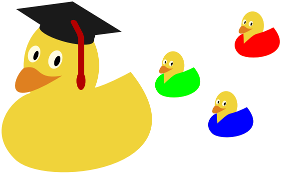
4. predavanje: Baza i dimenzija vektorskog prostora

Franka Miriam Brückler



Ponovimo . . .

- Što je to vektor? Ima li svaki vektor iznos, smjer i orijentaciju?

Ponovimo ...

- Što je to vektor? Ima li svaki vektor iznos, smjer i orijentaciju?
- Što je vektorski prostor? Koja je razlika realnih i kompleksnih vektorskih prostora?

Ponovimo ...

- Što je to vektor? Ima li svaki vektor iznos, smjer i orijentaciju?
- Što je vektorski prostor? Koja je razlika realnih i kompleksnih vektorskih prostora?
- Možemo li $\mathbb{C}^2$ gledati samo kao kompleksna ili i kao realan vektorski prostor?

Ponovimo ...

- Što je to vektor? Ima li svaki vektor iznos, smjer i orijentaciju?
- Što je vektorski prostor? Koja je razlika realnih i kompleksnih vektorskih prostora?
- Možemo li $\mathbb{C}^2$ gledati samo kao kompleksna ili i kao realan vektorski prostor?
- Je li skup svih realnih funkcija jedne varijable koje su derivabilne u 0 vektorski prostor (uz uobičajene operacije zbrajanja funkcija i množenja funkcija konstantama)? A skup svih realnih funkcija jedne varijable koje su derivabilne u bar jednoj točki svoje domene?

Ponovimo ...

- Što je to vektor? Ima li svaki vektor iznos, smjer i orijentaciju?
- Što je vektorski prostor? Koja je razlika realnih i kompleksnih vektorskih prostora?
- Možemo li $\mathbb{C}^2$ gledati samo kao kompleksna ili i kao realan vektorski prostor?
- Je li skup svih realnih funkcija jedne varijable koje su derivabilne u 0 vektorski prostor (uz uobičajene operacije zbrajanja funkcija i množenja funkcija konstantama)? A skup svih realnih funkcija jedne varijable koje su derivabilne u bar jednoj točki svoje domene? A skup svih polinoma? A skup svih eksponencijalnih funkcija?

Ponovimo ...

- Što je to vektor? Ima li svaki vektor iznos, smjer i orijentaciju?
- Što je vektorski prostor? Koja je razlika realnih i kompleksnih vektorskih prostora?
- Možemo li $\mathbb{C}^2$ gledati samo kao kompleksna ili i kao realan vektorski prostor?
- Je li skup svih realnih funkcija jedne varijable koje su derivabilne u 0 vektorski prostor (uz uobičajene operacije zbrajanja funkcija i množenja funkcija konstantama)? A skup svih realnih funkcija jedne varijable koje su derivabilne u bar jednoj točki svoje domene? A skup svih polinoma? A skup svih eksponencijalnih funkcija?
- Je li skup svih matrica vektorski prostor?

Ponovimo . . .

- Što je to vektor? Ima li svaki vektor iznos, smjer i orijentaciju?
- Što je vektorski prostor? Koja je razlika realnih i kompleksnih vektorskih prostora?
- Možemo li $\mathbb{C}^2$ gledati samo kao kompleksna ili i kao realan vektorski prostor?
- Je li skup svih realnih funkcija jedne varijable koje su derivabilne u 0 vektorski prostor (uz uobičajene operacije zbrajanja funkcija i množenja funkcija konstantama)? A skup svih realnih funkcija jedne varijable koje su derivabilne u bar jednoj točki svoje domene? A skup svih polinoma? A skup svih eksponencijalnih funkcija?
- Je li skup svih matrica vektorski prostor? A svih kvadratnih realnih matrica reda 2?

Ponovimo ...

- Što je to vektor? Ima li svaki vektor iznos, smjer i orijentaciju?
- Što je vektorski prostor? Koja je razlika realnih i kompleksnih vektorskih prostora?
- Možemo li $\mathbb{C}^2$ gledati samo kao kompleksna ili i kao realan vektorski prostor?
- Je li skup svih realnih funkcija jedne varijable koje su derivabilne u 0 vektorski prostor (uz uobičajene operacije zbrajanja funkcija i množenja funkcija konstantama)? A skup svih realnih funkcija jedne varijable koje su derivabilne u bar jednoj točki svoje domene? A skup svih polinoma? A skup svih eksponencijalnih funkcija?
- Je li skup svih matrica vektorski prostor? A svih kvadratnih realnih matrica reda 2?
- Je li $\mathbb{R}$ vektorski prostor?

Ponovimo ...

- Što je to vektor? Ima li svaki vektor iznos, smjer i orijentaciju?
- Što je vektorski prostor? Koja je razlika realnih i kompleksnih vektorskih prostora?
- Možemo li $\mathbb{C}^2$ gledati samo kao kompleksna ili i kao realan vektorski prostor?
- Je li skup svih realnih funkcija jedne varijable koje su derivabilne u 0 vektorski prostor (uz uobičajene operacije zbrajanja funkcija i množenja funkcija konstantama)? A skup svih realnih funkcija jedne varijable koje su derivabilne u bar jednoj točki svoje domene? A skup svih polinoma? A skup svih eksponencijalnih funkcija?
- Je li skup svih matrica vektorski prostor? A svih kvadratnih realnih matrica reda 2?
- Je li $\mathbb{R}$ vektorski prostor? A $\langle 0, +\infty \rangle$?

Linearne kombinacije

- Zapišite jednu linearnu kombinaciju dvaju geometrijskih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ u ravnini.

Linearne kombinacije

- Zapišite jednu linearnu kombinaciju dvaju geometrijskih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ u ravnini. Gdje smo već susreli takve linearne kombinacije?

Linearne kombinacije

- Zapišite jednu linearnu kombinaciju dvaju geometrijskih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ u ravnini. Gdje smo već susreli takve linearne kombinacije?
- Definirajte linearnu kombinaciju vektora iz nekog $S \subseteq V$ gdje je V vektorski prostor.

Linearne kombinacije

- Zapišite jednu linearnu kombinaciju dvaju geometrijskih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ u ravnini. Gdje smo već susreli takve linearne kombinacije?
- Definirajte linearnu kombinaciju vektora iz nekog $S \subseteq V$ gdje je V vektorski prostor.
- Može li linearna kombinacija biti jednočlana?

Linearne kombinacije

- Zapišite jednu linearnu kombinaciju dvaju geometrijskih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ u ravnini. Gdje smo već susreli takve linearne kombinacije?
- Definirajte linearnu kombinaciju vektora iz nekog $S \subseteq V$ gdje je V vektorski prostor.
- Može li linearna kombinacija biti jednočlana?
- Odaberite tri matrice $A, B, C \in M_2$ i zapišite opći oblik njihove linearne kombinacije.

Linearne kombinacije

- Zapišite jednu linearnu kombinaciju dvaju geometrijskih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ u ravnini. Gdje smo već susreli takve linearne kombinacije?
- Definirajte linearnu kombinaciju vektora iz nekog $S \subseteq V$ gdje je V vektorski prostor.
- Može li linearna kombinacija biti jednočlana?
- Odaberite tri matrice $A, B, C \in M_2$ i zapišite opći oblik njihove linearne kombinacije.
- Definirajte linearnu jednadžbu s n nepoznanica koristeći izraz linearna kombinacija.

Linearne kombinacije

- Zapišite jednu linearnu kombinaciju dvaju geometrijskih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ u ravnini. Gdje smo već susreli takve linearne kombinacije?
- Definirajte linearnu kombinaciju vektora iz nekog $S \subseteq V$ gdje je V vektorski prostor.
- Može li linearna kombinacija biti jednočlana?
- Odaberite tri matrice $A, B, C \in M_2$ i zapišite opći oblik njihove linearne kombinacije.
- Definirajte linearnu jednadžbu s n nepoznanica koristeći izraz linearna kombinacija.
- Definirajte polinome koristeći izraz linearna kombinacija. U kojem vektorskom prostoru je to linearna kombinacija?

Primjer

Za operacije koje se rade pri izjednačavanju redoks-reakcija preko polujednadžbi oksidacije i redukcije može se reći: računa se određena linearna kombinacija polujednadžbi oksidacije i redukcije. Slično, Hessov zakon možemo formulirati i ovako: ako se neka reakcija može zapisati kao linearna kombinacija nekih drugih reakcija, onda je reakcijski gradijent bilo koje ekstenzivne veličine stanja (primjerice, reakcijska entalpija ili reakcijska Gibbsova energija) jednak linearnoj kombinaciji reakcijskih gradijenata te iste veličine pojedinih reakcija, i to s istim koeficijentima: ako je reakciju R moguće zapisati kao $\sum_i \alpha_i \mathrm{R}_i$, *onda je* $\Delta_r Y = \sum_i \alpha_i \Delta_{r,i} Y$ *za* $Y = H, G, \ldots$.

Potprostori

Primjer

Skup $\mathcal{P}$ svih polinoma je vektorski prostor koji je ujedno podskup vektorskog prostora svih funkcija s $\mathbb{R}$ u $\mathbb{R}$: $\mathcal{P} \leq \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$.

Potprostori

Primjer

Skup $\mathcal{P}$ svih polinoma je vektorski prostor koji je ujedno podskup vektorskog prostora svih funkcija s $\mathbb{R}$ u $\mathbb{R}$: $\mathcal{P} \leq \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$.

Definirajte potprostor vektorskor prostora V!

Zadatak

Pokažite da je skup svih rješenja sustava $x + y + z = 0$, $5x - y + 2z = 0$ potprostor od $\mathbb{R}^3$, ali da skup svih rješenja sustava $x - y = 5$, $x + y = 1$ nije potprostor od $\mathbb{R}^2$.

Teorem

Skup svih rješenja svakog homogenog sustava linearnih jednadžbi s n nepoznanica je vektorski prostor, točnije potprostor od $\mathbb{R}^n$.

Zadatak

Koja dva potprostora ima svaki vektorski prostor?

Zadatak

Koja dva potprostora ima svaki vektorski prostor?

Trivijalni potprostori od V su sam V i $\{\mathbf{0}\}$; ostali potprostori od V nazivaju se pravim potprostorima.

Zadatak

Neka je $\vec{a} \neq \vec{0}$ vektor u V^2. Je li $\{\vec{a}\} \leq V^3$?

Zadatak

Koja dva potprostora ima svaki vektorski prostor?

Trivijalni potprostori od V su sam V i $\{\mathbf{0}\}$; ostali potprostori od V nazivaju se pravim potprostorima.

Zadatak

Neka je $\vec{a} \neq \vec{0}$ vektor u V^2. Je li $\{\vec{a}\} \leq V^3$? A $\{x\vec{a} : x \in \mathbb{R}\}$?

Zadatak

Koja dva potprostora ima svaki vektorski prostor?

Trivijalni potprostori od V su sam V i $\{\mathbf{0}\}$; ostali potprostori od V nazivaju se pravim potprostorima.

Zadatak

Neka je $\vec{a} \neq \vec{0}$ *vektor u* V^2. *Je li* $\{\vec{a}\} \leq V^3$? *A* $\{x\vec{a} : x \in \mathbb{R}\}$? *Slično, ako su* $\vec{a}$ *i* $\vec{b}$ *dva fiksna nenul-vektora iz* V^3, *onda* $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ *nije, ali* $\{x\vec{a} + y\vec{b} : x, y \in \mathbb{R}\}$ *jest potprostor od* V^3.

Zadatak

Navedite po jedan pravi potprostor realnih v. p. $\mathbb{C}$ *i* M_2.

Zadatak

Koja dva potprostora ima svaki vektorski prostor?

Trivijalni potprostori od V su sam V i $\{\mathbf{0}\}$; ostali potprostori od V nazivaju se pravim potprostorima.

Zadatak

Neka je $\vec{a} \neq \vec{0}$ vektor u V^2. Je li $\{\vec{a}\} \leq V^3$? A $\{x\vec{a} : x \in \mathbb{R}\}$? Slično, ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ dva fiksna nenul-vektora iz V^3, onda $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ nije, ali $\{x\vec{a} + y\vec{b} : x, y \in \mathbb{R}\}$ jest potprostor od V^3.

Zadatak

Navedite po jedan pravi potprostor realnih v. p. $\mathbb{C}$ i M_2.

Zadatak

Pokažite da je skup svih rješenja diferencijalne jednadžbe $y' + a(x)\,y = 0$ pravi potprostor prostora svih derivabilnih $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

Linearna nezavisnost

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ kolinearni vektori u V^2, možemo li sve ostale vektore iz V^2 zapisati kao njihove linearne kombinacije?

Linearna nezavisnost

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ kolinearni vektori u V^2, možemo li sve ostale vektore iz V^2 zapisati kao njihove linearne kombinacije?
- Ako su $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$ komplanarni vektori u V^3, možemo li sve ostale vektore iz V^3 zapisati kao njihove linearne kombinacije?

Linearna nezavisnost

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ kolinearni vektori u V^2, možemo li sve ostale vektore iz V^2 zapisati kao njihove linearne kombinacije?
- Ako su $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$ komplanarni vektori u V^3, možemo li sve ostale vektore iz V^3 zapisati kao njihove linearne kombinacije?
- Kako smo definirali baze i koordinate u V^2 i V^3?

Linearna nezavisnost

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ kolinearni vektori u V^2, možemo li sve ostale vektore iz V^2 zapisati kao njihove linearne kombinacije?
- Ako su $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$ komplanarni vektori u V^3, možemo li sve ostale vektore iz V^3 zapisati kao njihove linearne kombinacije?
- Kako smo definirali baze i koordinate u V^2 i V^3?
- Kad ćemo za neki skup vektora reći da je linearno (ne)zavisan?

Linearna nezavisnost

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ kolinearni vektori u V^2, možemo li sve ostale vektore iz V^2 zapisati kao njihove linearne kombinacije?
- Ako su $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$ komplanarni vektori u V^3, možemo li sve ostale vektore iz V^3 zapisati kao njihove linearne kombinacije?
- Kako smo definirali baze i koordinate u V^2 i V^3?
- Kad ćemo za neki skup vektora reći da je linearno (ne)zavisan?
- Može li skup vektora koji sadrži nulvektor biti linearno nezavisan?

Linearna nezavisnost

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ kolinearni vektori u V^2, možemo li sve ostale vektore iz V^2 zapisati kao njihove linearne kombinacije?
- Ako su $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$ komplanarni vektori u V^3, možemo li sve ostale vektore iz V^3 zapisati kao njihove linearne kombinacije?
- Kako smo definirali baze i koordinate u V^2 i V^3?
- Kad ćemo za neki skup vektora reći da je linearno (ne)zavisan?
- Može li skup vektora koji sadrži nulvektor biti linearno nezavisan?
- Uz koji uvjet je jednočlani skup vektora linearno nezavisan?

Linearna nezavisnost

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ kolinearni vektori u V^2, možemo li sve ostale vektore iz V^2 zapisati kao njihove linearne kombinacije?
- Ako su $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$ komplanarni vektori u V^3, možemo li sve ostale vektore iz V^3 zapisati kao njihove linearne kombinacije?
- Kako smo definirali baze i koordinate u V^2 i V^3?
- Kad ćemo za neki skup vektora reći da je linearno (ne)zavisan?
- Može li skup vektora koji sadrži nulvektor biti linearno nezavisan?
- Uz koji uvjet je jednočlani skup vektora linearno nezavisan?
- Dokažite da su svake dvije eksponencijalne funkcije s različitim bazama linearno nezavisne!

Linearna nezavisnost

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ kolinearni vektori u V^2, možemo li sve ostale vektore iz V^2 zapisati kao njihove linearne kombinacije?
- Ako su $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$ komplanarni vektori u V^3, možemo li sve ostale vektore iz V^3 zapisati kao njihove linearne kombinacije?
- Kako smo definirali baze i koordinate u V^2 i V^3?
- Kad ćemo za neki skup vektora reći da je linearno (ne)zavisan?
- Može li skup vektora koji sadrži nulvektor biti linearno nezavisan?
- Uz koji uvjet je jednočlani skup vektora linearno nezavisan?
- Dokažite da su svake dvije eksponencijalne funkcije s različitim bazama linearno nezavisne!
- Postoji li u M_2 četveročlani linearno nezavisan skup? A peteročlani?

Linearna nezavisnost

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ kolinearni vektori u V^2, možemo li sve ostale vektore iz V^2 zapisati kao njihove linearne kombinacije?
- Ako su $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$ komplanarni vektori u V^3, možemo li sve ostale vektore iz V^3 zapisati kao njihove linearne kombinacije?
- Kako smo definirali baze i koordinate u V^2 i V^3?
- Kad ćemo za neki skup vektora reći da je linearno (ne)zavisan?
- Može li skup vektora koji sadrži nulvektor biti linearno nezavisan?
- Uz koji uvjet je jednočlani skup vektora linearno nezavisan?
- Dokažite da su svake dvije eksponencijalne funkcije s različitim bazama linearno nezavisne!
- Postoji li u M_2 četveročlani linearno nezavisan skup? A peteročlani?
- Koliko najviše linearno nezavisnih vektora može sadržavati podskup od $\mathbb{C}$ kao kompleksan vektorski prostor? A kao realan?

Dimenzija i baza

- Definirajte dimenziju vektorskog prostora!

Dimenzija i baza

- Definirajte dimenziju vektorskog prostora!
- Koje su dimenzije prostora V^1, V^2, V^3?

Dimenzija i baza

- Definirajte dimenziju vektorskog prostora!
- Koje su dimenzije prostora V^1, V^2, V^3? $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$?

Dimenzija i baza

- Definirajte dimenziju vektorskog prostora!
- Koje su dimenzije prostora V^1, V^2, V^3? $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$? M_2, $M_{4,3}$?

Dimenzija i baza

- Definirajte dimenziju vektorskog prostora!
- Koje su dimenzije prostora V^1, V^2, V^3? $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$? M_2, $M_{4,3}$? $\mathbb{R}^4$, $\mathbb{C}^2$?

Dimenzija i baza

- Definirajte dimenziju vektorskog prostora!
- Koje su dimenzije prostora V^1, V^2, V^3? $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$? M_2, $M_{4,3}$? $\mathbb{R}^4$, $\mathbb{C}^2$? $\mathcal{P}$, $C(\mathbb{R})$?

Dimenzija i baza

- Definirajte dimenziju vektorskog prostora!
- Koje su dimenzije prostora V^1, V^2, V^3? $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$? M_2, $M_{4,3}$? $\mathbb{R}^4$, $\mathbb{C}^2$? $\mathcal{P}$, $C(\mathbb{R})$?
- Definirajte bazu vektorskog prostora.

Dimenzija i baza

- Definirajte dimenziju vektorskog prostora!
- Koje su dimenzije prostora V^1, V^2, V^3? $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$? M_2, $M_{4,3}$? $\mathbb{R}^4$, $\mathbb{C}^2$? $\mathcal{P}$, $C(\mathbb{R})$?
- Definirajte bazu vektorskog prostora.
- Može li baza konačnodimenzionalnog prostora biti njegov potprostor?

Dimenzija i baza

- Definirajte dimenziju vektorskog prostora!
- Koje su dimenzije prostora V^1, V^2, V^3? $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$? M_2, $M_{4,3}$? $\mathbb{R}^4$, $\mathbb{C}^2$? $\mathcal{P}$, $C(\mathbb{R})$?
- Definirajte bazu vektorskog prostora.
- Može li baza konačnodimenzionalnog prostora biti njegov potprostor? Uz koje uvjete je skup $\{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}\}$ baza za V^2?

Dimenzija i baza

- Definirajte dimenziju vektorskog prostora!
- Koje su dimenzije prostora V^1, V^2, V^3? $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$? M_2, $M_{4,3}$? $\mathbb{R}^4$, $\mathbb{C}^2$? $\mathcal{P}$, $C(\mathbb{R})$?
- Definirajte bazu vektorskog prostora.
- Može li baza konačnodimenzionalnog prostora biti njegov potprostor? Uz koje uvjete je skup $\{\vec{a}, \vec{a} + \vec{b}\}$ baza za V^2?
- Nađite po dvije baze za V^2, $\mathbb{C}$ (kao realni i kao kompleksni prostor), $M_{2,3}$, $\mathbb{R}^6$, za prostor svih polinoma stupnja ≤ 3 te za skup rješenja sustava $x + y + z = 0$, $5x - y + 2z = 0$.

Dimenzija i baza

- Definirajte dimenziju vektorskog prostora!
- Koje su dimenzije prostora V^1, V^2, V^3? $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$? M_2, $M_{4,3}$? $\mathbb{R}^4$, $\mathbb{C}^2$? $\mathcal{P}$, $C(\mathbb{R})$?
- Definirajte bazu vektorskog prostora.
- Može li baza konačnodimenzionalnog prostora biti njegov potprostor? Uz koje uvjete je skup $\{\vec{a}, \vec{a} + \vec{b}\}$ baza za V^2?
- Nađite po dvije baze za V^2, $\mathbb{C}$ (kao realni i kao kompleksni prostor), $M_{2,3}$, $\mathbb{R}^6$, za prostor svih polinoma stupnja ≤ 3 te za skup rješenja sustava $x + y + z = 0$, $5x - y + 2z = 0$.
- Što su kanonske baze? U kojim vektorskim prostorima su definirane?

Koordinate

Ako je V konačnodimenzionalan, definirajte koordinate vektora $v \in V$.

Zadatak

Ako kažemo: ,,$v \in \mathbb{C}$ ima koordinate $(1, 2)$", znamo li što je v?

Koordinate

Ako je V konačnodimenzionalan, definirajte koordinate vektora $v \in V$.

Zadatak

Ako kažemo: „$v \in \mathbb{C}$ ima koordinate $(1, 2)$“, znamo li što je v? Ako kažemo $v = (1, 0, 1, 0)$, što znamo o prostoru u kojem je to vektor? Što znamo o samom vektoru?

Koordinate

Ako je V konačnodimenzionalan, definirajte koordinate vektora $v \in V$.

Zadatak

Ako kažemo: „$v \in \mathbb{C}$ ima koordinate $(1,2)$", znamo li što je v? Ako kažemo $v = (1,0,1,0)$, što znamo o prostoru u kojem je to vektor? Što znamo o samom vektoru?

Zadatak

Koje su koordinate vektora $(1,2,3,4) \in \mathbb{R}^4$ obzirom na kanonsku bazu?

Koordinate

Ako je V konačnodimenzionalan, definirajte koordinate vektora $v \in V$.

Zadatak

Ako kažemo: „$v \in \mathbb{C}$ ima koordinate $(1,2)$", znamo li što je v? Ako kažemo $v = (1,0,1,0)$, što znamo o prostoru u kojem je to vektor? Što znamo o samom vektoru?

Zadatak

Koje su koordinate vektora $(1,2,3,4) \in \mathbb{R}^4$ obzirom na kanonsku bazu? A s obzirom na bazu $(1,0,0,0)$, $(1,1,0,0)$, $(1,1,1,0)$, $(1,1,1,1)$?

Koordinate

Ako je V konačnodimenzionalan, definirajte koordinate vektora $v \in V$.

Zadatak

Ako kažemo: „$v \in \mathbb{C}$ ima koordinate $(1, 2)$", znamo li što je v? Ako kažemo $v = (1, 0, 1, 0)$, što znamo o prostoru u kojem je to vektor? Što znamo o samom vektoru?

Zadatak

Koje su koordinate vektora $(1, 2, 3, 4) \in \mathbb{R}^4$ obzirom na kanonsku bazu? A s obzirom na bazu $(1, 0, 0, 0)$, $(1, 1, 0, 0)$, $(1, 1, 1, 0)$, $(1, 1, 1, 1)$?

Zadatak

Koje su koordinate rješenja $(-3, -3, 6)$ sustava $x + y + z = 0$, $5x - y + 2z = 0$ s obzirom na bazu koju ste odabrali u zadatku s prethodnog slide-a?

Rang matrice

Primjer

U matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ *možemo njene retke shvatiti kao dva vektora* $(2, 1, 3)$ *i* $(0, -1, 2)$ *u* $\mathbb{R}^3$*, a njene stupce kao tri vektora* $(2, 0)$*,* $(1, -1)$ *i* $(3, 2)$ *u* $\mathbb{R}^2$*.*

Rang matrice

Primjer

U matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ *možemo njene retke shvatiti kao dva vektora* $(2, 1, 3)$ *i* $(0, -1, 2)$ *u* $\mathbb{R}^3$*, a njene stupce kao tri vektora* $(2, 0)$*,* $(1, -1)$ *i* $(3, 2)$ *u* $\mathbb{R}^2$*.*

Definirajte rang matrice!

Rang matrice

Primjer

U matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ *možemo njene retke shvatiti kao dva vektora* $(2,1,3)$ *i* $(0,-1,2)$ *u* $\mathbb{R}^3$*, a njene stupce kao tri vektora* $(2,0)$*,* $(1,-1)$ *i* $(3,2)$ *u* $\mathbb{R}^2$*.*

Definirajte rang matrice! Kako određujemo rang matrice?

Rang matrice

Primjer

U matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ *možemo njene retke shvatiti kao dva vektora* $(2, 1, 3)$ *i* $(0, -1, 2)$ *u* $\mathbb{R}^3$*, a njene stupce kao tri vektora* $(2, 0)$, $(1, -1)$ *i* $(3, 2)$ *u* $\mathbb{R}^2$*.*

Definirajte rang matrice! Kako određujemo rang matrice?

Zadatak

Ako je matrica tipa 3×3 *koliki je njen najveći mogući rang? A ako je tipa* 17×11*?*

Rang matrice

Primjer

U matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ *možemo njene retke shvatiti kao dva vektora* $(2,1,3)$ *i* $(0,-1,2)$ *u* $\mathbb{R}^3$*, a njene stupce kao tri vektora* $(2,0)$, $(1,-1)$ *i* $(3,2)$ *u* $\mathbb{R}^2$*.*

Definirajte rang matrice! Kako određujemo rang matrice?

Zadatak

Ako je matrica tipa 3×3 *koliki je njen najveći mogući rang? A ako je tipa* 17×11*?*

Zadatak

Ispitajte čine li vektori $(2,-1,0,1)$, $(1,2,3,4)$, $(1,1,1,0)$ *i* $(0,1,0,0)$ *bazu prostora* $\mathbb{R}^4$*. Odredite koordinate vektora* $(1,0,0,0)$ *u toj bazi!*

Izomorfnost vektorskih prostora

Dva vektorska prostora su izomorfna ako do na smisao/vrstu vektora i operacija s njima nema razlika među njima. Smisao je sličan kemijskom: izomorfnost znači jednakost struktura, ali dopušta različitost sadržaja.

Primjer

Vektorski prostori $\mathbb{R}^3$, $M_{3,1}(\mathbb{R})$, V^3 *i* $V^3(0)$ *su izomorfni.*

Izomorfnost vektorskih prostora

Dva vektorska prostora su izomorfna ako do na smisao/vrstu vektora i operacija s njima nema razlika među njima. Smisao je sličan kemijskom: izomorfnost znači jednakost struktura, ali dopušta različitost sadržaja.

Primjer

Vektorski prostori $\mathbb{R}^3$, $M_{3,1}(\mathbb{R})$, V^3 *i* $V^3(0)$ *su izomorfni.*

Svi realni vektorski prostori iste (konačne) dimenzije su izomorfni pa stoga prostore $\mathbb{R}^n$ ili $M_{n,1}(\mathbb{R})$ možemo smatrati prototipovima realnih n-dimenzionalnih prostora.

Zadatak

S kojim prostorima je izomorfan M_2*?*

Izomorfnost vektorskih prostora

Dva vektorska prostora su izomorfna ako do na smisao/vrstu vektora i operacija s njima nema razlika među njima. Smisao je sličan kemijskom: izomorfnost znači jednakost struktura, ali dopušta različitost sadržaja.

Primjer

Vektorski prostori $\mathbb{R}^3$, $M_{3,1}(\mathbb{R})$, V^3 *i* $V^3(0)$ *su izomorfni.*

Svi realni vektorski prostori iste (konačne) dimenzije su izomorfni pa stoga prostore $\mathbb{R}^n$ ili $M_{n,1}(\mathbb{R})$ možemo smatrati prototipovima realnih n-dimenzionalnih prostora.

Zadatak

S kojim prostorima je izomorfan M_2*? Jesu li matrice* $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ *linearno nezavisne?*