-funkcija:

$$\nabla \cdot (\nabla \times F) = \operatorname{div}\operatorname{rot} F = 0$$

- Divergancija gradijenta skalarne funkcije naziva se Laplaceovim operatorom:

$$\nabla \cdot (\nabla f) = \nabla^2 f = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2}$$

Zadatak

Dokažite da je $f(x,y,z) = A\sin(ax)\sin(by)\sin(cz)$ *je*

$$\nabla^2 f(x,y,z) = -(a^2+b^2+c^2)f(x,y,z),$$

svojstveni vektor Laplaceovog operatora. Kojoj svojstvenoj vrijednosti odgovara?

Zadatak

Dokažite da je $f(x, y, z) = A\sin(ax)\sin(by)\sin(cz)$ *je*

$$\nabla^2 f(x, y, z) = -(a^2 + b^2 + c^2) f(x, y, z),$$

svojstveni vektor Laplaceovog operatora. Kojoj svojstvenoj vrijednosti odgovara?

Gradijent svake skalarne funkcije je vektorsko polje — je li svako vektorsko polje gradijent neke skalarne funkcije?

Zadatak

Dokažite da je $f(x,y,z) = A\sin(ax)\sin(by)\sin(cz)$ *je*

$$\nabla^2 f(x,y,z) = -(a^2+b^2+c^2)f(x,y,z),$$

svojstveni vektor Laplaceovog operatora. Kojoj svojstvenoj vrijednosti odgovara?

Gradijent svake skalarne funkcije je vektorsko polje — je li svako vektorsko polje gradijent neke skalarne funkcije?

Zadatak

Je li $F(x,y) = (x^2 - xy, y^2 - xy)$ *gradijent neke skalarne funkcije?*

Zadatak

Dokažite da je $f(x,y,z) = A\sin(ax)\sin(by)\sin(cz)$ *je*

$$\nabla^2 f(x,y,z) = -(a^2+b^2+c^2)f(x,y,z),$$

svojstveni vektor Laplaceovog operatora. Kojoj svojstvenoj vrijednosti odgovara?

Gradijent svake skalarne funkcije je vektorsko polje — je li svako vektorsko polje gradijent neke skalarne funkcije?

Zadatak

Je li $F(x,y) = (x^2 - xy, y^2 - xy)$ *gradijent neke skalarne funkcije?*

Kad kažemo da je vektorsko polje F konzervativno?

Zadatak

Dokažite da je $f(x,y,z) = A\sin(ax)\sin(by)\sin(cz)$ *je*

$$\nabla^2 f(x,y,z) = -(a^2+b^2+c^2)f(x,y,z),$$

svojstveni vektor Laplaceovog operatora. Kojoj svojstvenoj vrijednosti odgovara?

Gradijent svake skalarne funkcije je vektorsko polje — je li svako vektorsko polje gradijent neke skalarne funkcije?

Zadatak

Je li $F(x,y) = (x^2 - xy, y^2 - xy)$ *gradijent neke skalarne funkcije?*

Kad kažemo da je vektorsko polje F konzervativno? F je konzervativno vektorsko polje ako postoji skalarna funkcija f takva da je $F = \nabla f$. Kako tad zovemo f?

Zadatak

Dokažite da ako je F konzervativno, onda ono zadovoljava Eulerov uvjet, tj. onda mu je Jacobijeva matrica simetrična.

Zadatak

Dokažite da ako je F konzervativno, onda ono zadovoljava Eulerov uvjet, tj. onda mu je Jacobijeva matrica simetrična.

Općenito, ako F zadovoljava Eulerov uvjet ono ne mora biti konzervativno, ali će biti takov ako mu je domena primjerice oblika $\langle a, b\rangle \times \langle c, d\rangle \times \ldots$ ili otvorena kugla.

Zadatak

Je li $F(x, y) = (2x^3y^4 + x, 2x^4y^3 + y)$ konzervativno vektorsko polje? Ako da, odredite mu potencijal!

Zadatak

Ako je F konzervativno vektorsko polje s tri varijable, što je rot F*?*