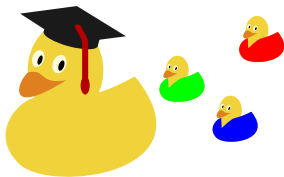


# Matematika 2 — Zadaci s online-testova (ak.g. 2025./26.)

*Franka Miriam Brückler*

---



# 1. online test

- Koliko rješenja ima jednačina  $x - y + z = 0$ ?
- Označite sve jednačbe koje su linearne i homogene!
  - $x + 2y - 25 = 0$
  - $xyz = 0$
  - $x = y$
  - $x + y = z$
  - $\ln(x + y) = 0$
- Označite sve tačne tvrdnje o sustavima linearnih jednačbi s 2 jednačbe i 3 nepoznanice!
  - Postoji takav sustav s tačno 3 rješenja.
  - Geometrijski, takav sustav se interpretira kao dva pravca u prostoru.
  - Matrica takvog sustava ima 2 retka i 4 stupca.
  - Takav sustav sigurno nema jedinstveno rješenje.

- Označite sve dozvoljene operacije u Gaußovoj metodi eliminacija (uz korištenje matrice sustava).
  - Zamjena dva retka matrice sustava.
  - Zamjena dva stupca matrice sustava.
  - Dijeljenje retka matrice sustava bilo kojim brojem različitim od nule.
  - Množenje stupca matrice sustava bilo kojim brojem različitim od nule.
  - Oduzimanje jednog retka od drugog.
  - Pribrajanje jednog stupca drugom stupcu.
- Na internetu ste našli rješenje jednog sustava linearnih jednačbi, no stranica ne ispisuje rješenja u standardnom obliku nego samo konačnu matricu nakon provedenih Gaussovih eliminacija. Matrica je na sljedećem slide-u. Označite istinite tvrdnje o tom sustavu!

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

- - Sustav ima četiri nepoznanice.
  - Sustav ima četiri jednačbe.
  - Sustav ima jedinstveno rješenje.
  - Sustav nema rješenja.
  - Sustav ima beskonačno mnogo rješenja (jednparametarsko rješenje).
  - Sustav ima beskonačno mnogo rješenja (dvoparametarsko rješenje).
  - Prvo rješenje tog sustava je -5.
  - Druga nepoznanica ima iznos 0.
  - Jedno rješenje sustava je 2.
  - Jedno rješenje sustava je (-5,2,2,0,0).
  - Jedno rješenje sustava je (-5,-5,-2,2).

## 2. online-test

- Neka je  $S$  skup svih rješenja jednačbe  $x + y = 1$ . Što od sljedećeg vrijedi za  $S$ ?
  - $S \subseteq \mathbb{R}^2$
  - $S$  je realni vektorski prostor
  - $S$  se sastoji od samo jednog elementa
  - Brojevi 1 i 0 su elementi skupa  $S$

## 2. online-test

- Neka je  $S$  skup svih rješenja jednačbe  $x + y = 1$ . Što od sljedećeg vrijedi za  $S$ ?
  - $S \subseteq \mathbb{R}^2$
  - $S$  je realni vektorski prostor
  - $S$  se sastoji od samo jednog elementa
  - Brojevi 1 i 0 su elementi skupa  $S$
- Označite sve skupove koji su primjeri realnih vektorskih prostora dimenzije 4. (Podrazumijevamo da ako se neki od navedenih prostora možemo gledati i kao kompleksni, svejedno ga gledamo kao realni).
  - $\mathbb{R}$
  - $\mathbb{R}^2$
  - $\mathbb{R}^4$
  - $\mathbb{C}$
  - $\mathbb{C}^2$
  - $\mathbb{C}^4$
  - skup svih polinoma stupnja najviše 4
  - skup svih polinoma stupnja točno 3
  - skup svih algebarskih funkcija jedne varijable

- Neki vektor  $v$  u vektorskom prostoru  $V$  ima koordinate  $(1, 2, 3, 4, 5)$ . Što od sljedećeg je sigurno istinito za  $v$  i  $V$ ?
  - $\dim V = 5$
  - $V$  je realan vektorski prostor
  - $V$  sadrži beskonačno mnogo vektora
  - $v$  u svim bazama od  $V$  ima koordinate  $(1, 2, 3, 4, 5)$
  - $v \neq \mathbf{0}_V$
  - $v$  ima određeni smjer

- Neki vektor  $v$  u vektorskom prostoru  $V$  ima koordinate  $(1, 2, 3, 4, 5)$ . Što od sljedećeg je sigurno istinito za  $v$  i  $V$ ?
  - $\dim V = 5$
  - $V$  je realan vektorski prostor
  - $V$  sadrži beskonačno mnogo vektora
  - $v$  u svim bazama od  $V$  ima koordinate  $(1, 2, 3, 4, 5)$
  - $v \neq \mathbf{0}_V$
  - $v$  ima određeni smjer
- Neka je  $V = C([0, 1])$ . Označite sve točne tvrdnje o  $V$ !
  - Primjer vektora iz  $V$  je  $f(x) = \arcsin x$ .
  - Primjer vektora iz  $V$  je  $f(x) = \sqrt{x - 2}$ .
  - $V$  je konačnodimenzionalan.
  - $V$  je beskonačnodimenzionalan.
  - Skup svih polinoma kojima je za domenu uzet segment  $[0, 1]$  je potprostor od  $V$ .
  - Skup svih eksponencijalnih funkcija kojima je za domenu uzet segment  $[0, 1]$  je potprostor od  $V$ .
  - Skup  $\{x^2, \ln(x + 2)\}$  je primjer linearno nezavisnog skupa u  $V$ .
  - Skup  $\{\exp(x), \sin(x), \exp(x) + \sin(x)\}$  je primjer linearno zavisnog skupa u  $V$ .

- Zadan je sustav linearnih jednadžbi  $x + y + z = 0$ ,  $x + y = 0$ ,  $x = 0$ . Sa  $S$  označimo skup svih njegovih rješenja. Označite točne tvrdnje! (Podrazumijevamo da u rješenjima za  $x$ ,  $y$ ,  $z$  dozvoljavamo samo realne brojeve.)
  - $S$  je vektorski prostor
  - $S$  nije vektorski prostor
  - $S$  se sastoji samo od nulvektora, tj.  $S$  je trivijalan vektorski prostor.
  - $S \leq \mathbb{R}$
  - $S \leq \mathbb{R}^2$
  - $S \leq \mathbb{R}^3$
  - $\dim S = 1$
  - $\dim S = 2$
  - $\dim S = 3$

### 3. online test

- Što od sljedećeg vrijedi u unitarnom prostoru  $V^2(O)$ ?
  - Norma svakog vektora podudara se s njegovim iznosom.
  - Skalarni produkt dva vektora jednak je zbroj umnožaka njihovih prvih odnosno drugih koordinata.
  - Skalarni produkt dva vektora ne može biti negativan.
  - Skalarni produkt vektora baze jednak je površini jedinične ćelije.
  - Ne postoji vektor ortogonalan sam na sebe.
  - Ako je skalarni produkt dva vektora različit od 0, ta dva vektora su linearno zavisna.
  - Linearna zavisnost ekvivalentna je kolinearnosti.
  - Dimenzija prostora  $V^2(O)$  je 2.
  - Prostor  $V^2(O)$  nema netrivialnih potprostora.

- Što od sljedećeg vrijedi za sve realne unitarne prostore  $V$  kojima je dimenzija 3?
  - Skalarni umnožak dva vektora iz  $V$  mora biti realan broj.
  - Skalarni umnožak dva vektora iz  $V$  može biti ne-realn kompleksan broj.
  - Skalarni produkt je komutativan.
  - Ako je  $\langle v, v \rangle = 4$ , onda je  $\|v\| = 4$ .
  - Skalarni produkt vektora  $v$  i  $w$  je umnožak njihovih iznosa i kosinusa kuta među njima.
  - U  $V$  postoji skup od 6 međusobno ortogonalnih vektora.
  - Svaka baza od  $V$  je ortogonalna.
  - Ako su dva vektora iz  $V$  linearno nezavisna, skalarni produkt im je 0.
  - Ako je skalarni produkt dva nenul vektora iz  $V$  jednak 0, oni su linearno nezavisni.

- Koliko iznosi norma vektora  $v = \sin u$  u vektorskom prostoru  $C([-\pi, \pi])$ ? (0, 1, e, 1/e, e-1/e, e+1/e, e<sup>2</sup>, e<sup>-2</sup>, nijedno od navedenog )
- Označite sve primjere linearnih operatora!
  - Translacija za geometrijski vektor  $\vec{j}$  kao funkcija s  $V^3(O)$  u  $V^3(O)$
  - Zrcaljenje s obzirom na ravninu  $x + 2y + 3z = 6$  kao funkcija s  $V^3(O)$  u  $V^3(O)$
  - Osna simetrija s obzirom na pravac  $x + y = 0$  kao funkcija s  $V^2(O)$  u  $V^2(O)$
  - Izračunavanje derivacije u 0 kao funkcija s  $C^1(\mathbb{R})$  u  $C(\mathbb{R})$
  - Afina funkcija  $f(x) = 2x + 1$  kao funkcija s  $\mathbb{R}$  u  $\mathbb{R}$
  - Množenje svih vektora nekog vektorskog prostora s  $\sqrt{2}$

- Neka je  $\hat{A}$  linearan operator na nekom vektorskom prostoru  $V$  i neka su  $u, v, w$  tri vektora u  $V$  takvi da je  $u + 2v + 3w = \mathbf{0}_V$ . Označite sve točne tvrdnje!
  - $\hat{A}(u + 2v + 3w) = \mathbf{0}_V$
  - $u, v, w$  su linearno zavisni
  - $\hat{A}(v) > \hat{A}(u)$
  - $\hat{A}(u) + \hat{A}(w) = -\hat{A}(v) - 2\hat{A}(w)$

## 5. online-test

- Ako je  $\hat{E}$  operator skaliranja s e na vektorskom prostoru  $\mathbb{R}^5$ , onda ...
  - $\hat{E}$  ne posjeduje matricu
  - svaka matrica od  $\hat{E}$  je kvadratna
  - $\hat{E}$  je ortogonalan operator
  - $\hat{E}$  nije operator simetrije
  - $\hat{E}$  je aditivan
  - $\hat{E}$  je homogen
  - trag svake matrice od  $\hat{E}$  je 5e

## 5. online-test

- Ako je  $\hat{E}$  operator skaliranja s e na vektorskom prostoru  $\mathbb{R}^5$ , onda ...
  - $\hat{E}$  ne posjeduje matricu
  - svaka matrica od  $\hat{E}$  je kvadratna
  - $\hat{E}$  je ortogonalan operator
  - $\hat{E}$  nije operator simetrije
  - $\hat{E}$  je aditivan
  - $\hat{E}$  je homogen
  - trag svake matrice od  $\hat{E}$  je  $5e$
- Linearan operator  $\hat{B}$  na prostoru  $\mathbb{R}^2$  definiran je s  $\hat{B}(x, y) = (2x - y, x + 3y)$ . Za elemente  $b_{ij}$  matrice operatora  $\hat{B}$  s obzirom na kanonsku bazu vrijedi:
  - $b_{11} = 2$
  - $b_{12} = -1$
  - $b_{21} = 1$
  - $b_{22} = 3$

- Na prostoru  $\mathcal{P}_4$  svih polinoma stupnja najviše 4 gledamo funkciju  $f$  definiranu s  $f(p(x)) = x p'(x)$ . Što je sve točno za funkciju  $f$ ?
  - $f$  je linearan operator
  - $f$  je linearan funkcional
  - $f$  nulpolinomu pridružuje nulpolinom
  - svaka matrica od  $f$  ima 1 redak
  - svaka matrica od  $f$  ima 4 retka
  - svaka matrica od  $f$  ima 1 stupac
  - svaka matrica od  $f$  ima 4 stupca
  - $f$  nema matricu
  - $f(x^2) = 2x^2$
  - $f(x) = x$
  - $f(x) = x^5$

- Neka je  $A$  jedna matrica nekog linearnog operatora s  $V^3(O)$  u  $V^3(O)$ . Označite sve točne tvrdnje.   $A$  ima 3 retka   $A$  ima 3 stupca
  - $A$  može biti ortogonalna   $A$  ne može biti ortogonalna
  - $A$  je jedina moguća matrica tog linearnog operatora
  - $A$  se može zbrojiti s  $A$    $A - A = 0_3$

- Neka je  $A$  jedna matrica nekog linearnog operatora s  $V^3(O)$  u  $V^3(O)$ . Označite sve točne tvrdnje.
  - $A$  ima 3 retka
  - $A$  ima 3 stupca
  - $A$  može biti ortogonalna
  - $A$  ne može biti ortogonalna
  - $A$  je jedina moguća matrica tog linearnog operatora
  - $A$  se može zbrojiti s  $A$
  - $A - A = 0_3$
- Promatramo skup  $M$  svih realnih matrica tipa  $3 \times 4$ . Što od sljedećeg vrijedi za  $M$ ?
  - $M$  je vektorski prostor
  - $\dim M = 3$
  - $\dim M = 4$
  - $\dim M = 7$
  - $\dim M = 12$
  - svake dvije matrice u  $M$  se mogu zbrojiti
  - svake dvije matrice u  $M$  se mogu oduzeti
  - svaka matrica u  $M$  se može pomnožiti s  $\pi$
  - $M$  sadrži beskonačno mnogo matrica