

Prva domaća zadaća

Zadatak 1. Zadan je sustav jednadžbi

$$\begin{cases} 4x + \lambda y + 4z = 60 \\ x + y = 15 \\ -y + (\lambda - 1)z = 5 - \lambda. \end{cases}$$

- (a) Za $\lambda = 5$ odredite sva rješenja sustava u skupu prirodnih brojeva. Za koje rješenje je zbroj $x + y + z$ najveći?
- (b) Za koje vrijednosti parametra λ zadani sustav
- (i) ima jedno rješenje, (ii) ima beskonačno mnogo rješenja, (iii) nema rješenja?

Zadatak 2. Neka je \mathcal{A} skup svih polinoma p stupnja manjeg ili jednakog 3 takvih da je $p(-1) = 0$. Dokažite da je \mathcal{A} potprostor prostora \mathcal{P} svih polinoma. Odredite mu dimenziju i jednu bazu. Prikažite polinome $p(x) = x + 1$ i $q(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$ u toj bazi.

Zadatak 3. Neka je $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ kanonska baza za vektorski prostor $V^3(O)$. Zadan je linearni operator $\hat{A} : V^3(O) \rightarrow V^3(O)$,

$$\hat{A}(\vec{v}) = \text{ortogonalna projekcija vektora } \vec{v} \text{ na vektor } \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}.$$

Odredite matricu operatora \hat{A} u kanonskoj bazi i u bazi $\{\vec{i}, \vec{i} + \vec{j}, \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}\}$.