

Matematika 2 za kemičare

orijentacijski kolokvij (4. ožujka 2026.)

Franka Miriam Brückler

Napomene. Dopuštena pomagala čini isključivo pribor za pisanje. Rješenja pišite isključivo u predviđene okvire na ovom primjerku testa. Ukupno ostvareni bodovi pribrajaju se u bonus-bodove za usmene ispite. U slučaju utvrđenog prepisivanja, ostvareni se bodovi pripisuju s negativnim predznakom. Kako bi se mogla definirati funkcija koja svim studentima pridružuje postignute bodove na ispitu, potrebno je da se na *svim* predanim papirima nalazi Vaše ime i prezime. Vrijeme pisanja je 15 minuta.

Važno. Za sve zadatke za Vas je osobni prvi broj $A = ___$, osobni drugi broj $B = ___$, a osobni treći broj $C = ___$. Rješenja računata s drugim iznosima A , B i C se ne priznaju.

- (2) Matemagičar Sihirbaz rado izvodi trik s novčićima, pri čemu ima zavezane oči. Znajući da ih ima A daje ih sudioniku trika da ih rasporedi u svoju lijevu i desnu ruku. Zatim daje sljedeće upute sudioniku: „ Broj novčića u desnoj ruci pomnoži s B i zapamti taj broj. Sada broj novčića iz lijeve ruke pomnoži s C i zapamti i taj broj. Zbroji ta dva broja i reci mi konačni rezultat!“. Nakon toga Sihirbaz odmah zna koliko je novčića u kojoj ruci sudionika — kako?

Rješenje.

Neka su L i D brojevi novčića u lijevoj odnosno desnoj ruci sudionika. Sihirbaz zna da je $L + D = A$, dakle $D = A - L$, odnosno ako sazna koliki je L lako dobije D .

Rezultat kojeg sudionik kaže Sihirbazu je $BD + CL$, neka je to broj X , njega dakle Sihirbaz isto zna. No, imamo $B(A - L) + CL = X$, tj. $(C - B)L = X - AB$, dakle broj L Sihirbaz može izračunati kao $\frac{X - AB}{C - B}$.

- (2) Zadana je baza $\mathcal{B} = (\vec{a}, \vec{b})$ prostora $V^2(O)$ s parametrima $a = B$ cm, $b = A$ cm, $\gamma = \frac{1}{C} 90^\circ$. Vektor \vec{v} u toj bazi ima koordinate $[A, B]$. Koje koordinate vektor \vec{v} ima u bazi $\mathcal{B}' = (\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} + \vec{b})$? Je li \vec{v} dulji, jednako dug ili kraći od AB cm? Izračunajte omjer površina jediničnih ćelija s obzirom na obje baze \mathcal{B} i \mathcal{B}' . (Prostor za rješavanje je na drugoj strani).

Rješenje. U bazi \mathcal{B}' je $\vec{v} = [x, y]$, dakle je $A\vec{a} + B\vec{b} = x(\vec{a} - \vec{b}) + y(\vec{a} + \vec{b})$, odnosno $A = x + y$ i $B = y - x$. Stoga je $x = \frac{A - B}{2}$, $y = \frac{A + B}{2}$.

Duljina od \vec{v} je $v = +\sqrt{(A\vec{a} + B\vec{b}) \cdot (A\vec{a} + B\vec{b})} = +\sqrt{A^2a^2 + B^2b^2 + 2ABab \cos \gamma} = +\sqrt{2A^2B^2(1 + \cos \gamma)}$ cm = AB cm $\cdot \sqrt{2 + 2 \cos \frac{90^\circ}{C}} \geq AB \sqrt{2}$ cm $> AB$ cm.

Površina jedinične ćelije s obzirom na \mathcal{B} je $P = AB \sin \frac{90^\circ}{C}$ cm². Površina jedinične ćelije s obzirom na \mathcal{B}' je $P' |(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b})| = |2\vec{a} \times \vec{b}| = 2P$. Dakle, $P : P' = 1 : 2$.

3. (1) Za svaku rečenicu označite je li istinita ili ne (zaokružite DA ako jest, a NE ako nije). Svaka točna oznaka nosi $+\frac{1}{5}$ boda, svaka kriva $-\frac{1}{5}$ boda, a rečenica bez oznake je li istinita ili ne nosi 0 bodova.

- (a) Ako funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ima limes jednak A , kad $x \rightarrow \pm\infty$, onda je $x = A$ njena vertikalna asimptota. DA NE
- (b) Ako je $f(x) = Ax^2 + Bx + C$, onda je prosječna vrijednost od f na intervalu $[0, 1]$ jednaka $C + \frac{A+B}{2}$ DA ... NE (osim za $A = 0$, ali to nitko nije dobio)
- (c) Funkcija $f(x) = A \exp(-Bx)$ je jedno rješenje obične diferencijalne jednadžbe $y' + By = 0$ DA NE
- (d) Prirodna domena funkcije $f(x) = \ln(Ax^2 + Bx + C)$ je \mathbb{R} . *Ovisi o konkretnim A, B i C . Odgovor je DA točno ako je $B^2 - 4AC < 0$ i $A > 0$.*
- (e) Funkcija $f(x) = |\ln(Ax^2 + Bx + C)|$ je neprekidna. DA NE